

Fyra metaforer för tal

Vilka egenskaper har tal? De kan ha en massa matematiska egenskaper såsom att vara udda, jämna, primtal, naturliga, rationella, reella, negativa, imaginära ... Men de har också egenskaper som är mer vardagliga, såsom att vara stora, höga, små, låga, delbara, lika eller olika. Vi säger att de ligger nära eller långt ifrån varandra, att de har grannar eller är kamrater, och att vi kan gå eller hoppa från ett tal till ett annat. Vi pratar om tal som delas upp i delar, som slås ihop, som läggs till och som tas bort.



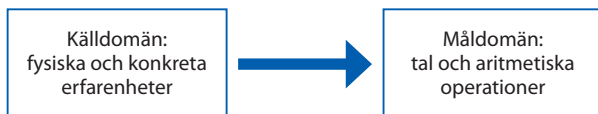
Alla dessa ord fylls av innebörd från rent fysiska erfarenheter som hör till människans existens och samspel med världen. Talen i sig är abstrakta, men för att kunna prata om dem använder vi ord från andra erfarenheter och andra situationer. Det kallas för att prata i metaforer. Om vi exempelvis säger att 9 och 1 är "tiokamrater" så pratar vi om sociala erfarenheter i världen och låter uttrycket $9 + 1$ överta egenskaper förknippade med att vara kamrater, att ha en känsla av att höra ihop, att vilja vara tillsammans.

När vi stöter på ett abstrakt begrepp försöker vi alltid först att förstå och beskriva det med ord hämtade från något bekant, något vi redan förstår. Först när vi vant oss vid ett abstrakt begrepp och behärskar det börjar vi skapa nya ord som benämner och beskriver begreppet utan att belastas eller begränsas av en massa irrelevanta egenskaper. Så småningom blir vi så väl bekanta med abstrakta begrepp att dessa i sin tur kan bilda utgångspunkt för nya metaforer.



Upplevelser ger egenskaper åt abstrakta begrepp

Att tala i metaforer innebär att egenskaper från en domän överförs till en annan domän för att skapa innehåll och mening till objekten i den nya domänen. Man säger att källdomänen avbildas på måldomänen, och att måldomänen beskrivs i termer av källdomänen. Man kan också säga att källdomänen lånar ut sina egenskaper till måldomänen. I matematikämnets grundläggande metaforer utgörs källdomänen av våra upplevelser av verkligheten, av konkreta situationer eller konkret material, medan måldomänen består av abstrakta matematiska tal och operationer. Ett problem kan vara att metaforen också tar med sig en hel del egenskaper som inte passar in i måldomänen.

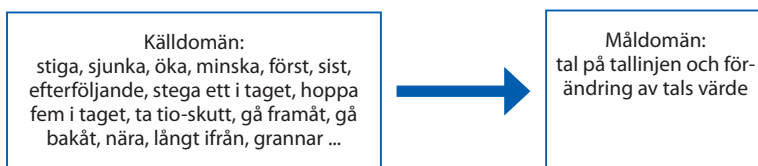


Varje metafor framhäver vissa aspekter av ett begrepp och sätter andra aspekter i skymundan. Därför behövs det alltid flera metaforer för att belysa ett komplext begrepp. Forskarna Lakoff och Núñez skrev år 2000 en bok med titeln *Where mathematics comes from* där de i detalj beskriver de metaforer som används för att bygga upp förståelse för grundläggande aritmetik. De hävdar att det finns fyra grundläggande metaforer som täcker all aritmetik med positiva tal. Utan dessa metaforer skulle matematikens begreppslika innehåll försvinna, och allt som blev kvar skulle vara en lek med symboler. De fyra metaforerna kallar de för vägmetaforen, objektsmetaforen, konstruktionsmetaforen och mätmetaforen. Här ska jag i korthet beskriva dem och ge exempel.

Vägmetaforen

I den här metaforen relateras tal till punkter eller platser och rörelser längs en väg. Vi talar om tal och operationer i termer av rörelse, förändring och förflyttning. Ord och uttryck som kommer från den här metaforen är exempelvis: stiga, sjunka, öka, minska, efterföljande, stega ett i taget, hoppa fem i taget, ta tio-skutt, gå framåt och bakåt. Vi tänker också på tal som om de är nära varandra eller långt ifrån varandra, grannar eller nästan-grannar.

I en lärandesituation måste eleven ha erfarenheter av källdomänen för att kunna överföra egenskaperna till tal och operationer. Man måste veta vad stiga och sjunka innebär, vad grannar är eller skillnaden mellan att gå steg och ta skutt. Skolan förutsätter att alla barn har dessa erfarenheter, så det ligger på förskolan att säkerställa att de finns på plats. Möjligheten att överföra egenskaperna till tal bygger också på att eleverna vet vad en upprädnings och en bestämd ordning är och att dessa erfarenheter kan överföras till först en talrad och så småningom en tallinje. Ordinalitetsaspekten av tal kommer till uttryck genom vägmetaforen.



