



Kängurutävlingen – Matematikens hopp

Junior 2026, facit och kommentarer

Här följer ett facit som du kan använda för att rätta årets Kängurutävling. Förutom svar ger vi också några olika lösningsförslag. Ett underlag till hjälp för bokföring av klassens resultat finns att hämta på ncm.gu.se/kanguru. När du har fyllt i kalkylbladet får du en sammanställning av klassens resultat. Redovisa resultaten genom att ladda upp ditt ifyllda kalkylblad *senast 30 april*. Webbadressen är ncm.gu.se/kanguru. Om du får problem med att redovisa via nätet, hör av dig till oss på kangurutavlingen@ncm.gu.se eller på telefon 031 – 786 69 85. Många efterfrågar en sammanställning med lösningsfrekvenser och denna blir förstås bättre ju fler som redovisar.

Uppmärksamma gärna goda prestationer i klassen och i skolan. Namnen på de elever som fått bäst resultat i varje årskurs kommer att publiceras på webben. Om du önskar redovisa de elever som har uppnått bäst resultat gör du det via länken som skickades till dig via mejl. Länken finns även tillgänglig på ncm.gu.se/kanguru.

Låt eleverna få en ny chans att lösa de problem de inte hann med

Endast några enstaka elever hinner lösa alla problem under tävlingstillfället. Ordna därför gärna ett extra tillfälle utom tävlan, där klassen kan lösa problemen utan tidsbegränsning. Många skulle säkert utmanas av de svårare problemen, om de fick tid att arbeta med dem.

Sen kan ni diskutera och kontrollera lösningarna. Låt eleverna berätta om sina lösningar och jämför olika sätt att resonera. Gå noga igenom alla problem och red ut det som kan ha varit svårt. Diskutera ord och begrepp som eleverna funderar över. För att variera problemen kan förutsättningar, tex de ingående talen, ändras. Försök också att formulera om problemen så att andra svarsalternativ än de rätta ska bli de rätta svaren.

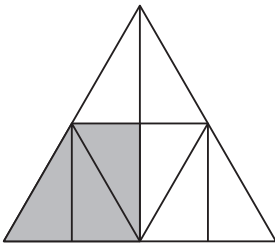
Nominera till Mikael Passares stipendium

Mikael Passare (1959–2011) var professor i matematik vid Stockholms universitet. Han hade ett stort intresse för matematikundervisning på alla nivåer och var den som tog initiativ till Kängurutävlingen i Sverige. Mikael Passares minnesfond har instiftat ett stipendium för att uppmärksamma elevers matematikprestationer. I samband med Kängurutävlingen kommer därför några elever att belönas med 1000 kr.

För att kunna nomineras måste eleven ha genomfört tävlingen på korrekt sätt och klassens resultat måste vara inrapporterade. På ncm.gu.se/kanguru finns ett nomineringsformulär. Nomineringen ska innehålla *elevens namn, skola, årskurs, tävlingsklass* och *resultat* på årets tävling, uppgift om vilken dag tävlingen genomfördes och namn, telefonnummer och e-post till den nominerande läraren samt en postadress dit vi kan skicka diplom. Det ska finnas en *motivering* till varför just denna elev är värd att speciellt uppmärksammas. Det kan till exempel vara en *ovanligt god prestation* i tävlingen, *oväntat bra resultat i relation till tidigare prestationer* eller *annat* hos eleven som är värt att speciellt uppmärksammas i relation till arbetet med Kängurun. Förutom detta premieras att eleven är *hjälpssam och visar gott kamratskap*. Det är motiveringen som kommer att ligga till grund för juryns beslut. I juryn ingår representanter från Mikael Passares minnesfond. Nomineringsformuläret måste fyllas i senast 30 april.



