

Mönster kopplat till $kx + m = y$

Efter att ha arbetat som lärare i många år började författaren att koppla räta linjens ekvation $kx + m = y$ till allt fler matematikområden. Denna gång gjordes det när klassen arbetade med mönster och talföljder, och eleverna fick ta stöd av digitala hjälpmedel.

Jag har arbetat som matematiklärare i många år och har med tiden blivit frustrerad när jag märkt att vi lär ut exakt samma sak inom olika matematikområden men använder olika begrepp. Ett exempel på ett sådant begrepp är räta linjens ekvation, $kx + m = y$, som lärs ut först i årskurs 9. Fram till dess får eleverna lära sig många olika former på k -värdet utan att veta att det är det. Jag tror att det bidrar till att eleverna får mycket att hålla reda på och i förlängningen tycker att matematik är svårt att lära sig. Om man i stället vänder på det och tidigt lär eleverna vad $kx + m = y$ står för och sedan kopplar det till olika matematikområden så kanske de upplever att det är lättare att komma ihåg.

Denna idé ville jag prova och ansåg att det var bäst att testa i samband med att jag fick en ny klass i årskurs 7. Eftersom skolan följer ett läromedel så var algebra det första arbetsområde som klassen mötte som kunde kopplas till $kx + m = y$. Jag valde att lägga avsnittet om mönster som kommer tidigt i algebraområdet sist. Min bakomliggande tanke var att eleverna först skulle lära sig att byta ut ett värde och att lösa ekvationer innan de arbetade med mönster och talföljder i relation till $kx + m = y$.

Lektion 1

Jag startade den första lektionen om mönster och talföljder med en klassisk genomgång om vad differens och starttal är. Skillnaden mot hur jag tidigare har undervisat om mönster och talföljder är att jag redan från början kopplade uttrycket för en talföljd till ekvationen $kx + m = y$.

Eleverna fick tillgång till ett digitalt dokument med sju olika uppgifter om mönster. Det första mönstret gjorde vi tillsammans, därefter fick de arbeta vidare med resterande mönster så långt som de hann. I de två första mönstren var några av figurerna ritade som prickar. Uppgiften var att fylla i det visuella mönstret, antal prickar (vilket bildar en talföljd) och differensen, samt skriva ett uttryck för varje tal i talföljden. De tomma rutorna för figur 0 och 4 fick eleverna antingen rita eller bygga med hjälp av klossar för att sedan fotografera och lägga in. Slutligen skulle de försöka skriva ett uttryck för det n :te talet.

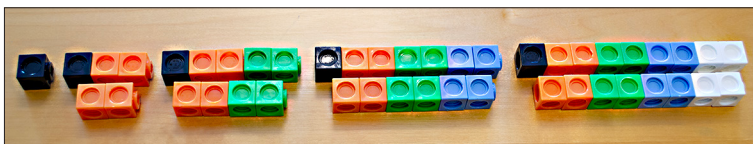
I de två kommande uppgifterna fick eleverna skapa mönster utifrån givna antal prickar och i de tre sista uppgifterna var tabellerna tomma, där fick eleverna skapa helt egna mönster.

						
	Figur 0	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur n
Antal prickar						
Differens						
Uttryck						

Tabellen visar det andra av de sju mönstren som eleverna fick arbeta med.

						
	Figur 0	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur n
Antal prickar	1	3	5	7	9	
Differens	+2	+2	+2	+2	+2	+2
Uttryck	$2 \cdot 0 + 1$	$2 \cdot 1 + 1$	$2 \cdot 2 + 1$	$2 \cdot 3 + 1$	$2 \cdot 4 + 1$	$2 \cdot n + 1$

Tabellen visar en elevlösning där eleven valt att rita mönstret.



Ett sätt att bygga figur 0, 1, 2, 3 och 4 i ett eget mönster där ökningen blir synlig.

Alla elever hann med de tre första mönstren. Jag trodde att de skulle tycka det var roligt att bygga mönster med klossar men de flesta valde att rita dem. Det berodde främst på att de tyckte att byggandet tog onödigt mycket tid. En annan orsak kan ha varit att det var svårt att fotografera klossarna med hjälp av datorn. Mitt råd är att man ändå bör uppmuntra eleverna att arbeta konkret eftersom det praktiska arbetet kan hjälpa dem att både upptäcka och förstå mönster.

