

Att utveckla elevers förståelse för positionssystem – En undervisningsguide från forskningsprojektet PLUS

Uppgifterna – planeringskort

Planeringskortet för de olika uppgifterna är tänkta att fungera som stöd vid planering av en undervisning som kan ta form som en lärandeverksamhet så som det presenterats i inledningstexten. Undervisningsguiden, som är utvecklad inom ramen för PLUS-projektet, består av 25 uppgifter som tillsammans är tänkta att skapa förutsättningar för en förståelse av positionssystemet. Det kan vara klokt att avsätta ett lektionspass om 40–45 minuter i veckan. I de flesta fall är det fullt tillräckligt att arbeta med en uppgift åt gången. Några av uppgifterna är dock sådana att de med fördel kan genomföras under samma lektionspass (t.ex. uppgift 3 och 4). Tanken är att du tillsammans med dina elever ska arbeta igenom alla 25 uppgifter i den ordning som de presenteras.

I uppgift 1 introduceras eleverna till redskap samtidigt som de får träna på att ha en aktiv roll i klassrumsarbete. Fler redskap för modellarbete introduceras därefter i de olika uppgifterna. Uppgifterna 3–9 handlar främst om att eleverna ska få en förståelse för växling och gruppering och uppgifterna 10–24 introducerar eleverna till basystemet. Den sista uppgiften (uppgift 25) är tänkt att förbereda eleverna för att genomföra additioner i olika baser.

Planeringskortet för de olika uppgifterna är skrivna i matrisform med en uppgift per sida, kompletterat med de figurer som är aktuella att projicera på tavla/smartboard på den andra sidan. För varje uppgift finns fem kolumner med rubrikerna:

Syfte: anger vilket kunnande eleverna ska utveckla. OBS! i en lärandeverksamhet ska syftet *inte* presenteras för eleverna

Undervisningens genomförande: anger dels den *problemsituation* som läraren presenterar för eleverna (med hjälp av en ritning eller bild) dels hur undervisningen kan *iscensättas*

Förberedelser inför arbete i klass: anger vad av praktisk karaktär som är centralt vid iscensättning av uppgiften

Redskap för modellarbete: anger förslag på redskap som kan stötta det gemensamma arbetet med innehållet

Att vara observant på: anger vad läraren behöver vara observant på under arbetets gång för att följa upp uppgiftens syfte

Arbetsformer för att möjliggöra en lärandeverksamhet








Arbetsformerna bygger på några av de centrala principerna som presenterats under rubrikerna: [Lärandeverksamhet](#), [Positionssystemet](#) och [Redskap för modellarbete i en lärandeverksamhet](#).

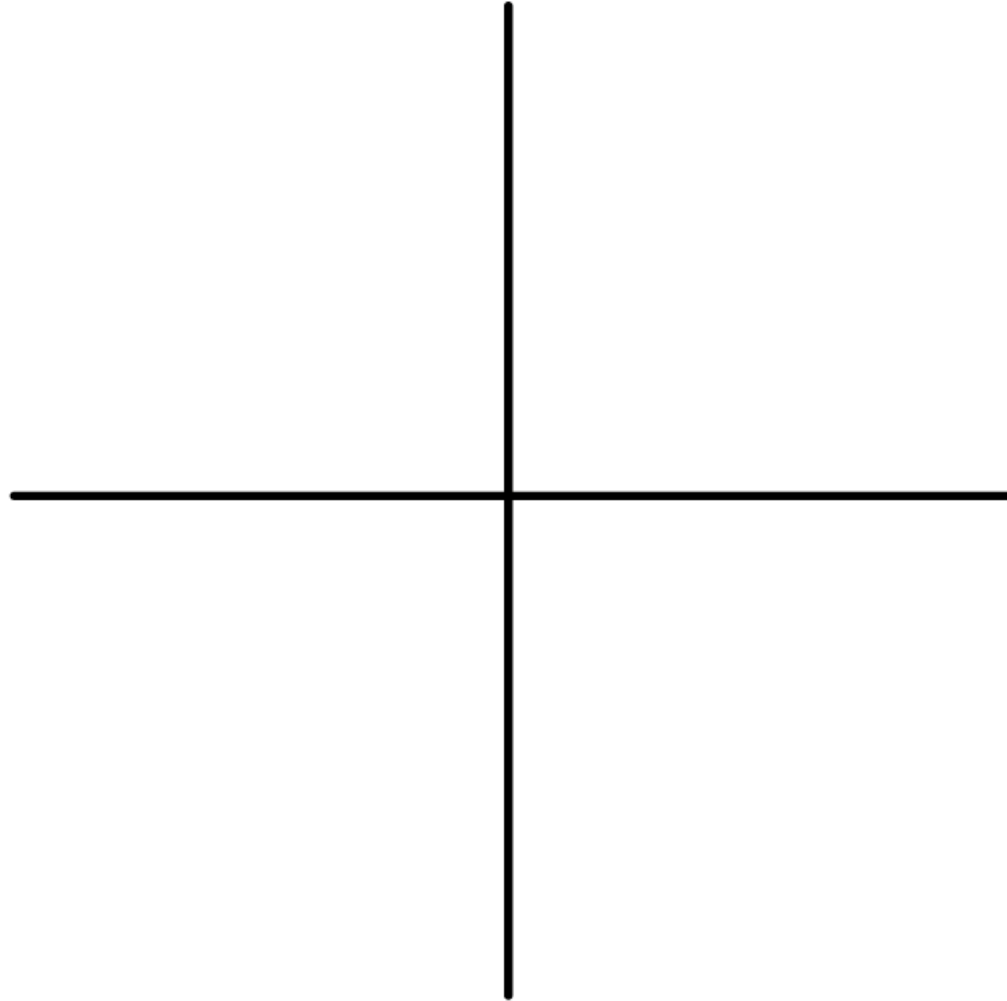
Helklassdiskussioner på en gemensam arbetsyta: Flertalet av uppgifterna är tänkta att genomföras i form av kollektiva diskussioner på en gemensam arbetsyta (en tavla, smartboard eller projicerad bild). Det viktiga är att det är möjligt för eleverna att visa hur de tänker att uppgiften kan lösas eller hur de vill justera en annan elevs förslag. Tanken är alltså att från början vänja eleverna vid att komma fram till tavlan och förklara. Dock räcker det ofta med att ett par eller tre elever kommer fram till tavlan i samband med en uppgift. Alla behöver således inte presentera sina förslag eller komma fram till tavlan. Det kan fungera bra med att de elever som inte arbetar vid tavlan gör motsvarande arbete i sina räknehäften. Att elevernas förslag och försök blir synliga för hela klassen är alltså av stor betydelse. Vid helklassdiskussioner är det lätt hänt att eleverna fastnar på detaljer som inte är av central betydelse för uppgiften eller att de kommer med förslag som kan vara svåra att relatera till det som uppgiften är utformad för. Därför behöver läraren vara förberedd på att hjälpa eleverna att hålla innehållsligt fokus. Läraren behöver hjälpa eleverna att använda de begrepp och redskap som krävs för utforskandet av det matematiska innehållet, till exempel måttenhet, enheter, sträckor och växling (läs mer i texten).

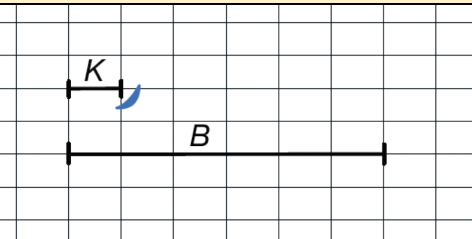

Par- eller grupparbete: Ibland är det fördelaktigt att låta eleverna i par eller mindre grupper inledningsvis arbeta fram förslag som sedan kan bli underlag för en helklassdiskussion. Även här är det viktigt att eleverna förstår att det som ska tas upp i helklassdiskussionen ska representera *olika* förslag (vanligen tre till fyra).

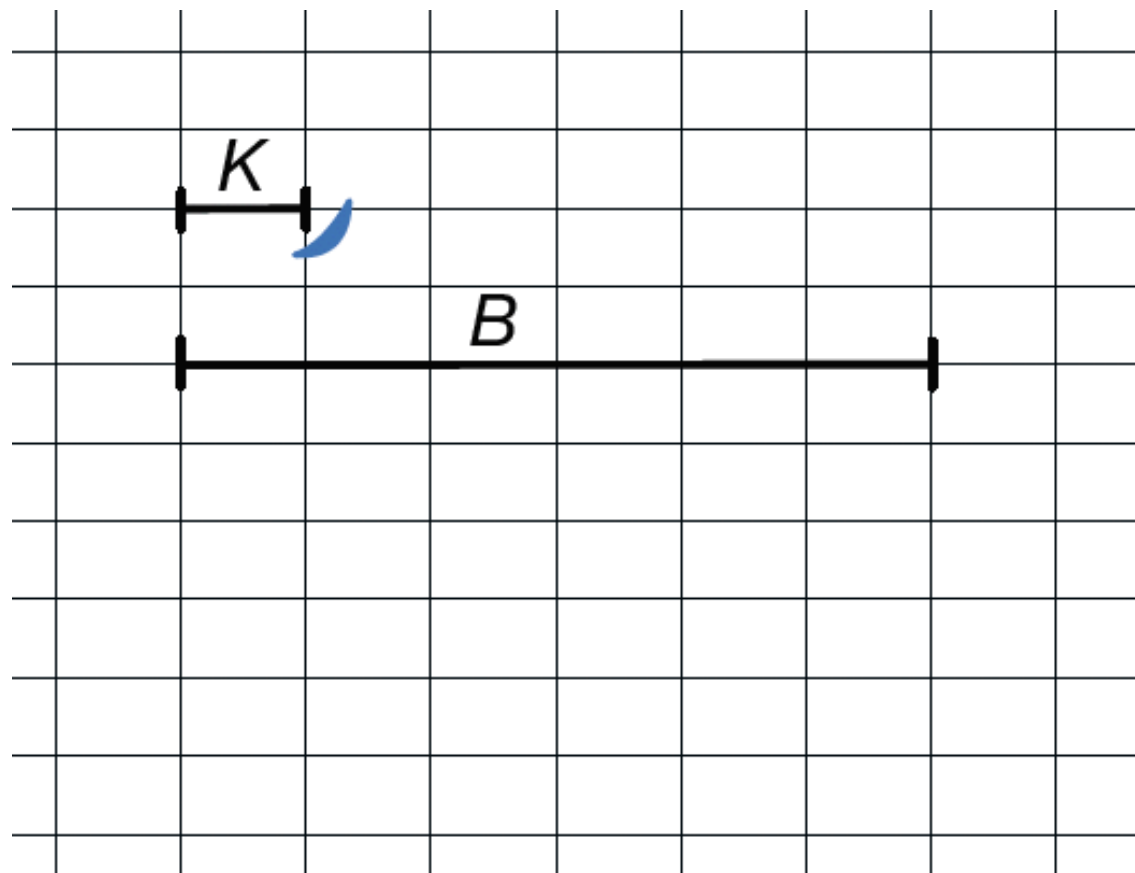
Individuella anteckningar: Trots att arbetet med lärandeverksamhet (se inledningen) innebär ett kollektivt undersökande arbete kan eleverna göra individuella anteckningar. Till detta behöver de antingen räknehäften med rutor eller blanka sidor. Kopieringsunderlagen som tillhör respektive uppgift kan också användas som arbetsblad.

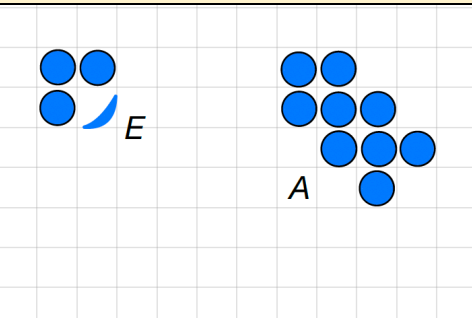
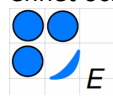
Material: Utöver vad som står om förberedelser i planeringskorten behöver det till varje uppgift finnas pennor, linjaler, saxar, suddgummin, lim och räknehäften (A4 – gärna blanka), rutade arbetsblad, på [NCM:s](#) hemsida finns olika varianter för utskrift. Det kan i vissa uppgifter även fungera att använda Cuisenairestavar som redskap (för datorprojicering finns Cuisenairestavar online se t.ex. [Nrich.math.com](#))