Facit och kommentarer – Junior 2026

- 1 A $202 \div 6$ Eftersom vi letar efter det minsta talet utesluter vi de tresiffriga svaren B, D och E och koncentrerar oss på de tvåsiffriga. Resultatet av divisionen A är mindre än 46 i C, så det rätta svaret är A.
- 2 D 5 $2+0-2\cdot 6=-10$; $2\cdot 0+2-6=-4$; $2\cdot 0-2+6=4$; $2-0\cdot 2+6=8$.
Oavsett var multiplikationstecknet placeras får vi tre jämna termer. Uttrycket kan inte bli ett udda tal.
- 3 D 4 Var och en av dem åt minst tre plommon, vilket betyder att minst $3\cdot 5=15$ plommon hade ätits. Det lämnar $19-15=4$ plommon kvar, så fyra personer åt fyra plommon.
Alternativ lösning: Om det fanns 20 plommon skulle var och en ha fått fyra, vilket betyder att bara en av dem hade fått tre.
- 4 E 5 Första och andra siffran är alltid 2 och 0, så summan på de två efterföljande siffrorna är 8. De tal som uppfyller dessa två egenskaper samtidigt under 2000-talet är: 2008, 2026, 2044, 2062 och 2080.
- 5 D $3/8$ Eftersom triangeln är liksidig kan den delas in i fyra mindre liksidiga trianglar. Därefter kan varje liten triangel delas i två lika stora delar. Alltså delas hela figuren i åtta lika stora delar, varav tre är skuggade.
Alternativ lösning: Den skuggade delen utgör återstående tre fjärdedelar av PQS, alltså tre åttondelar av PQR.

- 6 C 4 $10a+b=6\cdot b$, $10a=5b$. De värden på b där ekvationen ger ett heltal på a är när $b=2a$, $a>0$, $b<10$ ger $a<5$ och detta ger fyra sifferpar 12, 24, 36 och 48.
- 7 C 4 För att vara en multipel av sex måste talet vara jämnt. Alltså är a jämnt. Talet är också delbart med 3, så dess siffersumma måste vara delbar med 3. Siffersumman är $1+9+3+3+9+1+a=26+a$. Alltså är $a=1, 4$ eller 7 . Eftersom a också måste vara jämnt är 4 det enda alternativet.
- 8 C 1011 $(1-2)-(3-4)-(5-6)-\dots-(2025-2026)=-1-(-1)-(-1)-(-1)-\dots-(-1)$.
Detta skrivs $-1+1012=1011$.
- 9 B 7 Talen växlar mellan udda och jämna, så den fjärde och sjätte rutan innehåller talen 4 och 6, i någon ordning.
Om den sjätte rutan innehåller 4, så innehåller den femte antingen 1 eller 7; i båda fallen skulle 3 hamna bredvid 2, och på andra sidan av 2 skulle antingen 1 eller 7 finnas, men summorna i båda fallen är multiplar av 3. Det är otillåtet. Att placera 6 i den sjätte rutan kräver därför att 3 placeras i den femte. Fördelningen kan sedan kompletteras med 1 och 7 i den första och tredje rutan i valfri ordning.



