



Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Student 2026, facit och kommentarer

Här följer ett facit som du kan använda för att rätta årets Kängurutävling. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru. När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 30 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kanguru@ncm.gu.se eller på telefon 031–786 69 85. Många efterfrågar en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Om du önskar redovisa de elever som har uppnått bäst resultat gör du det via länken som skickades till dig via mejl. Länken finns även tillgänglig på ncm.gu.se/kanguru.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, tex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

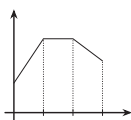
Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför några elever att belönas med 1000 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. På ncm.gu.se/kanguru finns ett nomineringsformulär. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplom. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan till exempel vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpssam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond. Nomineringsformuläret måste fyllas i senast 30 april.



Facit och kommentarer – Student 2026

- 1 C 9 Benämnen den okända sidan med c så ger triangelolikheten $|9-1| < c < 9+1 \Rightarrow 8 < c < 10$, så c måste vara 9.
- 2 B  Först stiger pulsen snabbt, sedan ligger den kvar på en konstant nivå och till sist sjunker den långsamt. Detta stämmer med graf B.
- 3 A 10 Varje vinkel i en regelbunden femhörning är $3 \cdot 180 \div 5 = 108$ grader, så när två femhörningar möts är den sammanlagda vinkeln $2 \cdot 108 = 216$ grader. $216 - 180 = 36$, alltså är vridningen mellan femhörningarna 36 grader. För att bilda en fullständig ring behöver vi vrida totalt 360 grader. Eftersom $360 \div 36 = 10$, behöver vi 10 femhörningar.
- 4 E 2^{12} Alternativet som ger det största värdet är $(2+2)^{6-0} = 4^6 = 2^{12}$.
- 5 B 7,20 euro Oavsett hur Julia delar upp de sex varorna blir det billigaste paret strumpor gratis, medan de två dyraste paren inte blir det. Det är möjligt att få det tredje dyraste paret strumpor gratis om hon grupperar de tre dyraste varorna tillsammans och de tre billigaste varorna tillsammans. Då blir strumporna för 2,90 euro och 4,30 euro gratis, och deras summa är $2,90 + 4,30 = 7,20$ euro.
- 6 D $\frac{1}{4}$ Parallelogrammen QXSY har en bas som är lika med hälften av kvadratens sidlängd och en höjd som är lika med kvadratens sidlängd. Därför är arean av QXSY hälften av kvadratens area. Diagonalen PR i kvadraten delar denna parallelogram i kongruenta, alltså två lika stora, delar. Därför är den andel av kvadraten som är skuggad $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
- 7 C 3 $30 = 6 \cdot 3 + 3 \cdot 4$. Det finns sex rum med plats för tre personer och tre rum med plats för fyra personer.
- 8 E 16 Siffran a måste vara ett kvadrattal, så a kan vara antingen 1, 4 eller 9, och b/c kan då vara 1, 2 respektive 3. Detta ger 16 möjligheter: 111, 122, 133, 144, 155, 166, 177, 188, 199, 421, 442, 463, 484, 931, 962, 993.
- 9 E Inget av de andra alternativen

$$\begin{array}{r} \underbrace{333 \dots 3}_{2026 \text{ siffror}} / \underbrace{33}_{2025 \text{ siffror}} = \underbrace{10101 \dots 01}_{2026 \text{ siffror}} \end{array}$$
med hjälp av kortdivision.
Summan av resultatets siffror är 1013.
- 10 C $\frac{1}{2}$ Den första punkten placeras på den ena av de två halvorna. Sträckan som förbinder de två punkterna passerar genom centrum om och endast om den andra punkten ligger på den andra halvan av linjesegmentet. Eftersom den andra punkten placeras slumpmässigt har den en chans på två att hamna på denna halva. Alltså är sannolikheten $\frac{1}{2}$.



16 A 10

Bland talen 1, 2, 3, 4, 5 och 6 finns bara två sammansatta tal (produkter av 2 primtal): 4 och 6.

6^{70} är en produkt av 140 primtal alltså visade minst 40 tärningar ($140 - 100 = 40$) fyror eller sexor.

Låt t vara antal treor, f antal fyror och s antal sexor.

$$f + s \geq 40$$

$$t + s = 70$$

Summering ger: $t + f + 2 \cdot s \geq 110$.

Men totalt fanns det bara 100 tärningar, så minst 10 av dem ($110 - 100 = 10$) visade sexor.

Och 10 sexor räcker: 60 treor, 30 fyror och 10 sexor har produkt 6^{70} .

17 C 811

Låt S vara summan av talen som för närvarande finns på tavlan.

När n inte är delbart med 7 ändrar operationen summan enligt: $S \rightarrow S - 1$.

När n är delbart med 7 ändrar operationen summan enligt: $S \rightarrow S + 5$.

Startsumma: $S = 1 + 2 + \dots + 40 = \frac{40 \cdot 41}{2} = 820$.

På 39 steg är multiplarna av 7: 7, 14, 21, 28, 35 – exakt 5 bonussteg. Den totala förändringen blir därför $34 \cdot (-1) + 5 \cdot (+5) = -34 + 25 = -9$.

Alltså är $S_{\text{slut}} = 820 - 9 = 811$.

