

Testbaserat lärande i matematik

Artikeln beskriver ett utvecklingsarbete gjort inom ramen för ett stipendium från Gudrun Malmers stiftelse. I projektet undersöktes en metod som handlar om att träna eleverna i att minnas vad de lärt sig. En del resultat pekar på ökat lärande hos eleverna. Projektet genomfördes på mellanstadiet.

Under vårterminen 2021 blev vi båda, tillsammans med Åsa Toresson Åhlberg, kollegor och kom att utgöra skolans ämneslag i matematik på mellanstadiet. Från skolledningen fick vi i uppdrag att utveckla matematikundervisningen. Genom utforskande cykler och med stöd av ALP-tester identifierade vi styrkor och svagheter hos eleverna. Utifrån den analysen blev vårt åtagande under läsåret 21/22 att stärka elevers taluppfattning och problemlösningsförmåga. För att åstadkomma det designade vi bland annat lektioner tillsammans, så kallade nyckellektioner.

ALP som står för
Analys av Läsförståelse
i Problemlösning. ALP-
tester är ett screening-
verktyg med diagnostiska
tester som har tagits fram
av Gudrun Malmer.

Nyckellektioner och prov gav oss en idé

Nyckellektionerna var kopplade till olika matematiska områden, exempelvis *omkrets*, *area* och *procent*. Vi planerade tillsammans och genomförde lektioner i våra egna klasser. Därefter samlades vi för att diskutera hur det gått och planera nya lektioner.

Vi försökte mäta elevers utveckling och resultatet av vår insats genom för- och efterprov. Under året blev det vid några tillfällen att förprovet istället genomfördes som ett mellanprov, det vill säga att eleverna fick göra det första provet ungefär halvvägs in i arbetsområdet. Provresultaten och provuppgifterna användes sedan som underlag i den fortsatta undervisningen varpå eleverna fick göra provet igen i slutat av området. Förfarandet väckte tanken på att använda prov som ett didaktiskt verktyg. Det visade sig att detta inte var en ny idé. Metoden kallas på svenska för testbaserat lärande (från den ursprungliga engelska termen *retrieval practice*). Vi fann dock inte mycket kring metoden som handlade om matematikundervisning och framför allt inte om problemlösning på mellanstadiet.

Testbaserat lärande – framplockning

Psykologiforskarna Bert Jonsson och Lars Nyberg beskriver i boken *Testbaserat lärande – att stärka inläring och minne* noggrant vad metoden innebär och vilka effekter den kan ge. De framhåller att metoden är väl beforskad inom såväl utbildningsvetenskap som psykologisk forskning och neurovetenskap, både nationellt och internationellt. Testbaserat lärande bygger på att elever, förutom att träna på att lära in ny kunskap, även aktivt ska tränas i att plocka fram och använda det inlärd från långtidsminnet, så kallad framplockning. Enkelt förklarat kan detta göras genom att regelbundet ha test där elevernas framplockning av kunskaper visar hur mycket de lärt sig. Samtidigt visar och återkopplar det också till vad eleven inte lärt sig vid första inläringstillfället och som därför ska fokuseras vid nästkommande inläringstillfälle. Denna typ av återkoppling har en stärkande effekt. Vid inläring skapas minnesrepresentationer i hjärnan. Vid framplockning används minnesrepresentationerna samtidigt som de förstärks och nya kopplingar skapas. Detta leder till att ett nätverk av representationer bildas i hjärnan vilket gör att det är lättare att minnas och komma ihåg vad som en gång lärts in. Metoden fokuserar alltså, förutom på inläring, starkt på framplockning ur minnet.

Vad vi gjort

Vi tre pedagoger genomförde projektet *Testbaserat lärande i matematik: En undersökning av elevers lärande i problemlösning*. Vi gjorde det tillsammans med våra egna elever som gick i tre olika klasser. Varje klass var i sin tur indelad i två undervisningsgrupper. Sammanlagt medverkade sex undervisningsgrupper med totalt 121 elever.

Var och en av oss undervisade våra respektive grupper inom ett specifikt arbetsområde. På så vis behandlades tre problemlösningsområden. Dessa kallade vi för cykler. Cykel 1 handlade om skala och genomfördes när eleverna gick i årskurs 6. Cykel 2 och 3 handlade om omkrets och area, där cykel 2 genomfördes i årskurs 6 och cykel 3 i årskurs 5. I samtliga klasser går elever som har annat modersmål än svenska och många läser svenska som andraspråk.