- 10 C 2π Figures omkrets är summan av de tre bågar som definierar den. De tre bågarna är lika stora. Alla vinklar i triangeln är 60° .
Därför är längden på varje båge
- $$2\pi \cdot 2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi}{3}.$$
- Alltså blir omkretsen 2π .
- 11 B 30 Låt antalet hundar på gården vara n . Eftersom det totala antalet djur ska vara så litet som möjligt och det finns fler får än hundar, sätter vi antalet får till $n + 1$. På samma sätt är antalet getter $n + 2$, antalet grisar $n + 3$ och antalet höns $n + 4$. Vi får dessutom veta att antalet hundar är hälften av antalet höns, och alltså gäller ekvationen $2n = n + 4$, vilken har lösningen $n = 4$. Därför är det totala antalet djur på gården $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$.
- 12 D 13 Anton och Linda har tillsammans som mest $13 + 14 = 27$ bett. Därför har Kai som mest $27 \div 3 = 9$ bett, så han kan ha 7 eller 9 bett.
- Om Kai har 7 bett skulle Anton och Linda tillsammans ha 21 bett. Men detta är inte möjligt eftersom två av talen 9, 10, 13 och 14 inte kan summeras till 21.
 - Alltså har Kai 9 bett, och Anton och Linda har 13 och 14, ej nödvändigtvis i den ordningen.
- Följaktligen har Peter antingen 7 eller 10 bett. Då måste Mia och Linda tillsammans ha $2 \cdot 7 = 14$ eller $2 \cdot 10 = 20$ bett. Eftersom Mia och Linda tillsammans har minst $7 + 9 = 16$ bett, måste de ha 20 bett, vilket betyder 7 och 13. Därför måste Linda ha 13 bett.
- Vi kan bestämma antalet bett för alla fem vandrare: Linda har 13 bett, Kai har 9, Mia har 7, Anton har 14 och Peter har 10.
- 13 B 44 Totalt finns 12 tunnlar. Då har 8 kuber tagits bort från korsningspunkterna samt 3 från varje tunnel utanför korsningar. $8 + 12 \cdot 3 = 44$.
- 14 B 8 Genom att fylla de fyra cellerna i den nedersta raden blir de återstående cellerna entydigt bestämda. Vi vet att det finns $2^4 = 16$ sätt att fylla dessa fyra celler med talen -1 och $+1$. Antag nu att talet i den översta cellen är $+1$ i ett av dessa 16 fall. Om vi multiplicerar alla talen i detta fall med -1 , så är varje tal (utom de i den nedersta raden) fortfarande lika med produkten av de två talen direkt under det, men talet i den översta cellen blir nu -1 . Därför finns det för varje fall som ger $+1$ i den översta cellen ett motsvarande fall som ger -1 , och vice versa. Alltså finns det lika många av de två fallen. Av dessa 16 fall ger alltså 8 resultatet $+1$ högst upp, och de andra 8 ger -1 .
- Ett alternativt resonemang är följande:* Om man arbetar uppifrån och ned kan man fritt välja $+1$ eller -1 i den vänstra cellen i var och en av den andra, tredje och fjärde raden. Varje gång bestäms värdena i alla andra celler i den raden utifrån raden ovanför. Det finns alltså $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ sätt att fylla cellerna.

15 C 108°

Låt α vara storleken på de tio lika stora vinklarna. Låt d vara den fjärde vinkeln i den inre fyrhörningen.

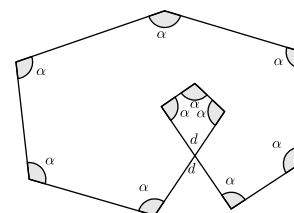
En fyrhörnings vinkelsumma är 360° vilket ger att $3\alpha + d = 360^\circ$.

Av en oktagons vinkelsumma gäller: $7\alpha + (360^\circ - d) = 6 \cdot 180^\circ$.

Om vi adderar dessa ekvationer och löser får vi $\alpha = 108^\circ$.



Ett alternativt resonemang är följande: När vi följer en bana runt hela figuren vrider vi oss sammanlagt två varv. Detta består av tio lika stora vridningar genom yttervinkeln $(180^\circ - \alpha)^\circ$. Om vi löser ekvationen $10(180 - \alpha) = 720$ får vi $\alpha = 108^\circ$.



16 C Carl

Först noterar vi att Ernest måste ha sagt sanningen, vilket innebär att Alan, Ben, Carl och David alla nådde mållinjen. Om Ernest hade ljugit och kommit i mål, skulle de andra pojkarna ha talat sanning. Men då skulle alla fem pojkar ha nått mållinjen, vilket motsäger den givna informationen.

Alan talade sanning, för om han hade ljugit skulle han ha varit först eller fyra, vilket strider mot att Carl och David talade sanning. Ben talade också sanning, för om han hade ljugit skulle han ha kommit fyra, vilket strider mot Davids sanning. David talade också sanning, för om han hade ljugit skulle ingen av de fyra pojkar som nådde mållinjen ha varit fyra (sist), vilket motsäger den givna informationen.