Objektsmetaforen

I den här metaforen, som också benämns container-metaforen, ses tal som en samling objekt, en mängd. Här kommer antalsuppfattning in, kardinalitetsaspekten av tal. Vi pratar om tal som enskilda, som parvisa och som grupper. Positionssystemet bygger på att tal grupperas för att skapa större enheter eller "flera objekt i containern". Tio ental blir ett tiotal, tio tiotal blir ett hundratal. Den här metaforen relaterar till fysiska upplevelser av grupper av objekt, där en grupp med fler objekt är en större grupp än en med färre objekt. Ord och uttryck som kommer från den här metaforen är exempelvis: antal, en, fler, färre, många, inga, fem-grupper, tio-grupper, stor mängd, liten mängd. Operationer beskrivs i termer av att lägga till, lägga ihop, ta bort och mångfaldiga.

Metaforen bygger på elevers erfarenhet av att ingå i grupper och att hantera objekt i grupper. Även här behöver förskolan säkerställa att eleven får många erfarenheter av att räkna antal i en bestämd avgränsad mängd och att jämföra mängder. De behöver också kunna urskilja egenskapen antal från exempelvis storlek. Det klassiska barnprogrammet Fem myror är fler än fyra elefanter sätter fokus på just den erfarenheten. Den egenskap vi vill att barnen överför till tal är att fem är ett större tal än fyra för att det är fler, inte för att objekten i sig har större volym.



Konstruktionsmetaforen

I den här metaforen beskrivs tal som konstruerade objekt. Här ingår delhelhetsperspektivet på tal, att ett tal alltid kan delas upp i mindre bitar, och att dessa sedan kan kombineras på nya sätt.

I den grundläggande aritmetiken kan tal antingen delas upp additivt ($10 = 4 + 6$) eller faktoriseras multiplikativt ($10 = 2 \cdot 5$). Vi säger att tal består av sina delar. Varje tal kan representeras på oändligt många sätt.

Exempelvis: $10 = 5 + 5 = 1 + 2 + 3 + 4 = 2 \cdot 5 = 3 \cdot 3 + 1 = 12 - 2 \dots$

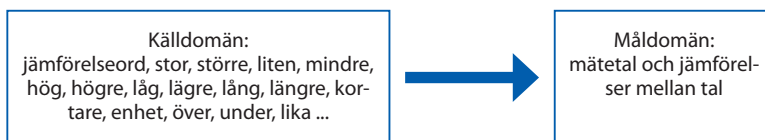
Vi sätter likhet mellan alla dessa uttryck eftersom de är olika sätt att konstruera samma tal. Rationella tal, det vill säga tal i bråkform och decimaltal, har också sin grund i konstruktionsmetaforen eftersom de bygger på att en enhet kan delas upp i lika delar. Tredjedelar delar upp enheten i tre lika delar och decimaltal delar upp enheten i tio lika delar.

Ord och uttryck som kommer från den här metaforen är exempelvis: sätta ihop, dela upp, dela lika, del av, gruppera, omgruppera, bråk (som egentligen betyder att bryta sönder) och decimal (som egentligen betyder tiondel).



Mätmetaforen

I den här metaforen relateras tal till uppmätta längder eller avstånd. Tal ses som punkter längs en linje och avstånd mellan dessa. Liksom i vägmetaforen kommer förståelse för ordningstalen in, att tal är placerade före och efter varandra i en bestämd ordning. Tal ses som mätetal och kan representeras av punkter på skalan i relation till noll-punkten och som avstånd mellan två givna punkter. Ord och uttryck som kommer från den här metaforen är relaterade till jämförelser mellan avstånd, såsom stor, större, liten, mindre, hög, högre, låg, lägre, lång, längre, kort, kortare, med speciellt fokus på jämförelser med en given enhet. Även ord som handlar om placering i relation till varandra, såsom över, under och lika. Vi pratar om tal som nära eller långt ifrån varandra och som över eller under noll.



För att mätmetaforens egenskaper ska kunna överföras till tal måste eleverna ha erfarenheter av mätning, både av direkt mätning och av indirekt mätning genom jämförelser med en given enhet, exempelvis sig själva, sin fot eller en pinne. De behöver få erfara att hög och låg kan vara synonymt med lång och kort, beroende på orienteringen av det som mäts. Dessa erfarenheter behöver också kunna överföras till en linjär skala. Vi illustrerar tal som punkter utplacerade på en tallinje eller i ett koordinatsystem och på skalor av olika slag. Nästan all mätning överförs på en längdskala av något slag.

Alla metaforer behövs

För att kunna undervisa i matematik på grundläggande nivå och för att kunna lära sig matematik som barn behövs språket. Lärare har stor nytta av att reflektera över vilka erfarenheter de ord och uttryck som används i undervisningen bygger på för att säkerställa att talens alla egenskaper kommer fram i undervisningen. Olika metaforer lyfter fram olika egenskaper. Om man enbart arbetar med mängder av objekt blir talbegreppet begränsat till de aspekter som objektsmetaforen sätter i fokus.

Även om vi måste använda oss av ett metaforiskt språk när vi först möter abstrakta begrepp är det viktigt att vi inte fastnar där. Den långsiktiga målsättningen är att kunna släppa metaforerna och behandla tal och operationer med tal som objekt inom den matematiska världen. Matematikdidaktikern Anna Sfard har beskrivit metaforer som ett tveeggat svärd. Å ena sidan ger de oss möjlighet att skapa abstrakta idéer, å andra sidan sätter de begränsande ramar kring vår fantasi och förståelse. Vår förståelse och fantasi kan bara nå så långt som de befintliga metaforiska strukturerna tillåter.

LITTERATUR

Lakoff, G. & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. Basic Books.