Anne-Marie Wastesson

Mönster kopplat till $kx + m = y$

Efter att ha arbetat som lärare i många år började författaren att koppla räta linjens ekvation $kx + m = y$ till allt fler matematikområden. Denna gång gjordes det när klassen arbetade med mönster och talföljder, och eleverna fick ta stöd av digitala hjälpmedel.

Jag har arbetat som matematiklärare i många år och har med tiden blivit frustrerad när jag märkt att vi lär ut exakt samma sak inom olika matematikområden men använder olika begrepp. Ett exempel på ett sådant begrepp är räta linjens ekvation, $kx + m = y$, som lärs ut f rst i årskurs 9. Fram till dess får eleverna lära sig många olika former på k-värdet utan att veta att det är det. Jag tror att det bidrar till att eleverna får mycket att hålla reda på och i f rlängningen tycker att matematik är svårt att lära sig. Om man i stället vänder på det och tidigt lär eleverna vad $kx + m = y$ står f r och sedan kopplar det till olika matematikområden så kanske de upplever att det är lättare att komma ihåg.

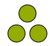
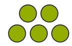
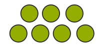
Denna idé ville jag prova och ansåg att det var bäst att testa i samband med att jag fick en ny klass i årskurs 7. Eftersom skolan f ljer ett läromedel så var algebra det f rsta arbetsområde som klassen m tte som kunde kopplas till $kx + m = y$. Jag valde att lägga avsnittet om m nster som kommer tidigt i algebraområdet sist. Min bakomliggande tanke var att eleverna f rst skulle lära sig att byta ut ett värde och att l sa ekvationer innan de arbetade med m nster och talf jder i relation till $kx + m = y$.

Lektion 1

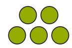
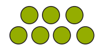
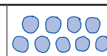
Jag startade den f rsta lektionen om m nster och talf ljder med en klassisk genomgång om vad differens och starttal är. Skillnaden mot hur jag tidigare har undervisat om m nster och talf ljder är att jag redan från b rjan kopplade uttrycket f r en talf ljd till ekvationen $kx + m = y$.

Eleverna fick tillgång till ett digitalt dokument med sju olika uppgifter om m nster. Det f rsta m nstret gjorde vi tillsammans, därefter fick de arbeta vidare med resterande m nster så långt som de hann. I de två f rsta m nstren var några av figurerna ritade som prickar. Uppgiften var att fylla i det visuella m nstret, antal prickar (vilket bildar en talf ljd) och differensen, samt skriva ett uttryck f r varje tal i talf ljden. De tomma rutorna f r figur 0 och 4 fick eleverna antingen rita eller bygga med hjälp av klossar f r att sedan fotografera och lägga in. Slutligen skulle de f rs ka skriva ett uttryck f r det n:te talet.

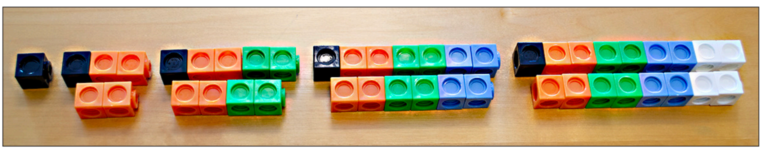
I de två kommande uppgifterna fick eleverna skapa m nster utifrån givna antal prickar och i de tre sista uppgifterna var tabellerna tomma, där fick eleverna skapa helt egna m nster.

						
	Figur 0	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur n
Antal prickar						
Differens						
Uttryck						

Tabellen visar det andra av de sju mönstren som eleverna fick arbeta med.

						
	Figur 0	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4	Figur n
Antal prickar	1	3	5	7	9	
Differens	$+2$	$+2$	$+2$	$+2$	$+2$	$+2$
Uttryck	$2 \cdot 0+1$	$2 \cdot 1+1$	$2 \cdot 2+1$	$2 \cdot 3+1$	$2 \cdot 4+1$	$2 \cdot n+1$

Tabellen visar en elevlösning där eleven valt att rita mönstret.



Ett sätt att bygga figur 0, 1, 2, 3 och 4 i ett eget mönster där ökningen blir synlig.

Alla elever hann med de tre f rsta m nstren. Jag trodde att de skulle tycka det var roligt att bygga m nster med klossar men de flesta valde att rita dem. Det berodde främst på att de tyckte att byggandet tog on digt mycket tid. En annan orsak kan ha varit att det var svårt att fotografera klossarna med hjälp av datorn. Mitt råd är att man ändå b r uppmuntra eleverna att arbeta konkret eftersom det praktiska arbetet kan hjälpa dem att både upptäcka och förstå mönster.