Det följer av ovanstående att Carl ljög, och ordningen vid mållinjen kan ha varit följande: Ben, Alan, Carl, David eller Ben, Carl, Alan, David.

17 D 3,0

Den tomma delen i den högra bilden är $42 - 30 = 12$ cm djup och den vattenfyllda delen i den vänstra bilden är 24 cm djup. Eftersom båda dessa former är cylindrar är förhållandet två delar vatten till en del tomrum. Med andra ord är flaskan två tredjedelar full, så volymen vatten är

$$\frac{2}{3} \cdot 4,5 = 3 \text{ liter.}$$

18 A $\frac{1}{4}$

Om topparna av två trianglar ligger på en linje parallell med trianglarnas gemensam bas så har trianglarna lika höjder och därmed lika areor. Eftersom O är centrum ligger O på DE . Därför är OD parallell med AC och $\text{area}(ACO) = \text{area}(ACD)$. Slutligen är det tydligt att $\text{area}(ACD)$ är $\frac{1}{4}$ av $\text{area}(ABEF)$.

Alternativ lösning: O mittpunkten på CF , så $\text{area}(ACO) = \frac{1}{2} \text{area}(ACF) = \frac{1}{4} \text{area}(ABEF)$.

19 B 17

$$2 \cdot 2^{13} + 3 \cdot 4^7 + 4 \cdot 4^7 = 2^{14} + 7 \cdot 4^7 = 2^{14}(1 + 7) = 8 \cdot 2^{14} = 2^3 \cdot 2^{14} = 2^{17}, n \text{ är alltså } 17.$$

20 C 10

Efter varje match ökar spelarnas totalsumma med två. Därför måste turneringen ha $90 \div 2 = 45$ matcher. Låt antalet spelare vara n .

Då är antalet matcher $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$.

$$\text{Alltså gäller } \frac{n \cdot (n-1)}{2} = 45.$$

När vi löser denna ekvation får vi $n = 10$.



21 B 13

Båda termerna i uttrycket $a^b - ab$ innehåller ett a , så det är delbart med a , och $2026 = 2 \cdot 1013$, där både 2 och 1013 är primtal. Därför kan värdet på a endast vara 1, 2, 1013 eller 2026. En kontroll av dessa fall visar att endast $a = 2$ och $b = 11$ uppfyller villkoret. Därför är $a + b = 13$

22 C $\sqrt{2}:1$

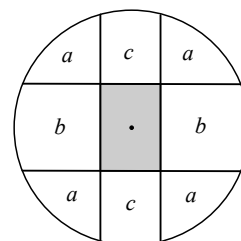
Beteckna den mindre kvadrats sida med a och den större kvadrats sida med b . XY är hypotenusan i en rätvinklig triangel med kateterna a och b . PQ är hypotenusan i en rätvinklig triangel med kateterna $(b+a)$ och $(b-a)$. Pythagoras sats ger $|XY|^2 = a^2 + b^2$ och $|PQ|^2 = (b-a)^2 + (b+a)^2$.

$$\frac{|PQ|^2}{|XY|^2} = \frac{(b-a)^2 + (b+a)^2}{a^2 + b^2} = \frac{b^2 - 2ab + a^2 + b^2 + 2ab + a^2}{b^2 + a^2} = 2$$

$$\frac{|PQ|}{|XY|} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

23 D 48

Låt oss spegla kordorna kring cirkelns centrum. Areorna som är markerade med samma små bokstäver är lika stora, och arean av rektangeln som bildas i centrum är $6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$.
 $(A + C) - (B + D) = (2a + b + c + 48) - (2a + b + c) = 48$.



24 B 827

Eftersom Charles tar ett udda antal kolor varje gång och summan av de första n udda talen är n^2 , har Charles gjort det sista draget genom att ta $407 - 20^2 = 7$ kolor. Alltså har Charles gjort 21 drag och Paul 20:
 $(1 + 2 + \dots + 40 + 7) = 40 \cdot 41 / 2 + 7 = 827$.