18 A $\frac{1}{2}$

Vi har $9 = 9801^{1/a}$ och $11 = 9801^{1/b}$. Multiplicerar vi dessa får vi $99 = 9801^{1/a+1/b}$.

Därför gäller $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$.

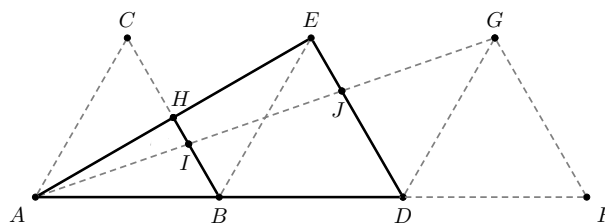
19 B 11

Låt n vara det första (minsta) av dessa tal. Då är $n + 7$ och $n + 19$ mittentalet i den andra gruppen.

Vi har $15 \cdot (n + 7) = 9 \cdot (n + 19)$ alltså $n = 11$.

20 B 1:4

Eftersom E och G är på samma höjd över $ABDF$ så har vi $AJ:JG = DJ:JE$, alltså har trianglarna AJE och GJD lika stora areor. Triangel AIH är likformig med AJE med skalan 1:2 och har därmed $1/4$ av dess area, alltså $1/4$ av triangeln DJG 's area.





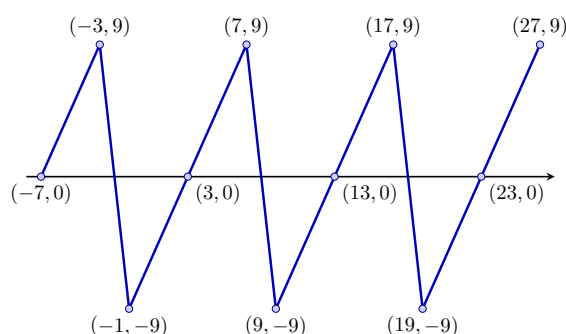
21 B -9

Om vi väljer $x=3$ ger den andra ekvationen $f(6-3)=-f(3)$, det vill säga $f(3)=-f(3)$, alltså $f(3)=0$.

Från den första ekvationen får vi $f(13)=f(3+10)=f(3)=0$ och $f(27)=f(17)=f(7)=f(-3)$, så $f(-3)=f(27)=9$.

Slutligen får vi $f(9)=f(6-(-3))=-f(-3)=-9$, och $f(13)+f(9)=0-9=-9$.

Sådana funktioner f existerar faktiskt. En graf av ett exempel kan ses nedan. Grafen är periodisk i x med perioden 10 och antisymmetrisk med avseende på punkterna $(3+10n, 0)$, där $n \in \mathbb{Z}$.



22 E 72

För att bilda en pyramid väljer man två hörn som tillhör samma kant samt ett hörn från var och en av de andra två kanterna. Antalet möjliga pyramider är därför $1 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 6 = 72$.

Alternativ lösning, binomialkoefficienter: $\binom{2}{2}\binom{3}{1}\binom{4}{1} + \binom{2}{1}\binom{3}{2}\binom{4}{1} + \binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{4}{2} = 1 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 6 = 72$.

23 E -22

Talen a_n är konstanta mellan två på varandra följande kvadrattal n . Till exempel:

$$a_1 = 1 = a_2 = a_3,$$

$$a_4 = 2 = a_5 = a_6 = a_7 = a_8, \text{ och}$$

$$a_9 = 3 = a_{10} = \dots = a_{15}.$$

Mer allmänt gäller att

$$a_{n^2} = n = a_{n^2+1} = a_{n^2+2} = \dots = a_{n^2+2n}, \quad n \geq 1.$$

Därför gäller att om n är udda, så är

$$a_{n^2} - a_{n^2+1} + \dots + a_{n^2+2n} = n,$$

och om n är jämnt, så är

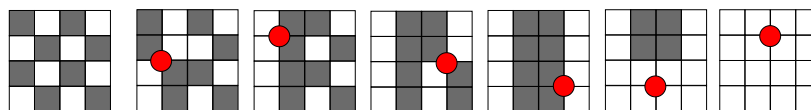
$$-a_{n^2} + a_{n^2+1} - \dots - a_{n^2+2n} = -n.$$

Eftersom $2025 = 45^2$, är summan vi är intresserade av $(1-2+3-4+5-6+\dots+43-44)+45-45=-22$.



24 B 6

Figuren nedan visar hur detta kan uppnås med sex operationer. Ordningen på operationerna påverkar inte resultatet.



Det är inte möjligt att uppnå detta med färre operationer. För att se detta kan man notera att varje svart ruta måste ändras ett udda antal gånger. Eftersom var och en av de två svarta rutorna i hörnen endast kan ändras när 2×2 -rutan i hörnet som innehåller den väljs, måste båda dessa hörnrutor med säkerhet väljas. Låt oss därför anta att de väljs i de två första operationerna.



Då ser figuren ut som till vänster i bilden nedan.

Nu måste var och en av de fyra rutor som är markerade med ett kryss i figuren till höger ändras oberoende av de andra, eftersom det inte finns någon 2×2 -ruta som innehåller två av dem. Av detta följer att minst fyra ytterligare operationer behövs.