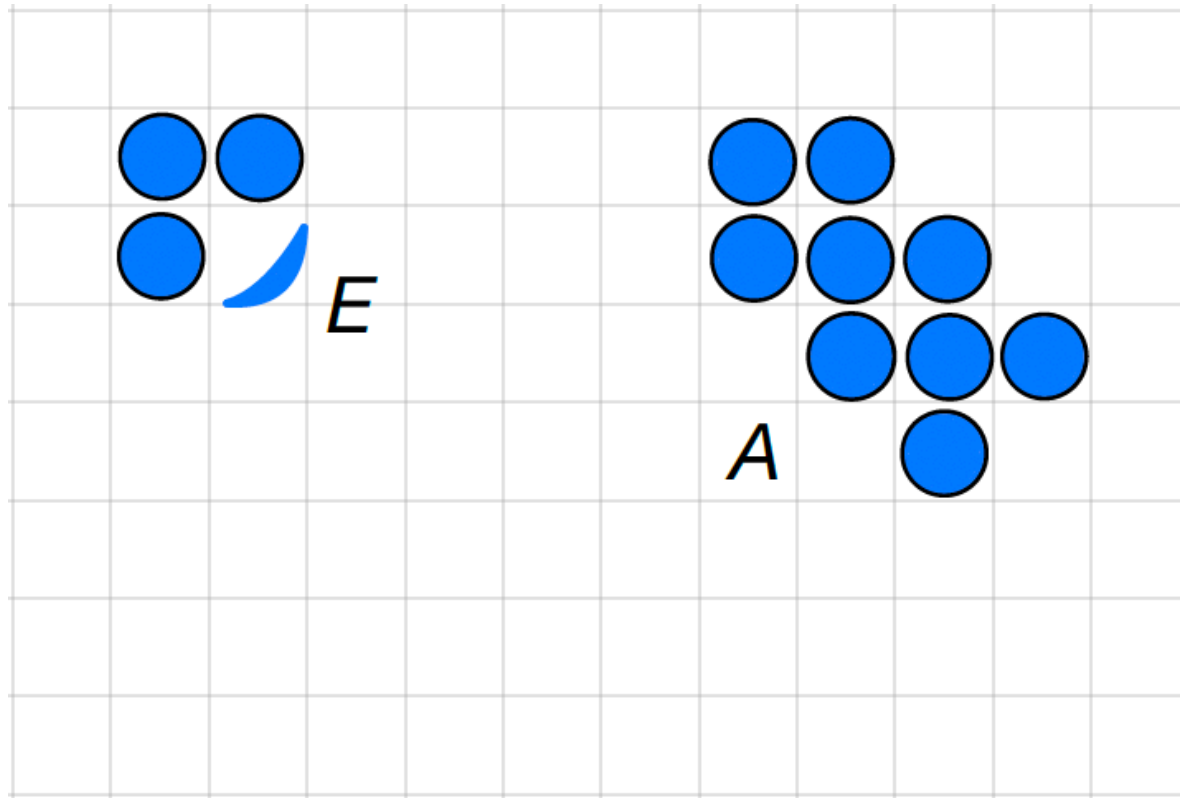
Uppgift 1. Introduktion till lärandeverksamhet och arbete med lärandemodeller																
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på												
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att olikhet kan representeras med olika redskap och symboler. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Hur kan dessa volymer beskrivas i fyrfältaren [som är ritad på tavlan]? Vad är olika med de två burkarna? Vilka olikheter är viktigt att diskutera i matematik? Hur kan vi representera resultatet av våra diskussioner med hjälp av fyrfältaren?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> </table> <p>I helklass: Håll upp burkarna med de olika volymerna framför klassens:</p> <p><i>Fält 1:</i> Låt eleverna diskutera hur de kan rita av burkarna i det första av de fyra fälten för att visa vad som är olika.</p> <p><i>Fält 2:</i> Visa med händerna en lång och en kort "sträcka." Låt eleverna resonera om hur en kort sträcka kan representera den lilla volymen och en lång sträcka den stora volymen. Låt några elever rita sträckorna på tavlan i det andra fältet, de övriga eleverna gör motsvarande i sitt räknehäfte. Låt eleverna komma fram till en bokstavssymbol för att namnge de två volymerna och tillhörande sträcka.</p> <p><i>Fält 3:</i> Låt eleverna komma fram till svar som: $A < B$, $B > A$, $A \neq B$.</p> <p><i>Fält 4:</i> Låt eleverna föreslå numeriska exempel för olikheten; eleverna och läraren hittar först på tillsammans, sedan kan eleverna arbeta självständigt med att ta fram exempel.</p>	1	2	3	4	 <ol style="list-style-type: none"> Ta fram två burkar som är identiskt lika. Fyll burkarna med olika mycket vatten (färgat vatten syns bäst). Rita eller projicera en fyrfältare på tavlan. <p>Eleverna behöver ett papper (eller en sida i räknehäftet) där de ritat fyrfältaren och noterar resultatet av diskussionerna.</p> <p>Varje elev behöver också linjal, penna, färgpennor, sudd och lim.</p>	<ul style="list-style-type: none"> sträckor att representera de två volymerna med: <div style="margin-left: 20px;">  </div> algebraiska symboler (A och B) uttryck för olikhet (och likhet): symbolerna $<$ $>$ $=$ \neq fyrfältaren för att dokumentera resultatet av resonemangen <p>Nedan ett exempel på elevarbete:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">  A B </td> <td style="text-align: center;">  A B </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$A \neq B$</td> <td style="text-align: center;">$3 \neq 4$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$A < B$</td> <td style="text-align: center;">$5 < 8$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$B > A$</td> <td style="text-align: center;">$1 + 2 > 1$</td> </tr> </table>	 A B	 A B	$A \neq B$	$3 \neq 4$	$A < B$	$5 < 8$	$B > A$	$1 + 2 > 1$	<ul style="list-style-type: none"> olikhet likhet konstruktioner med linjal fyrfältare och sträckor <p>OBS! En sträcka är ett streck med en markerad början och ett markerat slut.</p> <p>OBS! Samma matematiska innehåll kan representeras på olika vis med hjälp av olika redskap som även kan samverka för att tydligare visa vad som avses, dvs. redskapen kan utvecklas till lärandemodell.</p> <p>Vid behov kan eleverna i ett uppföljande lektionspass uppmanas att utforska hur olikheten kan göras lika.</p> <p>Det finns tre sätt att skapa likhet; ta bort från den stora mängden, lägga till i den lilla mängden eller ge halva skillnaden mellan de två mängderna till båda.</p>
1	2															
3	4															
 A B	 A B															
$A \neq B$	$3 \neq 4$															
$A < B$	$5 < 8$															
$B > A$	$1 + 2 > 1$															

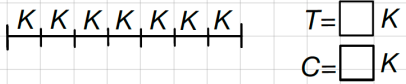
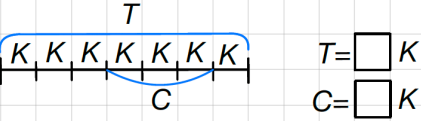

Uppgift 1. Introduktion till lärandeverksamhet och arbete med lärandemodeller (för projicering på tavlan)

Uppgift 2. Mätning med måttenheter – längd				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> principen för mätning med måttenhet (och symbolen för måttenheten) att mätetalet som erhålls vid en mätning av en given kvantitet (oavsett antal, area, sträcka, volym) bestäms av hur många gånger måttenheten ryms. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> En pojke har sagt att mätt sträckan B? Hur kan han ha gjort?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Låt eleverna kollektivt komma fram till att K är den enhet som de ska mäta med och att den markeras med enhetsbågen. Därefter får eleverna resonera sig fram till att B är lika med $6K$.</p> <p>Förslagsvis kan ett par elever få pröva att mäta sträckan B vid tavlan och några andra kan sedan göra noteringen med de algebraiska symbolerna.</p> <p>Uppgiften kan expanderas genom att fråga eleverna hur man kan göra om man inte har några rutor i den här uppgiften.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym I, s. 41)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Sträckan B ritas eller projiceras på tavla/smartboard för det kollektiva arbetet.</p> <p><i>Räknehäfte/arbetsblad:</i> Förbered underlag som eleverna kan klistra in i sina räknehäften eller skriv ut underlaget som ett arbetsblad.</p> <p>OBS! Uppgifterna 3, 4 och 5 bygger på idén om att eleverna ska uppleva variation av måttenheten därför kan det vara bra att genomföra dem under samma lektion.</p>	<ul style="list-style-type: none"> symbol för måttenhet (enhetsbågen)  sträckor som kvantitet B och som måttenhet K uttryck med algebraiska symboler: $B=6K$ 	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip (sträckor) måttenheter kan se olika ut och kan vara skilda från antalet 1 enheten noteras med en enhetsbåge identifiering av likhet och konstruktion av likhet uttryck med algebraiska symboler <p>OBS! 1:1-principen, dvs. den delen av en kvantitet som är mätt med en måttenhet kan inte "överlappas" med en annan måttenhet.</p> <p>OBS! Läraren behöver introducera enhetssymbolen till eleverna. Bestäm vad den ska kallas, t.ex. enhetsbåge.</p>

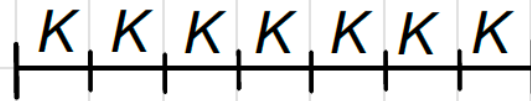
Uppgift 2. Mätning med måttenheter – längd (för projicering på tavlan)

Uppgift 3. Mätning med måttenheter – antal (ev. på samma lektion som föregående uppgift eller som uppvärmning till nästa uppgift)				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> principen för mätning med måttenhet (här benämnd E) att en måttenhet kan representeras av "vad som helst" (här tre bollar). <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: En flicka har ritat A och föreslår att det går att mäta A med E. Hur kan hon ha tänkt? Vilka principer kan hon ha arbetat efter?</p> <p>Iscensättning: Låt eleverna genom ett kollektivt utforskande identifiera vad som utgör måttenheten (E). Därefter fokuseras diskussionen på hur många E som ryms i helheten A.</p> <p>Helklass: På tavlan: Förslagsvis kan ett par elever få ringa in det som motsvarar enheten E på kvantiteten A för att tydliggöra att det ryms $3E$ i A. En annan elev kan samtidigt göra noteringen bredvid på tavlan med algebraiska symboler.</p> <p>Motsvarande arbete kan dokumenteras av eleverna i deras räknehäfte eller på ett arbetsblad.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym I, s. 41)</p> <p>Helklassarbete: Kvantiteten A ritas eller projiceras på tavlan.</p> <p>Räknehäfte/arbetsblad: Förbered underlag som eleverna kan klistra in i sina räknehäften eller skriv ut underlaget som ett arbetsblad som eleverna kan arbeta med enskilt eller i par.</p> <p>Eleverna behöver färgpennor för att göra inringningar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhet och enhetsbågen  måttenheten E (en grupp av tre bollar symboliserad med enhetsbåge) inringningar för att markera antalet enheter uttryck med algebraiska symboler: $A=3E$ 	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip (antal) måttenheter kan se olika ut och behöver inte utgöras av antalet 1 enhetsbågen identifiering av likhet och konstruktion av likhet uttryck med algebraiska symboler <p>OBS! Låt inte eleverna fastna vid hur de tre bollarna är placerade i E. Det viktiga är urskiljandet av att det är tre bollar som är den måttenhet som ska användas.</p> <p>Vid behov diskutera med eleverna hur enheten E kan se ut på andra sätt.</p>

Uppgift 3. Mätning med måttenhet – antal (för projicering på tavlan)

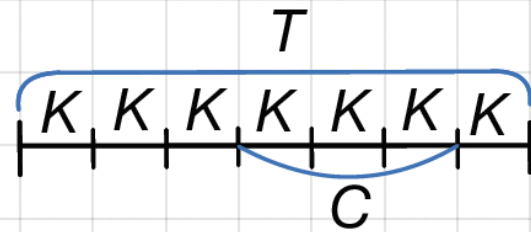
Uppgift 4. Bestämning av del – helhet				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att olika helheter kan mätas med samma enhet (här K). <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Några barn har ritat den här bilden till oss och vill att vi ska fylla i de tomma rutorna [Läraren ritat en av de blå bågarna i taget så alla är med på vad som diskuteras]. Vad kan eleverna ha tänkt när de gjort så här?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Oavsett om arbetet organiseras i par/mindre grupper eller i helklass behöver eleverna diskutera vad "barnen" har mätt och vad symbolerna T, C och K betyder.</p> <p>Vidare behöver de reflektera över hur mätresultatet kan noteras med algebraiska symboler.</p> <p>Uppgiften kan expanderas om någon av eleverna föreslår att C är en måttenhet kan resultatet vara $T=2C+1K$.</p> <p>Ett annat sätt att utveckla uppgiften kan vara att ha en extra kopia av sträckan med K i beredskap och pröva att markera andra helheter.</p>	 <p>$T = \square K$ $C = \square K$</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften på tavlan och rita först båge T tillsammans med eleverna för att kunna diskutera varje helhet för sig (helhet T och helhet C).</p>  <p>$T = \square K$ $C = \square K$</p> <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym I, s. 48)</p> <p>Eleverna ritat in motsvarande bågar i räknehäftet.</p> <p>Alternativt kan figuren där bågarna är ifyllda projiceras på tavlan från början.</p> <p>Det finns en fördel med att låta denna uppgift genomföras helt och hållet i helklass och inte ta alltför lång tid.</p>	<ul style="list-style-type: none"> bågar för markering av de helheter som ska mätas med måttenheten K  <ul style="list-style-type: none"> uttryck med algebraiska symboler: $T=7K$ $C=3K$ 	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip (antal) olika helheter på samma sträcka men samma måttenhet identifiering av likhet och konstruktion av likhet uttryck med algebraiska symboler <p>OBS! 1:1-principen, dvs. den delen av en kvantitet som är mätt med en måttenhet kan inte "överbäras" med en annan måttenhet. Eleverna ska inte fastna i diskussioner om vad bokstäverna betyder.</p> <p>Med utgångspunkt i de tidigare uppgifterna bör eleverna så småningom förstå att vilken bokstav som helst kan användas som en algebraisk symbol för att beteckna en enhet eller en kvantitet.</p>

Uppgift 4. Bestämning av del – helhet (för projicering på tavlan – två alternativ)




$$T = \square K$$

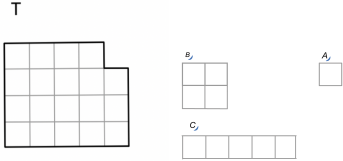
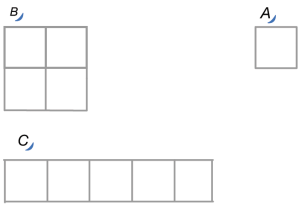
$$C = \square K$$