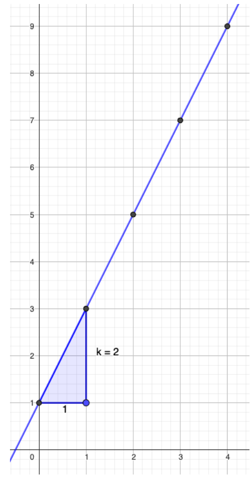
Lektion 2

x	y_1
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9

På den andra lektionen fick eleverna i uppdrag att l sa uppgifterna från f rra lektionen med hjälp av Geogebra. Lektionen inleddes med en repetition av vad vi hade gjort på f regående lektion. Eleverna loggade in i Geogebra och jag berättade om de funktioner som de skulle använda i programmet. Vi gjorde det f rsta m nstret tillsammans. De skrev in figurernas nummer och antal prickar i en tabell.

De kunde då se punkterna i ett koordinatsystem och jag berättade hur man läser av starttalet (m-värdet). Starttalet är det värde på y som fås då $x = 0$ i ekvationen $kx + m = y$. Eleverna fick även dra en linje mellan punkterna så att programmet räknade ut funktionen. Jag kopplade funktionen till det algebraiska uttryck som de hade kommit fram till under f rra lektionen. I nästa steg lät vi programmet räkna ut differensen (k-värdet). Vi startade även med det andra m nstret tillsammans men de som kände att de kunde klara det utan hjälp fick arbeta vidare. Även denna lektion hann alla g ra minst tre m nster.

Mitt syfte med Geogebra var att eleverna skulle se att punkternas koordinater motsvarar figurnummer och antal prickar i respektive figur. Genom att låta programmet räkna ut k fick eleverna visuellt se skillnaden mellan figur nr 1 och 2.

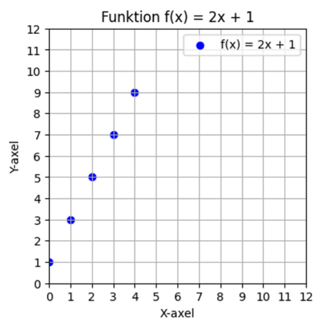


> Funktionen visar en kontinuerlig skala medan uppgiften som eleverna arbetade med handlar om en diskret talf ljd. En annan skillnad är att x används i programmet istället f r n som i det algebraiska uttrycket.

Lektion 3

Även denna lektion fick eleverna använda ett digitalt hjälpmedel, Pythonprogrammering i Colab. Eleverna fick koden av mig direkt och jag f rklarade vad varje del i koden står f r. De fick testa att ändra lite i den f r att se vad som händer med koordinatsystemet. Jag berättade att det som skiljer Geogebra från Colab är att Geogebra räknar ut funktionen åt dem medan man själv måste ha den klar när man ska arbeta i Colab.

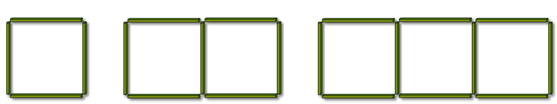
De fick sedan arbeta med sina m nster i Colab, ta ett foto på koordinatsystemet och klistra in det i sitt dokument.



I Colab blir utprickningen visuellt tydlig.

Lektion 4

Lektionen inleddes med en snabb repetition av räta linjens ekvation, $kx + m = y$, med utgångspunkt i m nster. Sedan fick eleverna nya m nster med upplägget som på bilden nedan. Därefter fick eleverna arbetsblad med talf ljder som skulle besvaras på samma sätt.

<table>
<tr><td rowspan="6">Klistra in bild från Geogebra</td><td>Uppgift 1</td></tr>
<tr><td>
Figur 1 Figur 2 Figur 3</td></tr>
<tr><td>a. Skriv in figur nr och antal i Geogebra.</td></tr>
<tr><td>b. Vad är differensen (k-värdet)?</td></tr>
<tr><td>c. Vad är starttalet (m-värdet)?</td></tr>
<tr><td>d. Vad är formeln (funktionen)?</td></tr>
</table>

Det fanns inget krav på att eleverna skulle lägga in en bild från Geogebra, jag ville se hur många som använde det automatiskt nu. Cirka 2/3 av eleverna använde Geogebra som st d medan 1/3 tyckte det var on digt och att det tog tid när det var så enkla uppgifter.