Varje cykel består av en serie om cirka 10 lektioner. Varje lektion består i sin tur av fyra lektionsfaser: återkoppling, presentation, övning, reflektion. Återkopplingsfasen startar med en testövning som knyter an till föregående lektion, då eleverna får träna på att plocka fram från minnet vad förra lektionens handlade om. Därefter fortsätter lektionen med presentation av lektionens lärandemål och genomgång, följt av lektionens huvuddel – övningsfasen med elevaktiva matematiska övningar. Under reflektionsfasen, får eleverna genomföra en ny testuppgift som fångar essensen av lektionen vars syfte är att försöka framplocka vad de nyss lärt sig.

Schematisk bild av tre lektioner, där pilarna visar testmomenten.

...Lektion 1	Lektion 2				Lektion 3...
Reflektion	Återkoppling	Presentation	Övning	Reflektion	Återkoppling
Testuppgift om lektionen	Testuppgift om förra lektionen	Genomgång med tydliga lärandemål	Elevaktiva uppgifter	Testuppgift om lektionen	Testuppgift om förra lektionen



Syftet med projektet var att undersöka vilken potential testbaserat lärande rymmer som didaktiskt verktyg för elevers lärande i matematik. Vi ställde oss två frågor:

1. Förändras elevers resultat avseende problemlösningsförmåga, i så fall hur?
2. Vad är elevernas upplevelse kring sitt matematiska lärande?

Vi försökte svara på frågorna genom tre olika metoder:

- ♦ Vi använde för-, mellan- och slutprov.
- ♦ Vi införde testuppgifter i form av inträdesbiljetter (återkopplingsuppgifter) och exit tickets (reflektionsuppgifter) på flera lektioner.
- ♦ Varje prov avslutades med enkätfrågor.

Proven

Till proven använde vi gamla publicerade nationella provuppgifter som passade till det aktuella arbetsområdet. Vi valde ut fem-sex uppgifter till första förprovet. Till mellanprovet använde vi samma uppgifter men ändrade talen eller omformulerade texten, så att svaren blev nya, för att se om eleverna kunde lära sig lösa uppgifter där kontexten var känd men talen nya. Slutprovet förändrade vi på samma sätt. För att se om eleverna kunde lösa uppgifter i ny kontext la vi till en ny extrauppgift.

Nedan ges exempel på för-, mellan- och efterprov som visar hur uppgifterna enkelt kan förändras. Proven är från området Omkrets och area¹. Eleverna fick använda linjal men inte miniräknare.

Förprov

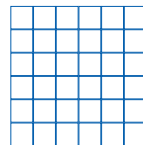
1) Eleverna får var sin lika stor kvadrat i papper de ska ha till att rita en drake.

Hur stor area har kvadraten?

Skriv bara svar: ____ cm²

2a) Rita en rektangel med omkretsen 12 cm.

2b) Hur stor area har din rektangel? Visa hur du löser uppgiften.



Mellanprov

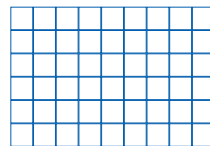
1) Eleverna får var sin lika stort papper som de ska ha till att rita en drake.

Hur stor area har fyrhörningen?

Skriv bara svar: ____ cm²

2a) Rita en rektangel med omkretsen 18 cm.

2b) Hur stor area har din rektangel? Visa hur du löser uppgiften.



Slutprov

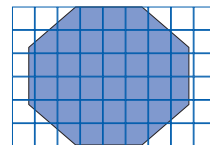
1) Eleverna får var sin lika stor fyrhörning som de ska ha till att rita en drake.

Hur stor area har åttahörningen?

Skriv bara svar: ____ cm²

2a) Rita en fyrhörning med omkretsen 24 cm.

2b) Hur stor area har din fyrhörning? Visa hur du löser uppgiften.



¹Uppgifterna på förprovet är från NP Äp6 2014 och 2013 Ma Delprov B, Skolverket

Alla proven samlade vi in och rättade. Eleverna fick tillbaka proven och vi gick igenom dem. Förprovet gick vi igenom tillsammans i storgrupp. Efter mellanprovet användes en lektion där eleverna fick tillbaka provet för att jobba vidare med det i mindre grupper. Tanken med detta var att eleverna skulle lösa alla uppgifter tillsammans och därigenom lära av varandra. Slutprovet hade en summativ karaktär och delades ut efter rättning och några av oss pedagoger gick därefter igenom uppgifterna