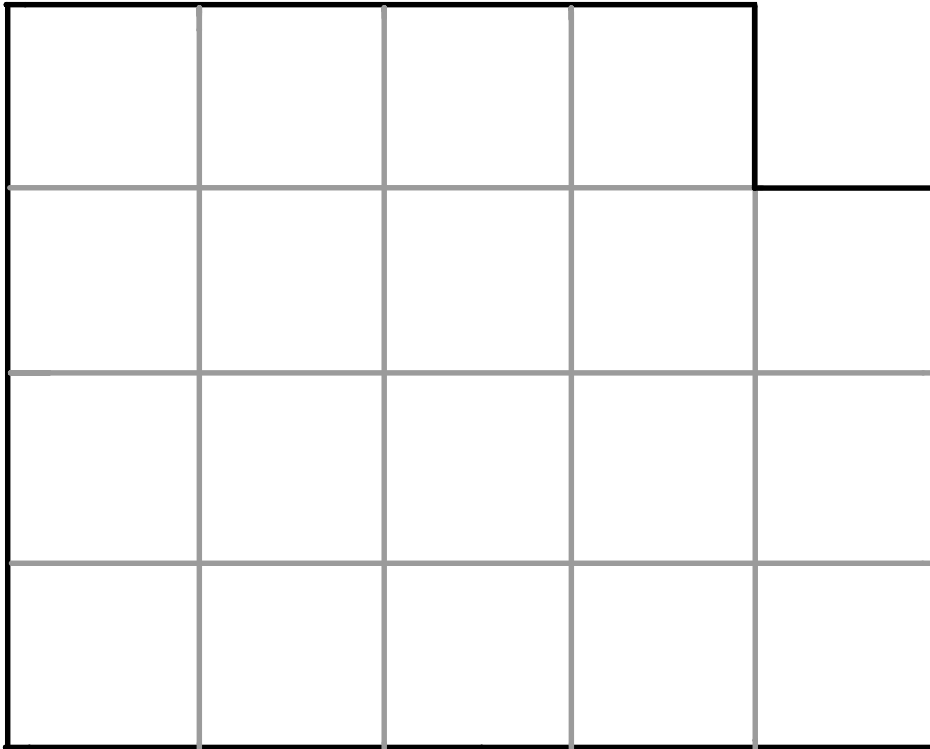


$$T = \square K$$

$$C = \square K$$

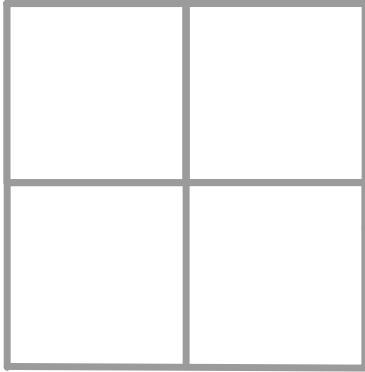
Uppgift 5. Mätning med måttenheter – exemplet volym																																				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																																
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att mätning av en kvantitet ger olika mätresultat om måttenheternas storlek varierar. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Tre elever har mätt volymen i bägaren T. Elsa säger att den är 2, Elton säger att den är 4 och Erik säger att den är 20. Hur kan det vara möjligt att innehållet i T kan vara både 2, 4 och 20? För alla tre svar är nämligen rätt.</p> <p>[Läraren skriver upp talen 2, 4, 20 under varandra på tavlan]</p> <p>OBS! Läraren ska inte ställa frågan om vilka mått de olika barnen kan ha mätt med.</p> <p>Iscensättning: Problemet ska utforskas i en helklassdiskussion där två till tre elever får ge sina olika lösningsförslag på tavlan. Låt klassen reflektera över antalet enheter, eller vad som rymms i en enhet.</p> <p>Denna uppgift kan expanderas för mer vana elever med ett ytterligare mått, som är annorlunda till form, men som rymmer samma mängd som t.ex. måttenheten A. Denna kan då få benämningen E ($T=4E$).</p>	 <p>Helklassarbete: En stor bägare märkt med bokstaven T (den volym som ska mätas). I närheten, lite i skymundan av T, ska det finnas tre olika stora bägare (inte cl, dl och liter).</p> <p>Bestäm tillsammans med eleverna vad de olika mindre bägarna ska heta (t.ex. A, B, C) och markera dem inför eleverna.</p> <p>OBS! Vattnet ska inte mätas konkret utan det är samtalet om mätningen som är viktigt och hur det kan noteras i en tabell Eventuellt: förbered en tabell för notering av mätresultaten på tavlan. OBS! fyll i tabellen tillsammans med eleverna.</p> <table border="1" data-bbox="896 965 1281 1117"> <thead> <tr> <th></th> <th>Volymen T</th> <th>Algebraisk symbol</th> <th>Måttenhet</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Elsa</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Elton</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Erik</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Volymen T	Algebraisk symbol	Måttenhet	Elsa				Elton				Erik				<ul style="list-style-type: none"> numeriska och algebraiska symboler, t.ex. A, B och C exempel på uttryck: $T = 2C$ $T = 4A$ $T = 20B$ <p>Vid behov: rita upp tre sträckor som är lika långa men som är indelade enligt: $T = 2C$ $T = 4A$ $T = 20B$</p> <p>Exempel på tabell:</p> <table border="1" data-bbox="1400 778 1662 890"> <thead> <tr> <th></th> <th>Volymen T</th> <th>Algebraisk symbol</th> <th>Måttenhet</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Elsa</td> <td>2</td> <td>C</td> <td>Röd kopp</td> </tr> <tr> <td>Elton</td> <td>4</td> <td>A</td> <td>Gul kopp</td> </tr> <tr> <td>Erik</td> <td>20</td> <td>B</td> <td>"Snapsglas"</td> </tr> </tbody> </table>		Volymen T	Algebraisk symbol	Måttenhet	Elsa	2	C	Röd kopp	Elton	4	A	Gul kopp	Erik	20	B	"Snapsglas"	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip (volym) måttenheter (OBS! måttenheternas olikhet ligger i deras volym, inte deras utseende) identifiering av likhet och konstruktion av likhet algebraiska symboler <p>Matematisk grund som läraren behöver fokusera men inte explicitgöra för eleverna:</p> $\frac{T}{C} = 2$ $\frac{T}{A} = 4$ $\frac{T}{B} = 20 \rightarrow C > A \text{ och } B$ $C > A > B$ $B < A \text{ och } C$
	Volymen T	Algebraisk symbol	Måttenhet																																	
Elsa																																				
Elton																																				
Erik																																				
	Volymen T	Algebraisk symbol	Måttenhet																																	
Elsa	2	C	Röd kopp																																	
Elton	4	A	Gul kopp																																	
Erik	20	B	"Snapsglas"																																	

Uppgift 6. Mätning med olika måttenheter – areaenheter				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att samma kvantitet kan mätas med olika måttenheter vilket ger olika resultat mindre (eller större) måttenheter kan behöva konstrueras för att mätningen ska fungera. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Några elever har sagt att de klarade av att mäta area T med måttenheterna B och C. Hur kan de ha gjort?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Låt eleverna i grupp testa att mäta T med enheterna C och B.</p> <p>Fråga vid behov: Hur blir det om vi måste använda både C och B? Hur blir det om de inte får ligga på varandra? Hur blir det om de inte får ändras?</p> <p>Ett urval av elevernas förslag presenteras på tavlan och diskuteras tills någon (helst en elev) föreslår att de behöver en mindre måttenhet A.</p> <p>Resultaten noteras på tavlan i form av uttryck (se spalten <i>Redskap</i>).</p>	<p>T</p>  <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 32. Enheten A är tillagd)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Figuren T och måttenheterna B och C projiceras på tavlan som en introduktion. OBS! Måttenheten A ska inte vara synlig men finnas till hands för att visas senare.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Eleverna föreslås arbeta i grupper om två till tre. Varje grupp behöver ha ett papper med figuren T som de ska mäta.</p> <p>Måttenheterna C och B behöver vara urklippta (minst 5 av varje). Både figuren och måttenheterna ska vara i samma färg.</p> <p>OBS! Enheten A ska inte finnas tillgänglig för eleverna från början.</p>	<ul style="list-style-type: none"> areaenheter som måttenheter:  <p>Vid behov markera enhetsbåge för att förtydliga att B och C (och senare A) är måttenheter.</p> <ul style="list-style-type: none"> uttryck med algebraiska symboler: $T=4B$ och $3A$ $T=3C$ och $4A$ $T=2C$ och $2B$ och $1A$ <p>OBS! Välj att alltid notera de större enheterna först.</p>	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip (area) att en mindre måttenhet kan behöva användas för ett mer exakt resultat säkerställ att eleverna förstår vad en måttenhet är och att en kvantitet kan behöva bestämmas med hjälp av flera och olika måttenheter men att så stora måttenheter som möjligt ska väljas först likhet som uttryck enheterna kan inte läggas ovanpå varandra <p>OBS! 1:1-principen, dvs. den delen av en kvantitet som är mätt med en måttenhet kan inte "överlappas" med en annan måttenhet.</p>

Uppgift 6. Mätning med olika måttenheter – areaenheter (för projicering på tavlan) T 

Uppgift 6. Mätning med olika måttenheter – areaenheter (kopieringsunderlag). Varje elev/elevpar behöver flera av respektive måttenhet (dock inte A från början)

B

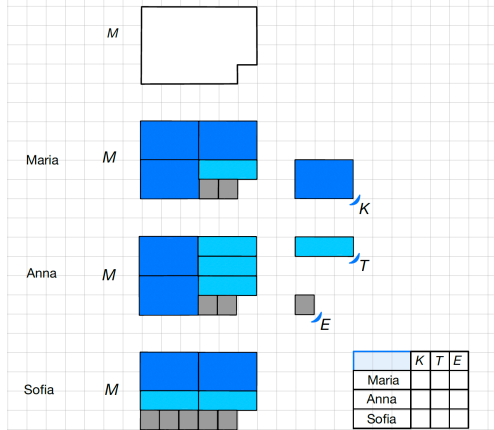
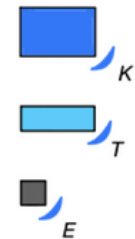


A

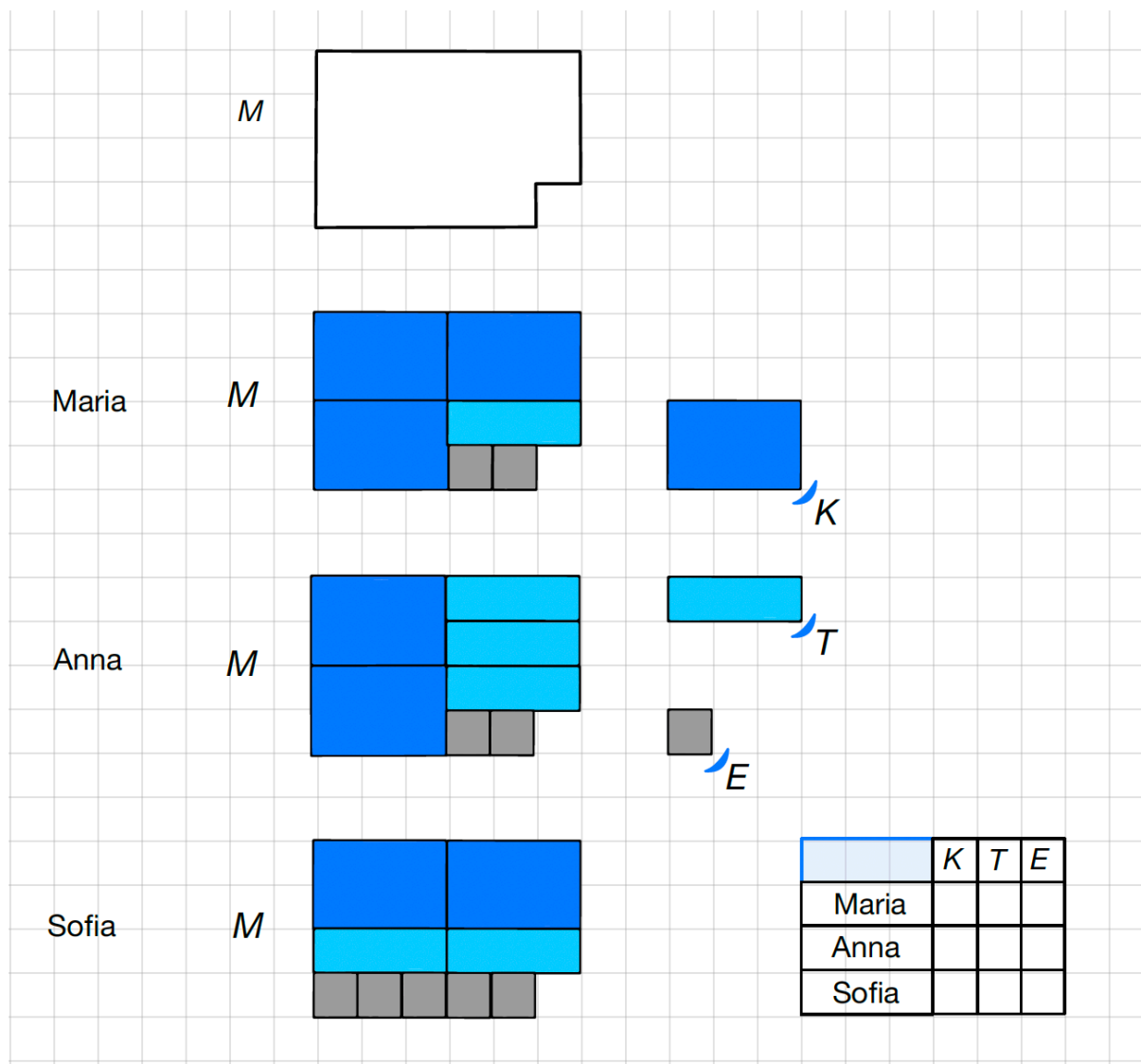


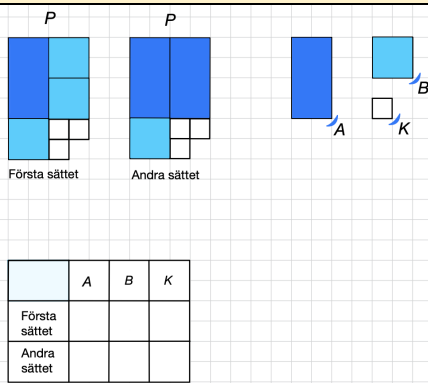
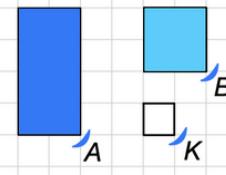
C



Uppgift 7. Mätning och växling med areaenheter																																				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																																
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att växling kan göras både uppåt och neråt att växling från en mindre till en större måttenhet enligt ett system ger olika mätetal att strukturen bygger på att man vid mätning anger så få talenheter som möjligt (det vi valt att kalla rationell mätning) att måttenheterna kan behöva växlas för att resultatet ska kunna jämföras. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Tre barn har mätt figuren M. De har fått helt olika resultat. Varför har de fått olika resultat?</p> <p>Iscensättning: Inled diskussion med att fastställa vad som är lika/olika i de tre lösningarna och hur de tre lösningarna kan noteras i tabellen. Hur ska Anna och Sofia göra för att få samma resultat som Maria?</p> <p>Fråga vid behov: Kan vi bara använda T? eller K? eller E? Hur ska vi göra om vi ska använda så få enheter som möjligt?</p> <p>Hjälp eleverna att reflektera över att det är mer effektivt att växla mindre enheter till så stora enheter som möjligt.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 48)</p> <p>Helklassarbete: Projicera inledningsvis M och de olika måttenheterna. Diskutera kollektivt hur M kan mätas på olika sätt.</p> <p>Projicera därefter de tre elevernas förslag och den tomma tabellen som underlag för den fortsatta helklassdiskussionen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> areor som måttenheter:  tabell för notering av mätresultat: <table border="1" data-bbox="1433 606 1724 813"> <thead> <tr> <th></th> <th>K</th> <th>T</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Maria</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Anna</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Sofia</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="1433 845 1724 1053"> <thead> <tr> <th></th> <th>K</th> <th>T</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Maria</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Anna</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Sofia</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> uttryck med algebraiska symboler: $M=3K \ 1T \ 2E$ $M=2K \ 3T \ 2E$ $M=2K \ 2T \ 5E$ 		K	T	E	Maria				Anna				Sofia					K	T	E	Maria	3	1	2	Anna	2	3	2	Sofia	2	2	5	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip: att olika stora måttenheter ger olika mätetal växling från mindre till större måttenheter notering av resultat med olika positioner (talen kan även lyftas ut ur tabellen) <p>OBS! Det kan vara svårt för eleverna att förstå idén att man vid mätning först tar så många som möjligt av de största måttenheterna. Detta är ett första steg på vägen mot en förståelse för gruppering och positioner.</p> <p>Begreppet växling kan behöva introduceras av läraren då det kan vara obekant för eleverna.</p> <p>Vi har valt att använda uttrycket rationell mätning men det kan också fungera att tala om det som effektiv, ändamålsenlig, smidig, praktisk.</p>
	K	T	E																																	
Maria																																				
Anna																																				
Sofia																																				
	K	T	E																																	
Maria	3	1	2																																	
Anna	2	3	2																																	
Sofia	2	2	5																																	

Uppgift 7. Mätning och växling med areaenheter (för projicering på tavlan)