Lektion 5

På denna lektion fick eleverna färdiga uttryck och de skulle räkna ut de tre f rsta talen i talf ljden och svara på frågor.

Talföljden beskrivs med följande uttryck: $5n-2$
Vilka är de tre första talen i talföljden?

Nr	Uträkning	Tal
1	$5\cdot 1-2=3$	3
2	$5\cdot 2-2=8$	8
3	$5\cdot 3-2=13$	13
Skriv talföljden här: 3 8 13		
a. Vad är differensen (*k*-värdet)? 5 b. Vad är starttalet (*m*-värdet)? 2		

Jag ville att eleverna hela tiden skulle se båda termerna parallellt: differens och k-värde samt starttal och m-värde, f r att hjälpa dem att se kopplingen mellan dem.

Avslutning

Jag avslutade arbetsområdet med en uppf ljning f r att få syn på vad eleverna hade uppfattat om det matematiska innehållet. Jag sammanställde resultatet och reflekterade över vad i undervisningen som bidrog till elevernas olika uppfattningar och drog utifrån det lärdomar om vad jag beh ver tänka på när jag undervisar om samma innehåll nästa gång. Det fanns två frågor i uppf ljningen som jag personligen tyckte var mest intressanta. De grottade jag ner mig i och analyserade. Eftersom m nster var arbetsområdet svarade eleverna med det i åtanke. Den f rsta frågan som jag var särskilt intresserad av var:

Hur skulle du beskriva

a. k i $kx+m=y$?
b. x i $kx+m=y$?
c. m i $kx+m=y$?
d. y i $kx+m=y$?

På a fick jag svar som:

> *k* står för den konstanta differensen, alltså differensen mellan figurerna.
>
> *k* står för differensen, alltså hur mycket det ökar med hela tiden.

På b fick jag svar som:

> x står för figurnumret. Den varierar beroende på vilken figur vi ska räkna.
>
> x är figurnumret i mönstret.

På c fick jag svar som:

> m står för nollvärdet. Med det menar man värdet på den figur som egentligen är noll, men som man inte riktigt tar med.
>
> m är starttalet.

På d fick jag svar som:

> y står till exempel för hur många prickar det finns i en figur i ett mönster. Om frågan var ”Hur många prickar är det i figur 34?” så skulle y vara svaret.
>
> y:et beskriver svaret av ekvationen.

Tack vare uppf ljningen uppmärksammade jag att cirka 1/3 av eleverna inte var säkra på vad y står f r. Det är inte tillräckligt att svara att y beskriver svaret, utan snarare att det visar vilken y-koordinat som h r ihop med respektive x-koordinat i diagrammet, och att y därf r är beroende av x. Det är något som jag beh ver tydligg ra bättre i undervisningen fram ver.

Den andra frågan som jag var intresserad av var: ”Har det varit lärorikt att få använda Geogebra i arbetet med m nster?” Av de 21 eleverna i klassen var 16 positiva och fem negativa. De som var positiva ansåg att programmet hjälpte dem att f rstå talf ljder och var talen ska placeras i koordinatsystemet. De som var negativa skrev att det gick snabbare att räkna ut uppgifterna i huvudet än att använda programmet. F r att de ska se nyttan med att använda Geogebra beh ver de f rmodligen mer utmanande talf ljder att arbeta med. En elev ansåg att Geogebra gjorde jobbet vilket ledde till att man inte beh vde g ra så mycket själv. Denna elev svarade bara rätt på ungefär hälften av frågorna, så här utgjorde programmet en fallgrop som jag beh ver ha i åtanke fram ver.

Tankar framåt

Mina reflektioner efter arbetet med avsnittet om m nster och talf ljder är att eleverna har fått fler insikter. Jag kommer därf r att fortsätta att koppla på varje arbetsområde som passar in på den generella formeln $kx + m = y$. Nästa gång klassen träffar på det är när de ska räkna skala och jag kommer då att använda mig av Geogebra igen. Det är dock f rst när eleverna har gått igenom hela h gstadiet som jag kommer veta om detta arbetssätt har gett resultat f r elevernas f rståelse om $kx + m = y$.

LITTERATUR

Christiansen, C. & Nilsson, A-C. (2020). *Hundkojan*. Nämnaren, 2020:3.
Maunula, T. (2020). *Priset för tystnad i undervisning*. Nämnaren 2020:3.
Fredrikson, P. & Nyman, R. (2019). *Garagebyggen*. Nämnaren 2019:2.