Inträdesbiljetter, exit tickets

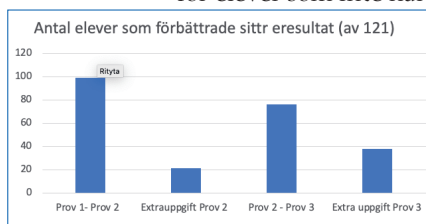
Varje lektion började med en återkopplingsuppgift, som vi för eleverna benämnde *inträdesbiljett*, där de fick möjlighet att öva på att plocka fram det vi lärt lektionen innan. De fick några minuter på sig att lösa uppgiften. Vi samlade in deras svar och gick igenom uppgiften innan lektionen fortsatte med nya lärandemål och elevaktiviteter. Lektionen avslutades med en reflektionsuppgift, en så kallad *exit ticket*, där eleverna fick möjlighet att visa kunskaper om den nyss genomförda lektionen. Uppgiften redovisades i direkt anslutning så eleverna fick snabb återkoppling på om de gjort rätt eller ej.

Enkätfrågor

För att få reda på hur eleverna uppfattade det nya arbetssättet ställde vi enkätfrågor i slutet på varje prov. Exempel på frågor var "Hur kändes det att göra förprovet?", "Varje lektion har börjat med en uppgift som återkopplat till förra lektionen, en så kallad inträdesbiljett. Att få minnas tillbaka på detta sätt, har det hjälpt ditt lärande?"

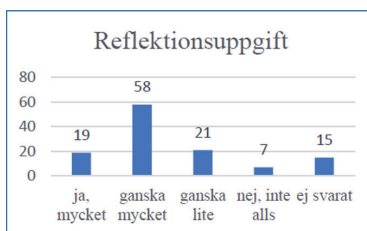
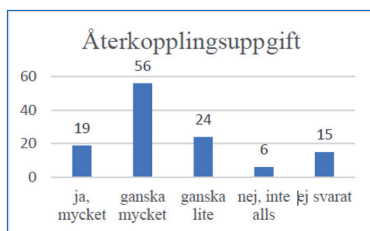
Bättre resultat

Resultaten blir bättre mellan varje prov, vilket kanske inte är så oväntat. Medelvärdet ökar i samtliga klasser samtliga prov. Eleverna med minst betyg D stod för den största ökningen. Det är även dessa elever som i större utsträckning klarar extrauppgifterna på mellan- och slutprovet. Resultaten för elever som inte når godtagbara kunskaper eller betyget F ökade också men inte i lika stor utsträckning som övriga elever.



Mellan förprovet och mellanprovet förbättrade 99 av 121 elever sina resultat, varav 21 elever klarade extrauppgiften som tillkom vid andra provtillfället. Vid jämförelse mellan mellanprovet och slutprovet ökade 76 elever sitt resultat och 38 elever klarade den nya extrauppgiften.

När det gäller testuppgifterna visar resultaten att drygt 53 % klarade återkopplingsuppgifterna medan 65 % klarade reflektionsuppgifterna. Det kan tolkas som att fler elever minns bättre vad de just lärt sig på lektionen än vad de lärt sig på lektionen innan. Drygt 70 % av eleverna uppgav att testuppgifterna hjälpte dem i deras lärande.



Styrkor och svagheter med metoden

Vad händer med problemlösning? En allmänt vedertagen definition av problemlösning är att det ska vara en okänd uppgift för problemlösaren och att man inte i förväg ska veta hur man ska lösa den. Så som vi använt uppgifterna genom testbaserat lärande blir problemlösningssuppgifter mer att betrakta som rutinuppgifter. Detta kan ses både som en styrka och en svaghet. En styrka därför att problemuppgifter genom upprepat övande leder till automatiserade färdigheter. En svaghet därför att osäkerhet råder kring hur väl eleverna kan ta sig an nya problemuppgifter vilket vi försökte undersöka genom de extrauppgifter som fanns i mellan- och slutproven.

När det gäller extrauppgifterna som fanns i mellan- och slutproven pekar en del av resultaten på att eleverna lyckas med dem, men det finns samtidigt elever, i synnerhet lågpresterande elever som ej klarar det. Måhända hade de inte klarat det vid traditionell undervisning heller?

Förutom att eleverna använder framplockning och tränas på att minnas när de arbetar med testuppgifterna ger dessa även viktig information till mig som lärare. Både inträdesbiljetter och exit tickets i samband med varje lektion visar vilka elever som kan momentet som testas respektive inte kan. Det i sin tur ger läraren möjlighet att planera nästkommande lektioner utifrån den kunskapen. Om testuppgifternas lösningar dessutom presenteras för eleverna i anslutning till deras genomförande får de direkt återkoppling på om de kan eller inte.