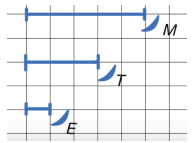


Uppgift 8. Mätning och växling med areaenheter																												
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																								
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att växling från mindre till större måttenhet enligt olika system ger olika mätetal att det är mer rationellt att använda så få måttenheter som möjligt. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Två elever i en annan klass har mätt area P på två olika sätt. Hur har de gjort och vad är skillnaden?</p> <p>Iscensättning: Om uppgiften sker i helklass behöver eleverna först diskutera vad som ska mätas och vilka måttenheter som används för "det första och andra sättet". Dessutom behöver eleverna notera resultaten i tabellen.</p> <p>Vid grupparbete – välj ut några olika lösningsförslag och för en helklassdiskussion utifrån dem. Diskutera kring vilket sätt som är mest rationellt.</p>	 <p>Första sättet Andra sättet</p> <table border="1" data-bbox="918 478 1108 606"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>K</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Första sättet</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Andra sättet</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 49)</p> <p>Bestäm på förhand om uppgiften helt och hållet ska lösas kollektivt i helklass eller om den ska lösas i grupp med en uppsummerande helklassdiskussion.</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften i sin helhet på tavlan för den kollektiva diskussionen.</p> <p>Arbete i grupp: Varje grupp behöver ha uppgiften på ett gemensamt arbetsblad.</p>		A	B	K	Första sättet				Andra sättet				<ul style="list-style-type: none"> areor som måttenheter:  <ul style="list-style-type: none"> tabell för notering av mätresultat algebraiska uttryck 	<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip: att olika stora måttenheter ger olika mätetal växling från mindre till större måttenheter för att nå en mer rationell mätning notering av resultat med olika positioner (talen kan även lyftas ut ur tabellen) <p>Facit:</p> <table border="1" data-bbox="1814 718 2049 877"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>K</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Första sättet</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Andra sättet</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> uttryck med algebraiska symboler: $P=1A \ 3B \ 3K$ $P=2A \ 1B \ 3K$ 		A	B	K	Första sättet	1	3	3	Andra sättet	2	1	3
	A	B	K																									
Första sättet																												
Andra sättet																												
	A	B	K																									
Första sättet	1	3	3																									
Andra sättet	2	1	3																									

Uppgift 8. Mätning och växling med areaenheter (för projicering på tavlan)


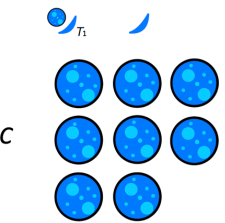

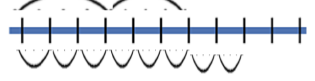


	A	B	K
Första sättet			
Andra sättet			

Uppgift 9. Rationell mätning – längd																			
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på															
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> principen för notering av mätresultat, där så många av den största måttenheten anges först, från vänster till höger att mätresultaten som dokumenteras i tabellen varierar beroende på vilka måttenheter som används. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: En elev har mätt sträckan B. Hur lång är den? Hur kan sträckan B mätas på det andra sättet?</p> <p>Iscensättning: Konstruera först tillsammans den givna sträckan B på tavlan enligt "första sättet".</p> <p>Diskutera sedan med eleverna hur sträckan B kan mätas om de använder så få måttenheter som möjligt, dvs. mäter rationellt.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 49)</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften på tavlan.</p> <p>För ett kollektivt arbete på tavlan kan ett rutsystem som är 23 rutor (likt kopieringsunderlaget), projiceras på tavlan (eller välj rutad bakgrund på smartboarden).</p>	<ul style="list-style-type: none"> sträckor som måttenheter:  tabell för att notera resultatet för "andra sättet": <table border="1" data-bbox="1429 609 1758 746"> <tr> <td></td> <td></td> <td>M</td> <td>T</td> <td>E</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>Första sättet</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Andra sättet</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 			M	T	E	B	Första sättet	2	3	4		Andra sättet				<ul style="list-style-type: none"> mätandets princip: att olika stora måttenheter ger olika mätetal växling från mindre till större måttenheter för att nå en mer rationell mätning <p>OBS! Uppmärksamma eleverna på att de ska använda så få måttenheter som möjligt.</p> <p>Facit: Med principen om att man vid tar så många av de största måttenheterna först kan resultatet endast bli: $4M \ 1T \ 0E$.</p>
		M	T	E															
B	Första sättet	2	3	4															
	Andra sättet																		

Uppgift 9. Rationell mätning – längd (för projicering på tavlan)

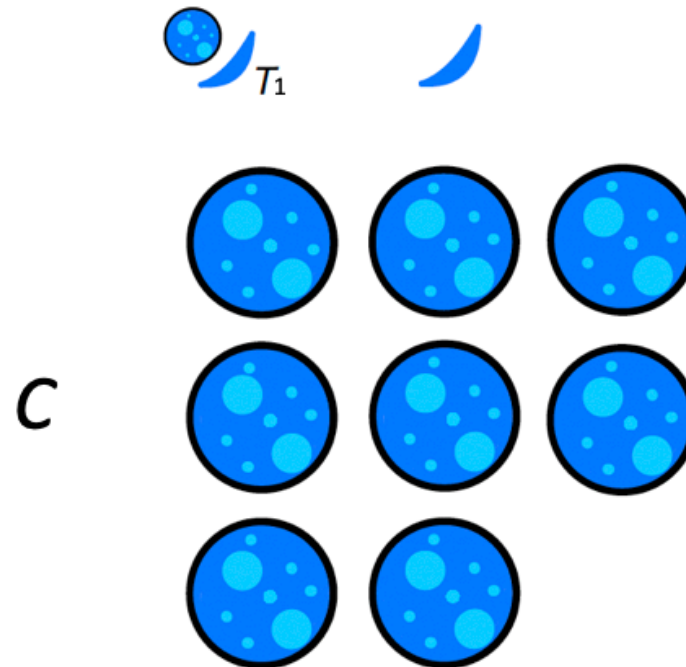
		M	T	E
B	Första sättet	2	3	4
	Andra sättet			



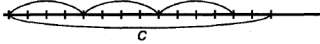
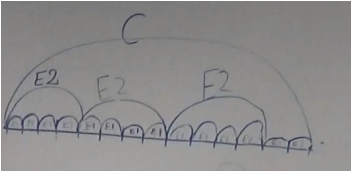
Uppgift 10. Bassystemet																						
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																		
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> hur en större talenhet (T_2) kan konstrueras i en given bas (här bas tre) hur antalet pärlor ska noteras i bas tre. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Vi ska meddela några vänner som har ett annat räknesystem än vi hur många dyrbara pärlor vi har (mängden C). Deras räknesystem bygger på tre. Hur ska meddelandet se ut?</p> <p>Iscensättning: Låt eleverna diskutera hur antalet pärlor kan skrivas i ett meddelande i form av en tabell.</p> <p>En elev kan markera på sträckmodellen (Figur 1) hur pärlorna räknas.</p> <p>Säg: Men vi kan ju inte räkna längre än till tre.</p> <p>Eleverna måste diskutera i klassen hur detta ska gå till. De behöver komma fram till att det behövs två grupper med tre pärlor för att meddelande ska bli begripligt för mottagarna.</p> <p>Rita vid behov en tabell på tavlan. Diskutera hur resultatet kan skrivas i tabellen. Låt eleverna beskriva hur T_2 kan relateras till T_1.</p>	<p>Figur 1. Sträckan att arbeta på </p> <p>Figur 2. Mängden C med måttenheten T_1. Denna ska vara dold från början </p> <p>Figur 3. Tabell som kan introduceras vid behov</p> <table border="1" data-bbox="884 678 1153 790"> <tr> <td></td> <td>T_2</td> <td>T_1</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Helklassarbete: Projicera tavlan: Figur 1: Sträckan med markeringar utsatta för det kollektiva arbete. Figur 2: som visar mängden C som ska mätas</p> <p>Det kan vara bra att ha en burk med åtta föremål (t.ex. större pärlor eller kastanjer) att visa för klassen. Själva arbetet genomförs sedan på tavlan med de åtta pärlorna symboliserade.</p>		T_2	T_1	C			<ul style="list-style-type: none"> symbol för enhet:  sträcka där bågar kan användas för att utforska gruppering i bas tre <p>Så här kan det se ut när eleverna har grupperat med bågar på sträckan: </p> <ul style="list-style-type: none"> tabell för notering av resultatet: <table border="1" data-bbox="1400 798 1713 933"> <tr> <td></td> <td>T_2</td> <td>T_1</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Facit:</p> <table border="1" data-bbox="1400 1013 1713 1149"> <tr> <td></td> <td>T_2</td> <td>T_1</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </table>		T_2	T_1	C				T_2	T_1	C	2	2	<ul style="list-style-type: none"> gruppering enligt ett räknesystemet bastal som avgörande för gruppering till en större talenhet gruppering dels av antalet pärlor, dels på sträckan notering av de olika talenheterna i tabell symbolerna 0, 1 och 2 <p>OBS! I denna uppgift kan eleverna upptäcka flera nya regler jämfört med tidigare mätningssuppgifter – bastalet skapar en begränsning i vilka siffror som kan användas, t.ex. i bas tre kan endast siffrorna 0 1 2.</p> <p>Om eleverna initierar en fråga om ramsräkning så ta vara på situationen. Ramsräkning i bas tre: 0 1 2; 1 0 1 1 1 2; 2 0 2 1 2 2; 1 0 0 1 0 1 1 0 2; 1 1 0 1 1 1 1 1 2 osv.</p>
	T_2	T_1																				
C																						
	T_2	T_1																				
C																						
	T_2	T_1																				
C	2	2																				

Uppgift 10. Bassystemet (för projicering på tavlan)



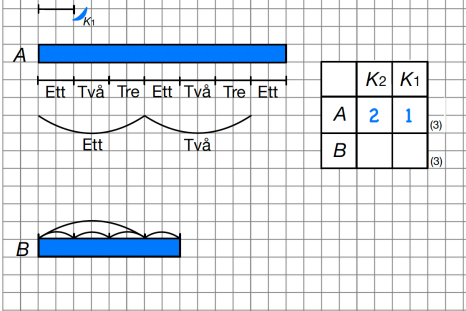

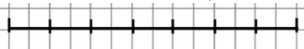
	T_2	T_1
C		



Uppgift 11. Relation mellan bastal och en större talenhet										
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på						
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> • behovet av en större talenhet • relationen mellan bastalet och en större talenhet • att det är mindre rationellt (opraktiskt) att använda en liten måttenhet många gånger och att det därför är mer rationellt att konstruera en större talenhet/ måttenhet (E_2). <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Vi ska skriva ett meddelande till några andra barn hur mycket vatten det finns i det här glaslet (läraren pekar på bägaren med volymen C). Till vår hjälp har vi måttenheten E_1. Barnen som ska få meddelandet har samma måttenhet. Dessa barn använder ett räknesystem där de grupperar i fyra, det vill säga räknar i bas fyra.</p> <p><i>Iscensättning:</i> Mät vattnet i volymen C tillsammans – läraren öser fyra E_1 i glaslet.</p> <p>Fråga: Hur kan vi visa vår mätning på tallinjen?</p> <p>När plastglaslet har fyllts med fyra E_1 och dessa enheter har markerats på tallinjen stoppa upp och fråga: Hur gör vi nu? De kunde bara räkna till fyra? Hur kan vi markera det på tallinjen?</p> <p>Kanske någon elev redan nu föreslår att man kan markera de fyra E_1, t.ex. med en tejp eller tusch på plastglaslet för att skapa en ny enhet E_2. Om detta inte sker så får eleverna fortsätta att räkna upp till fyra tills mätningen är klar.</p>	  <p><i>Helklassarbete:</i> På en central plats i klassrummet som alla kan se ska det finnas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 större bägare, ca 0,5 l fyllt till två tredjedelar med vatten, volymen C (det som ska mätas) • 1 mindre mått, typ medicinmått (det som ska bli måttenhet E_1) • 1 plastglas som rymmer 2,5 dl (det som ska bli måttenhet E_2) • 1 "slaskkär", typ bakbunke • tejp för att markera volymen E_2 <p>Projicera sträckan på tavlan. Denna ska användas av den elev som ska markera mätresultatet med bågar samtidigt som läraren mäter vattnet.</p> <p>Eleverna kan ha motsvarande sträcka inklistrad i sina räknehäften.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • sträcka att markera mätresultaten av C på • tabell för notering av resultatet: <table border="1" data-bbox="1503 373 1666 485"> <tr> <td></td> <td>E_2</td> <td>E_1</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>  <p>Exempel på hur eleverna kan använda bågar som stöd vid mätningen. Det kan även vara bra att markera E_1 med små bågar.</p> 		E_2	E_1	C			<ul style="list-style-type: none"> • bastal för gruppering till en större talenhet • regler och begränsningar för bas • sambandet mellan bastalet och talramsans • ev. vilka siffersymboler som används • växling
	E_2	E_1								
C										

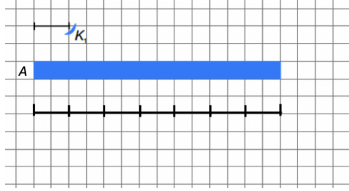
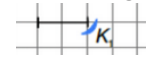
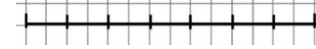
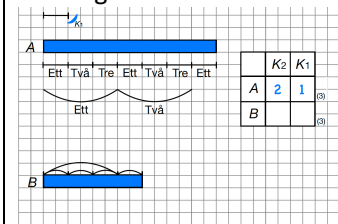
Uppgift 11. Relation mellan bastal och en större talenhet (för projicering på tavlan)