Lektion 2

På den andra lektionen fick eleverna i uppdrag att lösa uppgifterna från förra lektionen med hjälp av Geogebra. Lektionen inleddes med en repetition av vad vi hade gjort på föregående lektion. Eleverna loggade in i Geogebra och jag berättade om de funktioner som de skulle använda i programmet. Vi gjorde det första mönstret tillsammans. De skrev in figurernas nummer och antal prickar i en tabell.

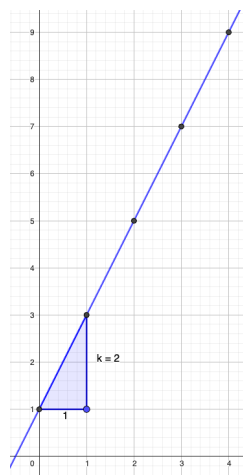
De kunde då se punkterna i ett koordinatsystem och jag berättade hur man läser av starttalet (m -värdet). Starttalet är det värde på y som fås då $x=0$ i ekvationen $kx + m = y$. Eleverna fick även dra en linje mellan punkterna så att programmet räknade

x	y
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9

ut funktionen. Jag kopplade funktionen till det algebraiska uttryck som de hade kommit fram till under förra lektionen. I nästa steg lät vi programmet räkna ut differensen (k -värdet). Vi startade även med det andra mönstret tillsammans men de som kände att de kunde klara det utan hjälp fick arbeta vidare. Även denna lektion hann alla göra minst tre mönster.

Mitt syfte med Geogebra var att eleverna skulle se att punkternas koordinater motsvarar figurnummer och antal prickar i respektive figur. Genom att låta programmet räkna ut k fick eleverna visuellt se skillnaden mellan figur nr 1 och 2.

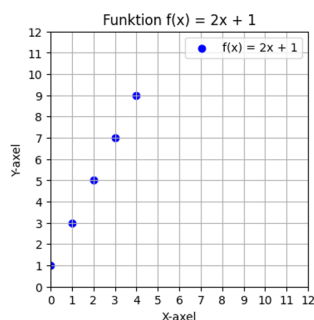
Funktionen visar en kontinuerlig skala medan uppgiften som eleverna arbetade med handlar om en diskret talföljd. En annan skillnad är att x används i programmet istället för n som i det algebraiska uttrycket.



Lektion 3

Även denna lektion fick eleverna använda ett digitalt hjälpmedel, Pythonprogrammering i Colab. Eleverna fick koden av mig direkt och jag förklarade vad varje del i koden står för. De fick testa att ändra lite i den för att se vad som händer med koordinatsystemet. Jag berättade att det som skiljer Geogebra från Colab är att Geogebra räknar ut funktionen åt dem medan man själv måste ha den klar när man ska arbeta i Colab.

De fick sedan arbeta med sina mönster i Colab, ta ett foto på koordinatsystemet och klistra in det i sitt dokument.



I Colab blir utprickningen visuellt tydlig.

Lektion 4

Lektionen inleddes med en snabb repetition av räta linjens ekvation, $kx + m = y$, med utgångspunkt i mönster. Sedan fick eleverna nya mönster med upplägget som på bilden nedan. Därefter fick eleverna arbetsblad med talföljder som skulle besvaras på samma sätt.

Klistra in bild från Geogebra	Uppgift 1
	Figur 1 Figur 2 Figur 3
	a. Skriv in figur nr och antal i Geogebra.
	b. Vad är differensen (k -värdet)?
	c. Vad är starttalet (m -värdet)?
	d. Vad är formeln (funktionen)?

Det fanns inget krav på att eleverna skulle lägga in en bild från Geogebra, jag ville se hur många som använde det automatiskt nu. Cirka $\frac{2}{3}$ av eleverna använde Geogebra som stöd medan $\frac{1}{3}$ tyckte det var onödigt och att det tog tid när det var så enkla uppgifter.

Lektion 5

På denna lektion fick eleverna färdiga uttryck och de skulle räkna ut de tre första talen i talföljden och svara på frågor.