En styrka med metoden avseende proven är att eleverna vid förprovet får klargjort målet med arbetsområdet, det vill säga vilka typer av uppgifter som de förväntas klara. Det ökar elevernas medvetenhet om vad som ska läras och möjliggör ett större ansvarstagande för det egna lärande. Vid mellanprovet får eleverna kännedom om vad de kan och vad de behöver träna mer på. Om deras resultat är bättre än vid förprovet, vilket det var för en stor majoritet av eleverna, får de även syn på progressionen i sin kunskapsutveckling.

Prov – inte bedömning

En svaghet är att det tar lång tid att rätta alla dessa prov. Det behövde vi göra inom ramen för projektet, men det behöver inte göras i en ordinarie undervisning. Ett sätt är helt enkelt att eleverna gör förprovet och i slutet av samma lektionspass visar man som lärare facit på tavlan och går ganska snabbt igenom svaren. Eleverna får då direkt återkoppling på vilka uppgifter de klarat och vilka de inte kunde eller gjorde fel på. Eftersom det är uppstarten på ett nytt arbetsområde upplever de flesta elever dem som svåra. Här är det viktigt som lärare att poängtera att målet med förprovet är att visa vad de *ska* lära sig. Diskussionen kan resultera i att lärare och elever tillsammans skriver upp lärandemålen inom arbetsområdet. Provet den andra lektionen kan också rättas av eleverna med en färgpenna. De samlas in och ger då ändå en bild av hur det har gått.

Eleverna sparar sedan förprovet. När man efter några veckor genomför mellanprovet, kan det göras på samma sätt genom att man går igenom facit tillsammans. Eleverna får snabb återkoppling. Nu får de även möjlighet att jämföra resultaten från de två proven. De elever som förbättrat sig får en ökad motivation av att resultaten synliggörs på detta sätt. De behöver inte heller vara rädda för att misslyckas, då proven inte används som bedömningsunderlag. De behöver inte ens samlas in. Till det avslutande provet vet de vad de behöver träna på och det är enbart det provet som behöver rättas och bedömas.

Vidareutveckling

Inträdes- och exit ticket kan utvecklas till att innehålla fler uppgifter på olika nivåer och på så sätt differentiera uppgiften. Ett annat exempel är att förutom att ha uppgifter med från föregående lektion, även ha en från föregående arbetsområdet och en från föregående termin för att på så sätt öva framläckning av äldre kunskap och stärka inläringen.

Namn: _____ Datum: _____	
Inträdesbiljett 	
Fråga 1 ★	Fråga 2 ★★
Fråga 3 ★★★	Fråga 4 ★★★★★

I slutet av proven kan det finnas en lista på kunskapskrav som kan göra bedömningen mer formativ.

Du kan: ☐ Skriva bråktalet till bild ☐ Rita bråk till bråktalet ☐ Jämföra bråk ☐ Storleksordna bråk ☐ Likvärdiga bråk ☐ Skriva bråk i enkel form ☐ Skriva bråk i blandad form ☐ Rita bråk i blandad form ☐ Addera bråk i bråkform ☐ Addera bråk i blandad form ☐ Subtrahera bråk i bråkform ☐ Subtrahera bråk i blandad form ☐ Beräkna antal	Du behöver öva på: ☐ Skriva bråktalet till bild ☐ Rita bråk till bråktalet ☐ Jämföra bråk ☐ Storleksordna bråk ☐ Likvärdiga bråk ☐ Skriva bråk i enkel form ☐ Skriva bråk i blandad form ☐ Rita bråk i blandad form ☐ Addera bråk i bråkform ☐ Addera bråk i blandad form ☐ Subtrahera bråk i bråkform ☐ Subtrahera bråk i blandad form ☐ Beräkna antal
--	---

Avslutningsvis kan det argumenteras för att resultaten i denna studie har en del belägg som indikerar att testbaserat lärande är en metod som har potential till ökat matematiskt lärande hos eleverna.

LITTERATUR

- Johansson, B. & Nyberg, L. (2020). *Testbaserat lärande: att stärka inläring och minne*. Natur & Kultur.
- Kristiansson, R., Swärd, C. & Toresson Åhlberg, Å. (2024). *Testbaserat lärande i matematik: En undersökning av elevers lärande i problemlösning*. Rapport för Gudrun Malmers stiftelse. Malmö universitet.
- Malmer, G. (2006). *Analys av läsförståelse i problemlösning*. Adastra läromedel.
- Olsson, J., Larsson, M. & Granberg, C. (2025). *Att undervisa för förståelse*. Nämnaren 2025:1.