	E_2	E_1
C		

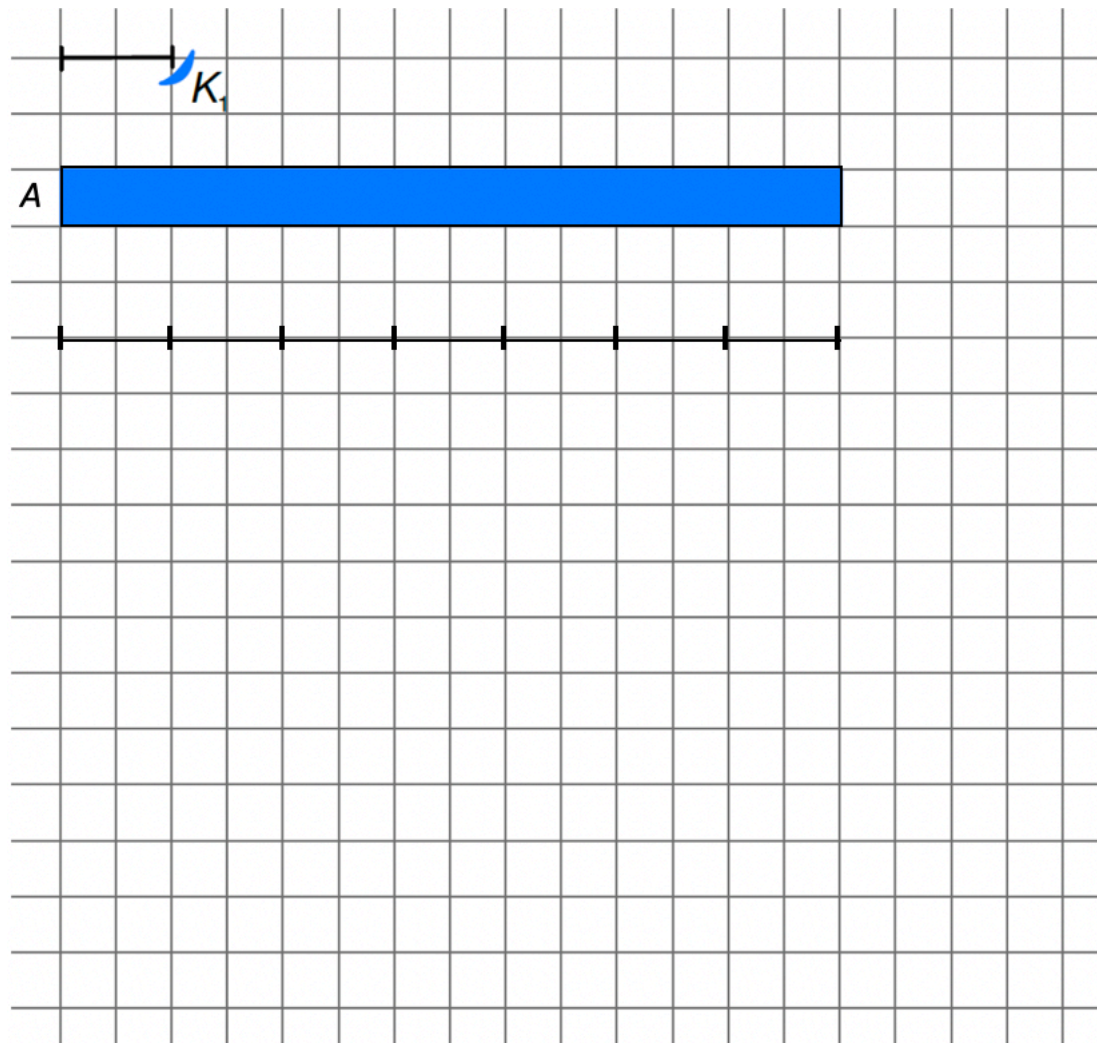
Uppgift 12 variant a. Relationen mellan ental och "tretal"																
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på												
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> relationen mellan entalet och nästa större talenhet (K_1 och K_2 – där K_2 utgörs av $3K_1$) att siffrorna i tabellen visar antalet talenheter. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: En flicka har skrivit ett meddelande till sina vänner för att berätta hur lång "bräda" A är. Hon har använt ett talsystem där man räknar i bas tre. Kan ni förklara hur hon har gjort? Nu undrar hon om ni kan berätta hur lång bräda B är?</p> <p>Iscensättning: Be eleverna att beskriva vad de ser. Om eleverna inte själva tar upp och beskriver K_1 så fråga vad K_1 är och vad K_1 används till. Fråga eleverna: Vad kan siffran 2 under K_2 betyda? Konstruera gemensamt K_2 genom att gruppera K_1.</p> <p>Skriv ett uttryck för relationen mellan K_2 och bastalet ($K_2 = 3K_1$) om ett sådant tillfälle ges under lektionen. Skriv också ett uttryck för längden av A ($A = 2K_2 + 1K_1$ och $B = 1K_2 + 1K_1$).</p> <p>Mät sedan bräda B och fyll i tabellen hur lång den är.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 52)</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften på tavlan så alla elever kan se längden A och längden B samt tabellen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> måttenhet och enhetsbågen:  sträcka att arbeta på:  tabell med beteckning för bastalet "()": <table border="1" data-bbox="1456 574 1680 774"> <tr> <td></td> <td>K_2</td> <td>K_1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>(3)</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> <td>(3)</td> </tr> </table> 		K_2	K_1		A	2	1	(3)	B			(3)	<ul style="list-style-type: none"> bas och att bastalet anges inom en parentes till höger om talet representationen för entalet och den successivt större talenheten den första talenheten (här K_1) är alltid ett ental men den andra talenheten (här K_2) är inte tiotal utan "tretal" gruppering <p>OBS! Eleverna behöver uppmärksammas på de enheter som växlats in i t.ex. K_1 inte "kan" räknas igen utan att de är nu K_2.</p>
	K_2	K_1														
A	2	1	(3)													
B			(3)													

Uppgift 12 variant a. Relationen mellan ental och "tretal" (för projicering på tavlan)

	K_2	K_1	
A	2	1	(3)
B			(3)

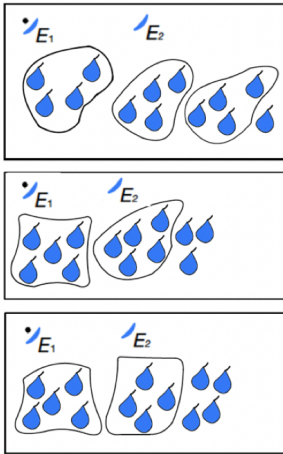
Uppgift 12 variant b. Relationen mellan ental och "tretal" – alternativt upplägg																
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på												
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> relationen mellan entalet och nästa större talenhet (K_1 och K_2 – där K_2 utgörs av $3K_1$) att siffrorna i tabellen visar antalet talenheter. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Några vänner har skickat ett meddelande till oss om hur lång brädan på bilden är. Hur kan vi förstå deras meddelande?</p> <p>Isensättning: Låt eleverna resonera sig fram till att vännerna vill beskriva hur lång bräda A är med meddelandet 2 1 (två ett) – vilken information finns i meddelandet?</p> <p>Exempel på frågor: Hur är deras räknesystem? Hur kan det komma sig att de skriver 2 1 (två ett)? Hur kan man visa det på sträckan under brädan?</p> <p>Eleverna ska komma fram till att siffran 2 betyder två av talenheten K_2 och att siffran 1 betyder ett stycke av talenheten K_1.</p>	 <table border="1" data-bbox="896 454 1064 550"> <tr> <td></td> <td>K_2</td> <td>K_1</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> <p><i>Helklassarbete:</i> Arbetet sker nästan uteslutande i helklass.</p> <p>Projicera uppgiften på tavlan så alla elever kan se längden A, K_1 och tabellen.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Eleverna kan med fördel ha tillgång till samma figur som finns på tavlan. Vid lämpliga tillfällen kan de göra samma konstruktioner enskilt som de som görs gemensamt i helklass.</p>		K_2	K_1	A	2	1	<ul style="list-style-type: none"> måttenheten och enhetsbågen:  sträcka att arbeta på:  tabell med resultatet som ska utredas: <table border="1" data-bbox="1444 566 1624 670"> <tr> <td></td> <td>K_2</td> <td>K_1</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> </table> bågar för enheterna K_1 och K_2. I bilden nedan är K_1 markerad med skrivna tal och K_2 markerad med bågar:  		K_2	K_1	A	2	1	<ul style="list-style-type: none"> bas – att basen markeras inom parentes basen anger antalet siffersymboler enhetsbågen visar att enheten K_1 är två rutor växling till en högre talenhet, dvs. att K_1 växlas till K_2, sker då samma antal K_1 som anges av basen har grupperats <p>OBS! Gruppering i bas tre innebär att tre K_1 grupperas ihop till en K_2.</p> <p>Positionerna i talet 2 1 anges av de två kolumnerna i tabellen som är markerade med K_1 respektive K_2.</p> <p>Facit: Sträckan B är 1 1.</p>
	K_2	K_1														
A	2	1														
	K_2	K_1														
A	2	1														

Uppgift 12 variant b. Relationen mellan ental och "tretal" (för projicering på tavlan)

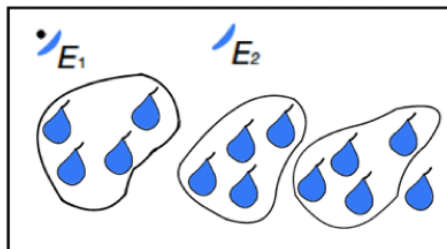


	K_2	K_1
A	2	1

(3)

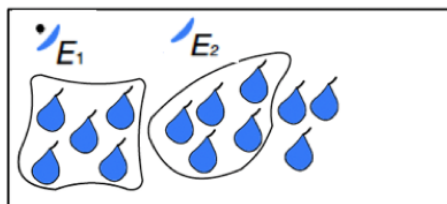
Uppgift 13. Bas – icke bas																
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på												
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att gruppering i bas har bestämda regler som gruppering utan bas inte behöver följa att bastalet bestämmer hur E_1 (entalet) grupperas till E_2. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Tre barn, Peter, Karl och Jan, har lika många päron. Hur kan de ha tänkt när de noterat sina resultat så här?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Eleverna behöver först uppmärksamma att Peter, Karl och Jan har lika många päron men att de har räknat päronen på olika sätt.</p> <p>Diskutera vad E_1 och E_2 är för något. Konstruera enheten E_2 gemensamt för respektive barn.</p> <p>Exempel på frågor: Hur det kommer sig att Peter, Karl och Jan har skrivit olika resultat i sina tabeller? Hur kan de ha tänkt?</p> <p>Om inte eleverna noterar att det är två olika baser fråga till exempel: Har alla räknat i samma system?</p> <p>Notera de två resultat som är i bas, till en gemensam tabell där första talenheten är markerad med en romersk I och den andra med en romersk II och där bastalet skrivs inom parentes efter respektive resultat.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 54)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften på tavlan.</p> <p>Ha en tabell med romerska siffror i tabellhuvudet utan inskrivet resultat i beredskap.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhetsbågen de tre tabellerna som Peter, Karl och Jan har tecknat sina resultat i tabellen med två positioner för mätresultatet: <table border="1" data-bbox="1487 488 1682 673"> <tr> <td></td> <td>II</td> <td>I</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>1</td> <td>(4)</td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>(5)</td> </tr> </table>		II	I			3	1	(4)		2	3	(5)	<ul style="list-style-type: none"> skillnaden mellan hur många päron det är i gruppen och hur många grupper det är gruppering innebär att bastalet bestämmer antalet E_2 som ska utgöra en E_1, dvs. hur grupperingen ska göras innebörden av systematisk gruppering i jämförelse med att olika antal är inringade <p>OBS! Fortsättningsvis kommer måttenheterna benämnas talenheter (se texten om redskap för modellarbete) och markeras med romerska siffror i tabellhuvudet.</p>
	II	I														
	3	1	(4)													
	2	3	(5)													

Uppgift 13. Bas – icke bas (för projicering på tavlan)



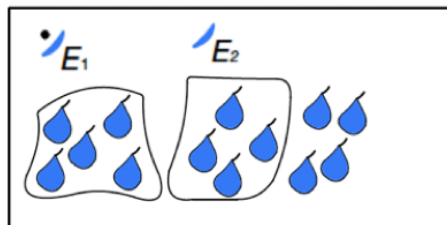
E_2	E_1
3	1

Peter



E_2	E_1
2	3


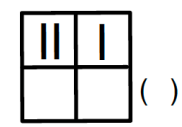
Karl



E_2	E_1
2	4

Jan

II	I	
3	1	(4)
2	3	(5)

Uppgift 14. Strukturen i basystemet – exemplet bas fem				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att siffrorna får olika betydelse beroende av placering i tabellen, dvs. vilken position de har i talet. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Om vi räknar i bas fem, hur skriver vi antalet i tabellen?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Hjälp eleverna att diskutera vad T_1 är och vad T_2 kan vara. Hur ska grupperingen ske?</p> <p>Föreslå vid behov att svaret är 1 1 (ett, ett). Om eleverna protesterar kan läraren fråga: Kan det inte vara det? Varför? Kan det inte vara 1 6 (ett sex)?</p> <p>Pröva också att tillsammans med eleverna se vad som händer om talet lyfts ut ur tabellen. Vilket tal är det och hur kan det uttalas?</p> <p>Uppmärksamma eleven på att i andra baser än tio säger man 2 1 i bas fem (inte tjuoett som i tiobas).</p> <p>Eventuella frågor: Kan man räkna andra saker i bas fem?</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 55)</p> <p>Bestäm på förhand om uppgiften helt och hållet ska lösas kollektivt i helklass eller om den ska lösas i grupp med en uppsummerande helklassdiskussion.</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften på tavlan så att några elever tillsammans med klassen kan göra grupperingar på den.</p> <p>Vid helklassarbete kan eleverna arbeta parallellt med motsvarande uppgift i sitt räknehäfte.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Eleverna behöver ha uppgiften utskrivnen på ett papper för gemensamt arbete.</p>	<ul style="list-style-type: none"> tabell för notering av resultatet:  <p>$5T_1 = 1T_2$</p>	<ul style="list-style-type: none"> bastal siffror som symboler för antal talenheter talenheterna T_1 och T_2 kopplas till positionerna noterade med romerska I respektive II <p>OBS! Eleverna behöver göras uppmärksamma på att den andra positionen är beroende av både vilken bas som gäller och vad som utgör 1 i den första positionen (här T_1), dvs. att relationen mellan T_1 och T_2 styrs av bastalet.</p>

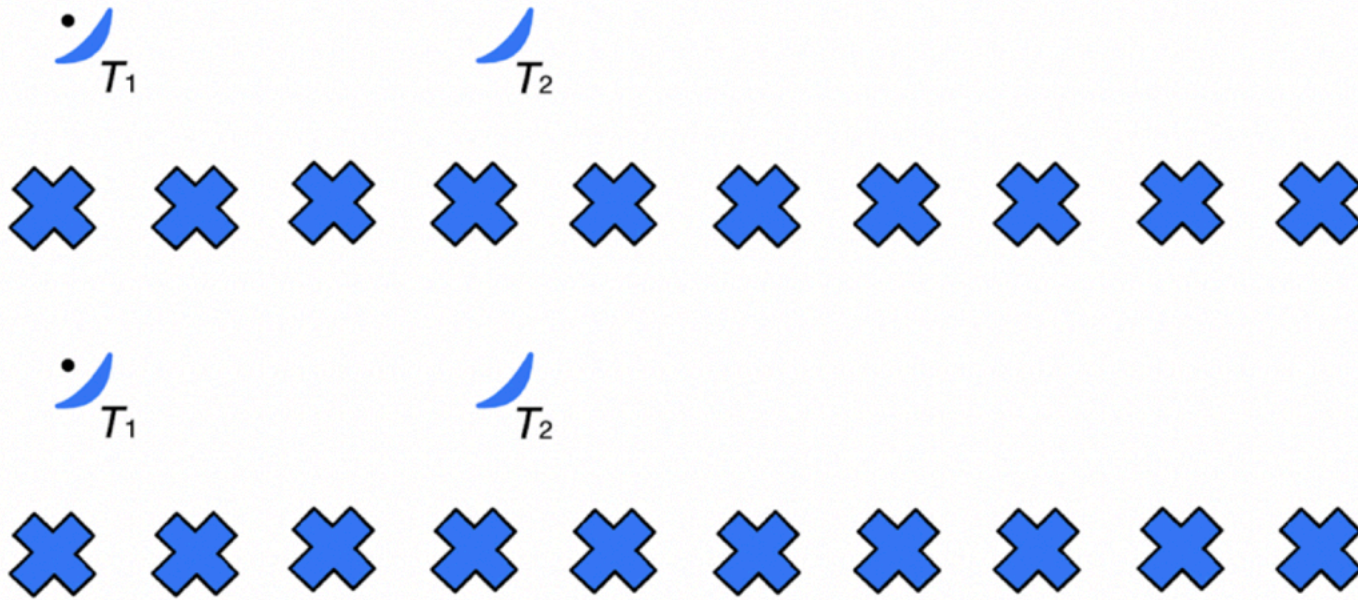
Uppgift 14. Strukturen i bassystemet – exemplet bas fem (för projicering på tavlan)



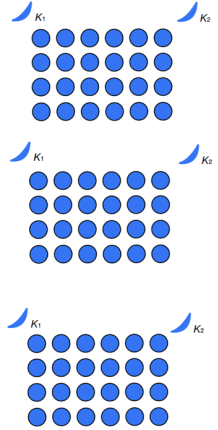
()