Talföljden beskrivs med följande uttryck: $5n - 2$
Vilka är de tre första talen i talföljden?

Nr	Uträkning	Tal
1	$5 \cdot 1 - 2 = 3$	3
2	$5 \cdot 2 - 2 = 8$	8
3	$5 \cdot 3 - 2 = 13$	13
Skriv talföljden här: 3 8 13		
a. Vad är differensen (k -värdet)? 5		
b. Vad är starttalet (m -värdet)? 2		

Jag ville att eleverna hela tiden skulle se båda termerna parallellt: differens och k -värde samt starttal och m -värde, för att hjälpa dem att se kopplingen mellan dem.

Avslutning

Jag avslutade arbetsområdet med en uppföljning för att få syn på vad eleverna hade uppfattat om det matematiska innehållet. Jag sammanställde resultatet och reflekterade över vad i undervisningen som bidrog till elevernas olika uppfattningar och drog utifrån det lärdomar om vad jag behöver tänka på när jag undervisar om samma innehåll nästa gång. Det fanns två frågor i uppföljningen som jag personligen tyckte var mest intressanta. De grottade jag ner mig i och analyserade. Eftersom mönster var arbetsområdet svarade eleverna med det i åtanke. Den första frågan som jag var särskilt intresserad av var:

Hur skulle du beskriva

- a. k i $kx + m = y$?
- b. x i $kx + m = y$?
- c. m i $kx + m = y$?
- d. y i $kx + m = y$?

På a fick jag svar som:

k står för den konstanta differensen, alltså differensen mellan figurerna.

k står för differensen, alltså hur mycket det ökar med hela tiden.

På b fick jag svar som:

x står för figurnumret. Den varierar beroende på vilken figur vi ska räkna.

x är figurnumret i mönstret.

På c fick jag svar som:

m står för nollvärdet. Med det menar man värdet på den figur som egentligen är noll, men som man inte riktigt tar med.

m är starttalet.

På d fick jag svar som:

y står till exempel för hur många prickar det finns i en figur i ett mönster. Om frågan var "Hur många prickar är det i figur 34?" så skulle y vara svaret.

y beskriver svaret av ekvationen.

Tack vare uppföljningen uppmärksammade jag att cirka 1/3 av eleverna inte var säkra på vad y står för. Det är inte tillräckligt att svara att y beskriver svaret, utan snarare att det visar vilken y -koordinat som hör ihop med respektive x -koordinat i diagrammet, och att y därför är beroende av x . Det är något som jag behöver tydliggöra bättre i undervisningen framöver.

Den andra frågan som jag var intresserad av var: "Har det varit lärorikt att få använda Geogebra i arbetet med mönster?" Av de 21 eleverna i klassen var 16 positiva och fem negativa. De som var positiva ansåg att programmet hjälpte dem att förstå talföljder och var talen ska placeras i koordinatsystemet. De som var negativa skrev att det gick snabbare att räkna ut uppgifterna i huvudet än att använda programmet. För att de ska se nyttan med att använda Geogebra behöver de förmodligen mer utmanande talföljder att arbeta med. En elev ansåg att Geogebra gjorde jobbet vilket ledde till att man inte behövde göra så mycket själv. Denna elev svarade bara rätt på ungefär hälften av frågorna, så här utgjorde programmet en fallgrop som jag behöver ha i åtanke framöver.

Tankar framåt

Mina reflektioner efter arbetet med avsnittet om mönster och talföljder är att eleverna har fått fler insikter. Jag kommer därför att fortsätta att koppla på varje arbetsområde som passar in på den generella formeln $kx + m = y$. Nästa gång klassen träffar på det är när de ska räkna skala och jag kommer då att använda mig av Geogebra igen. Det är dock först när eleverna har gått igenom hela högstadiet som jag kommer veta om detta arbetssätt har gett resultat för elevernas förståelse om $kx + m = y$.

LITTERATUR

Christiansen, C. & Nilsson, A.-C. (2020). *Hundkojan*. Nämnaren, 2020:3.
Maunula, T. (2020). *Priset för tystnad i undervisning*. Nämnaren 2020:3.
Fredrikson, P. & Nyman, R. (2019). *Garagebyggen*. Nämnaren 2019:2.