Uppgift 15. Mätning av samma antal i olika baser				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att samma antal kan noteras med olika tal beroende på vilken bas man skriver talet i. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Två barn har räknat antal kryss i varsitt talsystem (bas 4 och 6) och fått olika resultat. Vilket resultat ska de skriva i tabellen? Varför blir det olika?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Visa de två raderna med kryss och tabellen.</p> <p>Peka på enhetsbågen vid T_1 och fråga vad T_1 betyder. Uppmärksamma eleverna vid behov på pricken ovanför bågen och fråga dem varför det är en prick där (pricken betyder att entalet T_1 utgörs av ett kryss).</p> <p>Upprepa: "Nu ska vi skriva hur många kryss det är i bas fyra och bas sex i tabellen, hur ska vi göra då?" Fråga eventuellt vad T_2 betyder?</p> <p>Kom tillsammans med eleverna fram till att de behöver gruppera de olika kryssen i de två olika baserna.</p> <p>Låt eleverna arbeta i smågrupper en stund med grupperingarna. Diskutera deras förslag till tal i de olika baserna. Lösningarna är $2\ 2_{(4)}$ respektive $1\ 4_{(6)}$.</p>	<p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 55)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften på tavlan.</p> <p>OBS! Eleverna behöver olika färger för att ringa in kryssen. Låt eleverna använda en färg för respektive talenhet.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Eleverna bör ha tillgång till samma uppgift för att göra grupperingarna.</p>	<ul style="list-style-type: none"> tabellen med de två bastalen ev. tallinjen som redskap <p>Så här kan det se ut när eleverna arbetat med den här uppgiften:</p>	<ul style="list-style-type: none"> bastal gruppering noteringen i tabellen enhetsbågen <p>OBS! Eleverna behöver uppmärksamma att det finns en multiplikativ relation mellan bastalet och en större talenhet, t.ex. $4T_1 = 1T_2$</p> <p>Eleverna behöver också uppmärksamma att de enheter som växlats in i t.ex. T_1 inte "kan" räknas igen utan att de är nu T_2.</p>

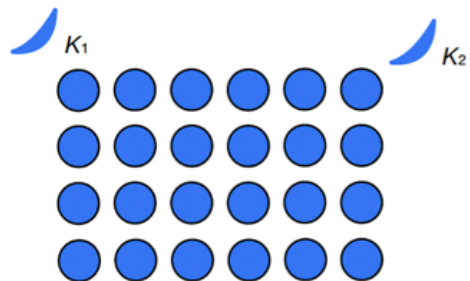
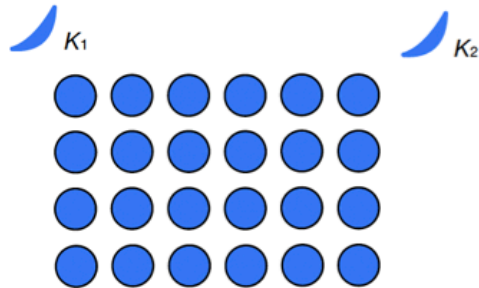
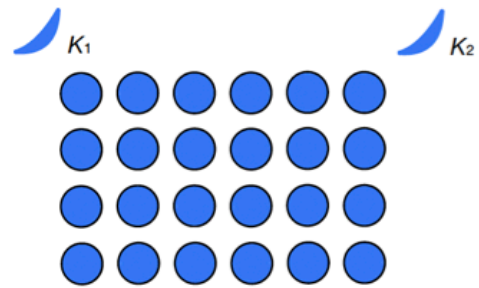
Uppgift 15. Mätning av samma antal i olika baser (för projicering på tavlan)



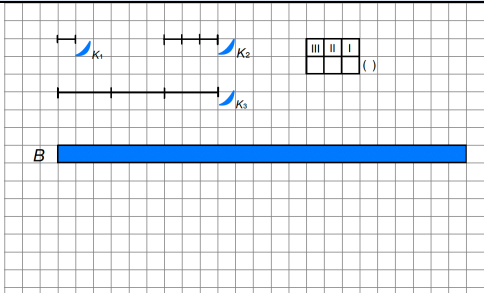
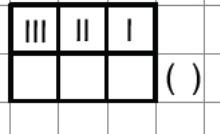
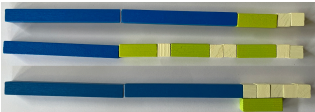
		(4)
		(6)

Uppgift 16 (extra uppgift). Mätning av antal i olika baser																																				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																																
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att siffror har olika värde beroende på bas och position nollans funktion som platshållare. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Tre elever räknar bollar. En använder bas fem, en bas sex och en bas sju. Resultatet för bas sex finns inskrivet i tabellen. Vilka är de andra resultaten? Fyll i resultaten i tabellen för bas fem och sju.</p> <p>Iscensättning: Diskutera bilden på tavlan. Vad vet vi om att skriva tal i olika baser? Diskutera varför det står 4 0 (fyra noll) i tabellen. Om/när eleverna beskriver grupperingarna utifrån bastalet, exempelvis att fyra K_1 grupperas till en K_2, be dem att rita in prickar representerande K_2 framför respektive enhetsbåge.</p> <p>Be eleverna att gruppera bollarna med hjälp av att ringa in antalet bollar om de inte själva föreslår det.</p> <p>Låt eleverna en kort stund diskutera parvis/grupp hur antalet bollar kan skrivas i bas fem.</p> <p>Diskutera i helklass. Gör likadant med bas sju. Diskutera skillnader och likheter när man använder olika baser.</p>	 <table border="1" data-bbox="1205 384 1339 520"> <tr> <td></td> <td>II</td> <td>I</td> <td>Bas</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>Fem</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>0</td> <td>Sex</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>Sju</td> </tr> </table> <p>Bestäm på förhand om uppgiften helt och hållet ska lösas kollektivt i helklass eller om den ska lösas i grupp med en summerande helklassdiskussion.</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften i sin helhet på tavlan för att bearbetas kollektivt.</p> <p>Arbete i grupp: Varje grupp behöver ha uppgiften på ett arbetsblad.</p>		II	I	Bas				Fem		4	0	Sex				Sju	<ul style="list-style-type: none"> måttenheten och enhetsbågen tabell 	<ul style="list-style-type: none"> enhetsbågen och vad K_2 betyder (ett bas-antal av K_1) relationen mellan bastalet och K_2 (t.ex. att K_2 i bas sju = $7K_1$) att en siffra vid positionen för K_2 betyder ett antal av K_1 (t.ex. att siffran 2 vid K_2 i bas sju betyder två grupper med sju K_1) <p>OBS! Eleverna behöver uppmärksamma att K_2 är detsamma som bastalet (dvs. en gruppering enligt bastalet leder till att K_2 är det samma som bastalet).</p> <p>Facit:</p> <table border="1" data-bbox="1794 995 1973 1171"> <tr> <td></td> <td>II</td> <td>I</td> <td>Bas</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>4</td> <td>Fem</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>0</td> <td>Sex</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3</td> <td>3</td> <td>Sju</td> </tr> </table>		II	I	Bas		4	4	Fem		4	0	Sex		3	3	Sju
	II	I	Bas																																	
			Fem																																	
	4	0	Sex																																	
			Sju																																	
	II	I	Bas																																	
	4	4	Fem																																	
	4	0	Sex																																	
	3	3	Sju																																	

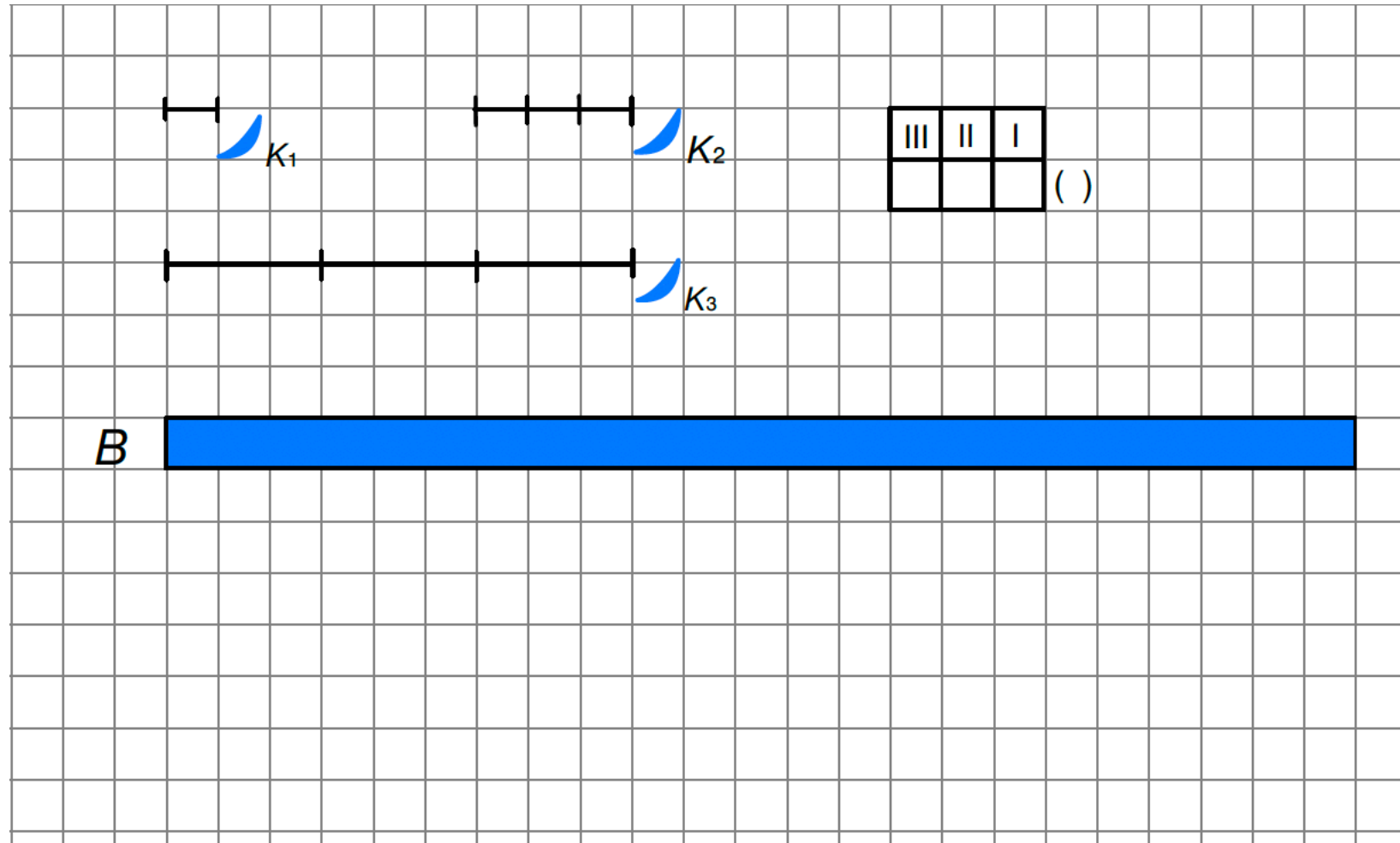
Uppgift 16 (extra uppgift). Mätning av antal i olika baser (för projicering på tavlan)

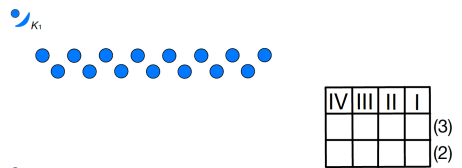
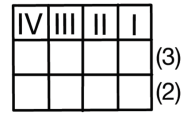
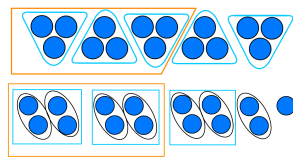


	II	I	Bas
			Fem
	4	0	Sex
			Sju

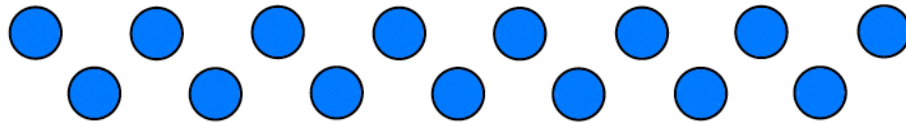
Uppgift 17. Identifiering av bastal				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att det går att bestämma bastalet genom att jämföra måttenheter med varandra (K_1, K_2 och K_3). <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Här har någon skapat måttenheter i ett bassystem för att mäta den blå brädan B. Hur kan man veta vilket bassystem det är? Hur lång är brädan i det bassystemet?</p> <p>Iscensättning: Be eleverna förklara vilka måttenheter som finns på bilden.</p> <p>Fråga: Till vilken bas hör måttenheterna? Hur kan vi veta det? Hur räknar man om man räknar i det här systemet? Vilka siffersymboler finns det då? Vilka ledtrådar kan vi använda för att veta vilken bas som gäller? Hur kan man då mäta hur lång den blå plankan är?</p> <p>Be eleverna, antingen parvis eller enskilt, mäta den blå brädan med de tre måttenheterna och notera talet i tabellen.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 56)</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften på tavlan så att eleverna kan arbeta på den.</p> <p>Även tabellen skall finnas projicerad på tavlan (men inte i fokus från början).</p> <p>Arbete i grupp: Vid behov kan motsvarande uppgift även finnas som kopia som eleverna kan klistra in i sina häften.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhetsbågen måttenheterna K_1, K_2, K_3 tabellen: 	<ul style="list-style-type: none"> omgruppering växling <p>OBS! Eleverna kan igen behöva uppmärksamma att av de enheter som växlats in i t.ex. K_1 inte kan räknas igen utan att de nu är K_2 och att när K_3 är angiven "finns" inte längre de K_2 och K_1 som ingår.</p> <p>Använd så många stora enheter som möjligt först från vänster till höger för att uppmärksamma behov av växling:</p>  <p>Bilden ovan visar hur behovet av att flytta om stavarna kan uppstå för att urskilja vikten av växling: tre K_1 (vita) utgör en K_2 (grön) när eleverna mätt med Cuisenairestavar.</p> <p>Facit: Längden är 2 1 2 i bas tre.</p>

Uppgift 17. Identifiering av bastal (för projicering på tavlan)

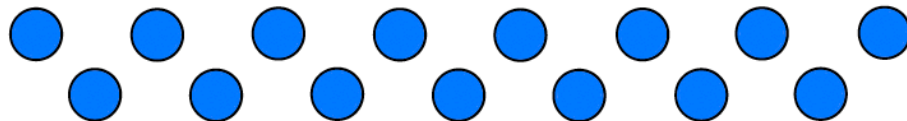


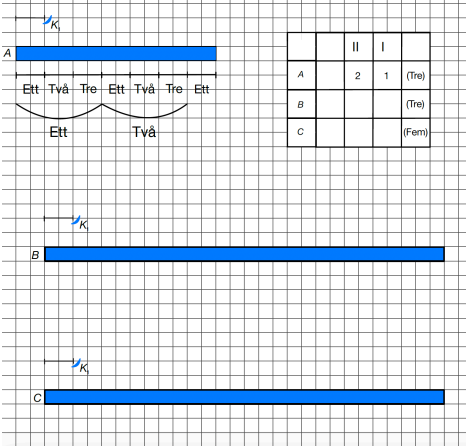
Uppgift 18. Relation mellan bastal och talenheter				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att det krävs en successivt större talenhet än K_2 (K_3 och K_4) för att mäta bollarna att växling till följande talenhet kan tydliggöras via gruppering. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Två barn hade samma antal bollar men mätte dem i bas tre respektive bas två. Vilka två tal fick barnen?</p> <p>Iscensättning: fråga eleverna vad som utgör K_1 (en boll). Hur många bollar är det i de två olika baserna? Hur ska antalet bollar skrivas i tabellen?</p> <p>I arbetet med att mäta i bas tre: fråga eleverna vad de ska göra när de kommer till tre. Be en elev att hålla ordning genom att ringa in grupperingarna om tre på tavlan. Om de ringat in fem grupper med tre bollar i varje, fråga dem hur de ska skriva det i tabellen.</p> <p>Om någon föreslår att de ska skriva siffran fem under K_2 fråga: Hur långt var det som vi kunde räkna?"</p> <p>Låt eleverna resonera om hur de ska lösa situationen. Om ingen föreslår en större talenhet genom att kalla tre grupper med tre K_2 för K_3 så säg: Låt oss räkna tre-grupper och sedan stoppa eleverna när de kommit till tre och fråga: Vad gör vi nu? Om ingen föreslår att man kan ringa in tre-grupper med tre så fråga "Skulle vi kunna ringa in tre stycken tre-grupper"? OBS! Om eleverna börjar räkna i bas tio så fråga om de använde bas tre eller två och om vilken regel som gäller.</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 58)</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften på tavlan. Tabellen behöver inte nödvändigtvis visas från början.</p> <p>Låt eleverna mäta bollarna först i bas tre och sedan i bas två, för att kontrasten mellan de två baserna ska bli tydlig.</p> <p>Arbete i grupp: Eleverna har samma figur att klistra in i sina räknehäften där de får pröva att gruppera.</p> <p>OBS! För att eleverna lättare ska kunna hålla ordning på de olika enheterna behöver de kunna markera respektive enhet med skilda färger.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhetsbågen kan användas för att hjälpa eleverna att K_1 representeras av en boll tabell för notering: 	<ul style="list-style-type: none"> $K_1 = 1$ boll gruppering sker i de olika baserna för att konstruera de olika talenheterna K_2, K_3, K_4 det som skrivs i tabellen är tal (mätresultat) 0:ans betydelse i ett tal positionssystemet <p>Exempel på hur elevernas grupperingar med olika färger kan se ut för bas tre och bas två.</p> <p>Facit: I bas tre är talet 1 2 0 och i bas två är talet 1 1 1 1:</p> 

Uppgift 18. Relation mellan bastal och talenheter (för projicering på tavlan)


 K_1


IV	III	II	I	
				(3)
				(2)

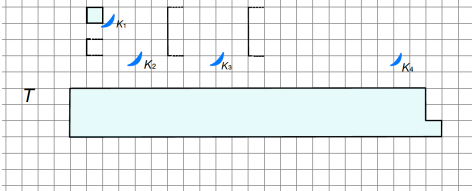

 K_1


Uppgift 19. Behov av en större talenhet																								
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på																				
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att det behövs en större talenhet för att kunna mäta B och notera resultatet att övergången till en successivt större talenhet alltid sker vid bastalet. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Vi ska skicka ett meddelande till två olika klasser och meddela hur långa brädorna B och C är. Den ena klassen har bas tre som talsystem medan den andra klassen har bas fem som talsystem. Vi ska skicka meddelandet som en tabell. Vad behöver vi tänka på och hur kan vi kontrollera att det är korrekt?</p> <p>Iscensättning: Påminn om arbetet med bräda A med resultatet 2 1 (i uppgift 12a), där flickan bara kunde räkna till tre.</p> <p>I arbetet med bräda B säg: Den här gången är det vår tur att skriva ett meddelande till några andra barn som också använder bas tre. Hur ska meddelandet se ut för att de ska förstå hur lång bräda B är?</p> <p>I arbetet med bräda C fråga: Tänk er att barnen vi ska skicka meddelandet till använder bas fem i stället, hur skulle meddelandet då se ut?</p>	 <p>(jfr Björk m.fl., 2019, s. 32. Jfr även Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 52)</p> <p>Helklassarbete: Projicera uppgiften på tavlan.</p> <p>Arbete i grupp Eleverna behöver ha kopia av uppgiften för att kunna arbeta i små grupper med att konstruera K_1 sedan gruppera och växla till K_2 respektive K_3.</p>	<ul style="list-style-type: none"> tabellen och vad de olika kolumnerna betyder: <table border="1" data-bbox="1411 295 1758 582"> <tr> <td></td> <td></td> <td>II</td> <td>I</td> <td></td> </tr> <tr> <td>A</td> <td></td> <td>2</td> <td>1</td> <td>(Tre)</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(Tre)</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>(Fem)</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> bågar för markering av grupperingarna $B=1\ 1\ 2$ $C=2\ 4$ 			II	I		A		2	1	(Tre)	B				(Tre)	C				(Fem)	<ul style="list-style-type: none"> $K_1 \neq 1$ ruta $K_1 = 2$ rutor fler positioner behöver tas i bruk vid en mindre bas fler talenheter behövs ju mindre bastalet som används <p>OBS! Hjälp eleverna att mäta från vänster till höger och att växlingen till följande position/större enhet "läser in" de mindre enheterna.</p> <p>Tanken är att eleverna ska upptäcka att de vid mätning av B i bas tre behöver skapa en ytterligare position, K_3.</p>
		II	I																					
A		2	1	(Tre)																				
B				(Tre)																				
C				(Fem)																				

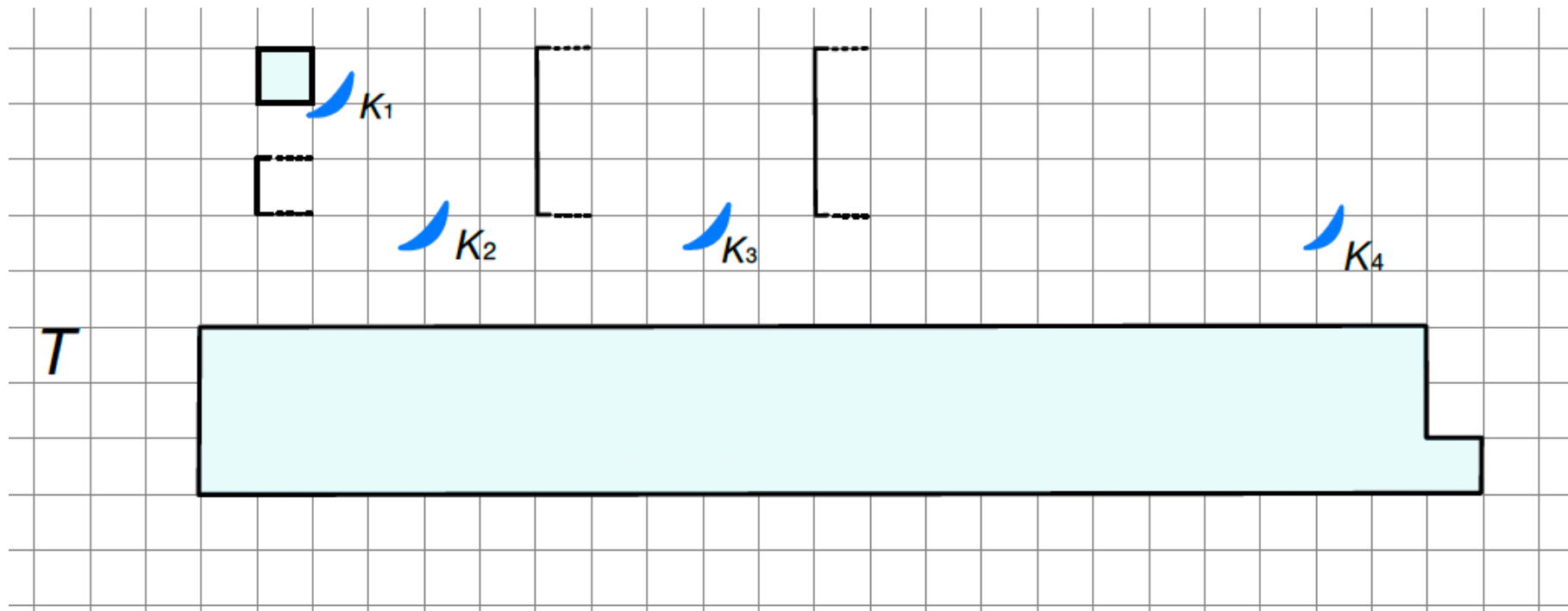
Uppgift 19. Behov av en större talenhet (för projicering på tavlan)

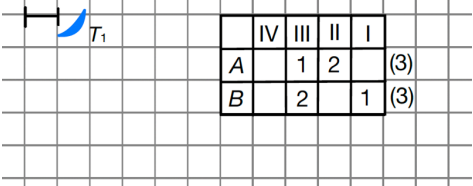
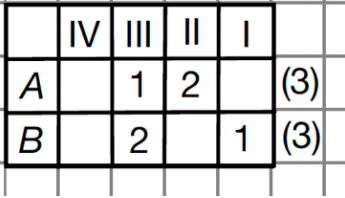
Diagram illustrating a problem involving three rows (A, B, and C) and a grid. Row A shows a sequence of seven vertical tick marks labeled "Ett", "Två", "Tre", "Ett", "Två", "Tre", "Ett". Below these are two curved lines labeled "Ett" and "Två". Row B and Row C show blue bars. To the right is a grid table.

		II	I	
A		2	1	(Tre)
B				(Tre)
C				(Fem)

Uppgift 20. Konstruktion av enheter, mätning och notering av tal				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att måttenheter kan konstrueras utifrån ett givet bastal vilka siffersymboler som då kan användas att man först, med början från vänster, använder så stora måttenheter som möjligt när man noterar resultatet från en mätning rationellt. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation</i> Om vi ska mäta den blå arean T, hur behöver måttenheterna se ut?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Låt eleverna i en helklassdiskussion upptäcka att måttenheterna inte är helt klara. Hur ska respektive måttenhet se ut? Vilket bastal är de skapade i? Hur kan vi veta att det är bas tre?</p> <p>Utmana gärna eleverna till ett resonemang om en måttenhet kan vridas åt olika håll eller inte.</p> <p>Fråga vid behov: Varför är det inte bas fyra när det finns fyra "K"?</p> <p>Fördjupning: Mät den stora figuren. Låt eleverna konstruera en tabell och notera resultatet av mätningen i tabellen. Låt dem eventuellt skriva resultatet som ett uttryck (t.ex. $T=2K_4+1K_3+1K_2+1K_1$).</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 59)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften med de ofullständiga måttenheterna samt arean T som ska mätas på tavlan för diskussion i helklass.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Vid behov: Använd kopieringsunderlaget.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhetsbågen måttenheter (för area) K_1, K_2, K_3, K_4 ev. uttryck: $T=2K_4+1K_3+1K_2+1K_1$ ev. tabell för notering av resultatet 	<ul style="list-style-type: none"> multiplikativa relationer så få måttenheter som möjligt bör användas växling siffersymbolerna 0, 1, 2 används i bas tre ev. ramsräkning måttenheterna bestäms utifrån bastalet och inte utifrån hur det är "vridet" <p>OBS! Man kan bara använda tre av respektive talenhet i bas tre innan det måste göras en växling till en större talenhet.</p> <p>Om uttryck skrivs var då noga med att skriva talenheterna med den största talenheten till vänster. Detta för att det ska vara möjligt att koppla talenheterna till positionerna i ett tal.</p>

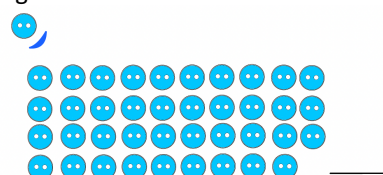
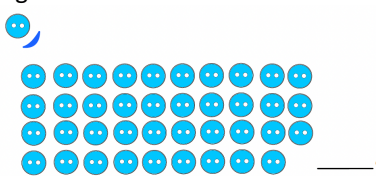
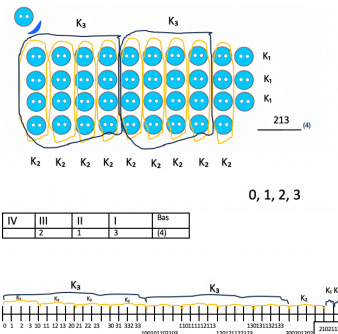
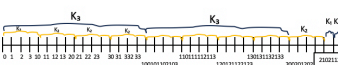
Uppgift 20. Konstruktion av enheter, mätning och notering av tal (för projicering på tavlan)



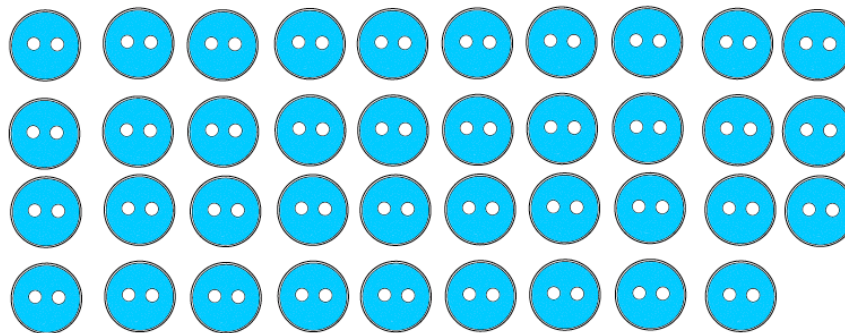
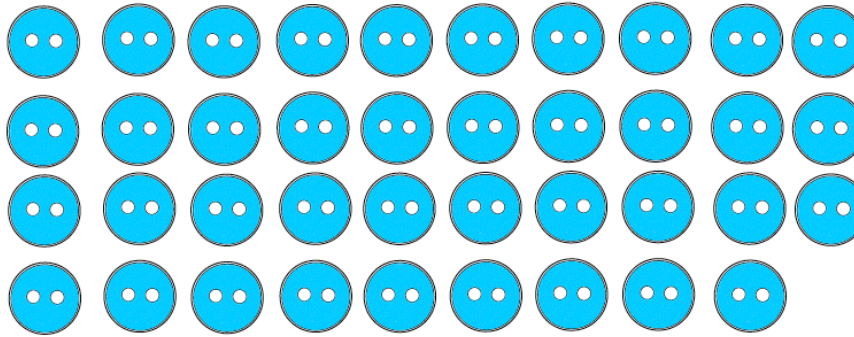
Uppgift 21. Tal i bas där en talenhet saknas				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> • innebörden av siffror och deras placering i ett tal (här bas tre) • att en position som är tom i ett tal måste noteras med siffran noll • förstå att transformationen från tabell till tal kräver att nollan noteras i talet. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Vi har fått ett meddelande från våra vänner där de berättar hur långa två sträckor är (<i>A</i> och <i>B</i>). Hur långa är sträckorna?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Läs tabellen tillsammans med eleverna och konstruera enheterna i bas tre. Diskutera i helklass: Vilka enheter har vi?</p> <p>Låt några elever rita enheterna och sträckan <i>A</i> på tavlan. Vad ska vi göra med tomrummen? Med vad ska vi fylla ut dem? Vad står tomrummen för? Hur blir sträckan <i>B</i>?</p> <p>Lyft ut talen ur tabellen och diskutera hur de tomma "platserna" kan skrivas och vad som händer med talen om de tomma platserna inte "fylls ut": 1 2 eller 1 2 0 2 1 eller 2 0 1</p>	 <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 61)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera uppgiften på tavlan för kollektiv diskussion.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Eleverna behöver rutat papper där de efter diskussionen kan rita sträckorna i sitt häfte och skriva talen.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • enhetsbåge • markering av bas (inom parentes) • sträckor • tabell: 	<ul style="list-style-type: none"> • nollans funktion • skillnaden mellan att notera i en tabell och skriva ett tal "utanför denna", dvs. att nollan behövs om man skriver talet utan tabell • siffror i ett tal har olika värde beroende av bas


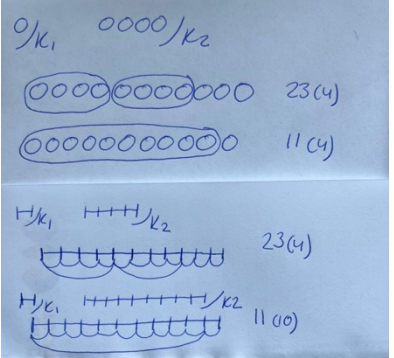
Uppgift 21. Tal i bas där en talenhet saknas (för projicering på tavlan)

	IV	III	II	I	
A	1	1	2	1	(3)
B	2	1	1	1	(3)

Uppgift 22. Transformation från en bas till en annan														
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på										
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> grupperingar i olika baser grupperingar av grupper vid övergången mellan talenheteter. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Två barn har räknat knapparna i bas fyra. Vilket resultat fick de? Om de nu hade grupperat i "tio-grupper" i stället, vad skulle de då ha fått för tal då?</p> <p>Iscensättning: Projicera figur 1 på tavlan. Hur kan vi skriva hur många knapparna vi har här? Om eleverna intuitivt använder bas tio uppmärksamma dem på bastalet inom parentes. Vilken bas ska användas?</p> <p>Kontrollera att eleverna ser att K_1 utgörs av en knapp och skriv K_1 efter enhetsbågen. Rita tillsammans antalet knapparna som representerar K_2 och gör en enhetsbåge samt skriv K_2.</p> <p>Låt eleverna använda olika färger för att markera de olika talenheterna.</p> <p>Fråga: Hur många knapparna är det i bas fyra?</p> <p>Projicera sedan figur 2 på tavlan. Be eleverna i grupper två till tre på ett arbetsblad gruppera knapparna i tio-grupper.</p> <p>Fråga vid behov: Hur många knapparna är det? Vilken bas är det?</p>	<p>Figur 1</p>  <p>Figur 2</p>  <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 72)</p> <p>Helklassarbete: Figur 1 projiceras på tavlan inför det inledande helklassarbetet.</p> <p>Det behövs också tre olika färger för att markera talenheterna.</p> <p>Eleverna ska ha figur 1 och senare figur 2 på ett arbetsblad och färgpennor i tre olika färger.</p>	<ul style="list-style-type: none"> enhet och enhetsbåge tabell sträcka med markeringar bågar ramsräkning <p>Exempel på hur eleverna kan använda de olika redskapen tabell, tallinje, bågar och symboler:</p>  <table border="1" data-bbox="1411 813 1590 845"> <tr> <td>IV</td> <td>III</td> <td>II</td> <td>I</td> <td>Bas</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>10</td> <td></td> </tr> </table> <p>0, 1, 2, 3</p> 	IV	III	II	I	Bas	2	1	3	10		<ul style="list-style-type: none"> regler och begränsningar för en bas, dvs. när övergången mellan olika talenheter sker sambandet mellan bastalet och talramsans olika baser vilka siffersymboler som kan användas växling <p>OBS! De redskap som eleverna föreslår bör läraren lyfta för att kvalificera diskussionerna som utvecklas.</p> <p>OBS! Gör eleverna uppmärksamma på att bas tio är den bas som vi vanligen använder. Men vi skriver inte ut bastalet i parentes eftersom vi i princip alltid räknar i den basen.</p> <p>Facit: I bas fyra är talet 2 1 3 I bas tio är talet 39</p>
IV	III	II	I	Bas										
2	1	3	10											

Uppgift 22. Transformation från en bas till en annan (för projicering på tavlan)



Uppgift 23. Transformation mellan olika representationer													
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på									
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> att representationen för entalet bestämmer hur representationen för en större talenhet ska se ut. hur ett tal skrivet i en viss bas kan illustreras <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Vi har fått ett meddelande i form av en tabell där det står $2\ 3_{(4)}$ och $1\ 1_{(10)}$ men vi har inte fått några bilder. Hur kan vi konstruera bilder som illustrerar talen?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Visa tabellen på tavlan och läs upp meddelandet.</p> <p>Förslag på frågor: Vad står det här? Vilket tal är det här? Vad betyder "fyra"?</p> <p>Diskutera och bestäm hur entalet ska representeras (K_1). Låt eleverna göra olika illustrationer som motsvarar $2\ 3_{(4)}$ respektive $1\ 1_{(10)}$ på tavlan.</p> <p>Om eleverna väljer att t.ex. endast använda stjärnor eller knappar, fråga efter om någon har använt sträckor eller areor.</p> <p>Diskutera hur kan det komma sig att antalen blir samma trots att de har olika siffersymboler?.</p>	<p> K_1</p> <table border="1" data-bbox="913 359 1093 542"> <tr> <td>II</td> <td>I</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>(4)</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>(10)</td> </tr> </table> <p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 73)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Låt uppgift 22 (den med knapparna) sitta kvar på tavlan. Även uppgift 19 kan fungera som inspiration för denna uppgift.</p> <p>Projicera tabellen på tavlan.</p> <p><i>Arbete i grupp (alternativ till helklassarbete):</i> Låt eleverna pröva att genomföra uppgiften parvis eller i mindre grupper efter introduktion i helklass.</p>	II	I		2	3	(4)	1	1	(10)	<p>Eleverna väljer redskap, t.ex. sträckor, areor, prickar och bågar.</p> <p>Exempel på elevlösning:</p> 	<ul style="list-style-type: none"> tal representerade i olika baser talenheters representationer förhållandet mellan K_1 och K_2 <p>OBS! Hjälp eleverna att resonera kring att K_1, dvs. entalet, inte alltid behöver vara t.ex. en ruta, en stjärna, utan det kan även vara två rutor, tre bollar.</p>
II	I												
2	3	(4)											
1	1	(10)											

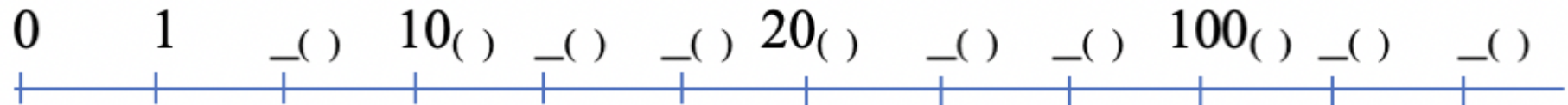
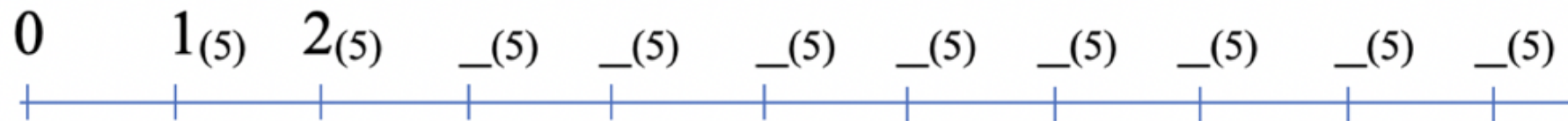
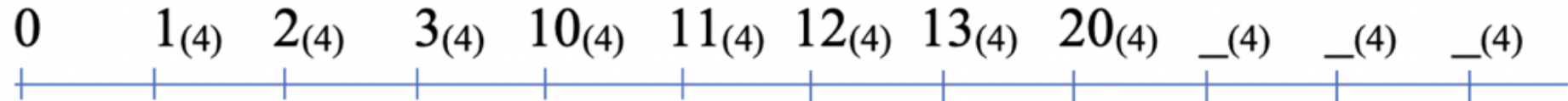
Uppgift 23. Transformation mellan olika representationer (för projicering på tavlan, vid behov)

 K_1

II	I	
2	3	(4)
1	1	(10)

Uppgift 24. Talraden i olika baser				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> när växling sker (övergången till följande talenhet) att bastalet bestämmer vilka siffersymboler som kan användas innebörden av 1 0 i olika baser. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p>Problemsituation: Tidigare har vi pratat om olika baser – men hur räknar man?</p> <p>Iscensättning: Vi räknar ju vanligen 1, 2, 3, 4 ... Vad är det som avgör?</p> <p>Diskutera alla detaljer, t.ex. avstånd, vilka tal, hur vi ser vilken bas det är.</p> <p>Räkna tillsammans med eleverna. Hur långt man kan räkna innan första växlingen? Vad händer vid 1 0 (ett noll) och vad händer vid 2 0 (två noll)?</p> <p>Det kan underlätta för eleverna att fortsätta räkna längre än vad uppgiften medger.</p> <p>Fråga vid behov så alla detaljer blir fokuserade: Hur tänker ni? Hur kommer vi vidare då? Hur vet man vilka siffersymboler som kan användas när man räknar i en viss bas?</p> <p>Vid behov kan eleverna arbeta i grupp men då endast korta stunder. Avbryt grupparbetet för att förtydliga detaljer som är svåra och låt dem sedan fortsätta i par eller grupper igen.</p>	<p>(jfr Davydov m.fl., 2012 volym II, s. 80)</p> <p>Helklassarbete: I kopieringsunderlaget finns de tre första talraderna på en sida (a) och de tre följande på en annan sida (b).</p> <p>Visa en talrad i taget, men arbeta gemensamt med alla talraderna.</p> <p>Arbete i grupp: Förbered kopieringsunderlag a och b så att eleverna endast har en talrad åt gången att arbeta med.</p> <p>OBS! Ha en tom tallinje i beredskap ifall eleverna vill kontrollera genom att räkna längre.</p>	<ul style="list-style-type: none"> benämningarna som ett språkligt redskap, t.ex. 1 0 (ett noll) beteckningen för bastalet 	<ul style="list-style-type: none"> vilka siffersymboler som används vid arbetet i de olika baserna talraden i olika baser var växlingen sker mellan K_1 och K_2 (första och andra talenheten). vad 1 0 (ett noll) innebär, och var det talet finns i olika baser identifiering av basen <p>OBS! Uttal av noteringar, t.ex. det är det skillnad mellan två ett (2 1) och tjuoett (21).</p>

Uppgift 24. Talraden (a) i olika baser (för projicering på tavlan)



Uppgift 24 (fortsättning). Talraden (b) i olika baser för projicering på tavlan

1 2 3 4 5 $10_{(6)}$ $11_{(6)}$ $\text{---}_{(6)}$ $\text{---}_{(6)}$ $\text{---}_{(6)}$

1 2 3 4 5 $\text{---}_{(7)}$ $\text{---}_{(7)}$ $\text{---}_{(7)}$ $\text{---}_{(7)}$

1 2 3 4 5 --- --- ---

Uppgift 25. Arbeta i olika bas				
Syfte	Undervisningens genomförande	Förberedelser inför arbetet i klass	Redskap för modellarbete	Att vara observant på
<p>Eleverna ska genom ett kollektivt utforskande urskilja</p> <ul style="list-style-type: none"> principen för addition med flersiffriga tal i olika baser att bastalet bestämmer när övergång till en succesivt större talenhet sker att bastalet bestämmer vilka siffersymboler som kan användas. <p>OBS! Syftet ska inte presenteras för eleverna utan endast guida planeringen.</p>	<p><i>Problemsituation:</i> Vi har fått i uppdrag att göra dessa beräkningar?</p> <p><i>Iscensättning:</i> Låt eleverna först diskutera i helklass, därefter kan de arbeta kort i par eller i mindre grupper med en uppgift i taget. Anteckna olika förslag till lösningar på tavlan och diskutera dessa tillsammans.</p> <p>Vid den tredje uppgiften kommer troligen några elever att föreslå att svaret är 3 4 och missat att göra övergången till nästa talenhet. Skriv upp förslaget.</p> <p>Hur är det när vi använder en bas, vilken regel gäller? Hur många K_1 kan vi använda innan vi måste göra en övergång till K_2? Låt några elever komma fram och visa sina förslag på tavlan. Föreslå eventuellt att de kan använda en tabell.</p> <p>Vid behov kan eleverna arbeta i grupp men då endast korta stunder. Avbryt grupparbetet för att förtydliga detaljer som är svåra och låt dem sedan fortsätta i par eller grupper igen.</p>	$2 \ 1_{(4)} + 1 \ 1_{(4)} =$ $1 \ 0 \ 1_{(4)} + 2 \ 1 \ 1_{(4)} =$ $1 \ 3_{(4)} + 2 \ 1_{(4)} =$ $106 + 107 =$ $1 \ 1_{(3)} + 2 \ 1_{(3)} =$ <p>(från klassrumsobservation i skola 91, april 2017)</p> <p><i>Helklassarbete:</i> Projicera de fem olika additionsberäkningarna på tavlan.</p> <p>Det behöver finnas plats för både elever och läraren att göra beräkningar och noteringar bredvid.</p> <p>Eleverna behöver antingen kunna klistra in uppgifterna i sitt räknehäfte eller skriva av dem.</p> <p><i>Arbete i grupp:</i> Förbered kopieringsunderlag så att eleverna endast arbetar med en uppgift åt gången.</p>	<p>Eleverna väljer tillsammans med läraren vilka redskap de vill arbeta med, t.ex. algoritmer, sträckor, areor.</p>	<ul style="list-style-type: none"> olika baser talenheter innebörden av siffrorna vid de olika positionerna växling till större talenhet <p>OBS! Uppgiften kan lösas både genom skriftlig huvudräkning och algoritm (uppställning).</p> <p>Svar på uppgifterna: $2 \ 1_{(4)} + 1 \ 1_{(4)} = 3 \ 2_{(4)}$ $1 \ 0 \ 1_{(4)} + 2 \ 1 \ 1_{(4)} = 3 \ 1 \ 2_{(4)}$ $1 \ 3_{(4)} + 2 \ 1_{(4)} = 1 \ 0 \ 0_{(4)}$ $106 + 107 = 213$ $1 \ 1_{(3)} + 2 \ 1_{(3)} = 1 \ 0 \ 2_{(3)}$</p> <p>OBS Eleverna kan igen behöva uppmärksammas på att i bas tio anges inte bastalet.</p>

Uppgift 25. Arbeta i olika bas (för projicering på tavlan)

$$2 \ 1_{(4)} + 1 \ 1_{(4)} =$$

$$1 \ 0 \ 1_{(4)} + 2 \ 1 \ 1_{(4)} =$$

$$1 \ 3_{(4)} + 2 \ 1_{(4)} =$$

$$106 + 107 =$$

$$1 \ 1_{(3)} + 2 \ 1_{(3)} =$$