

Från lek till logiskt tänkande

Efter att ha läst Dagmar Neumans *Landet Längesen* blev Cecilia Christiansen intresserad av strategin transformationer som tas upp i läromedlet. Hon sökte upp Dagmar och fick ett givande samtal som hon här delar med sig av för att göra Dagmars tankar tillgängliga även för andra lärare.

Dagmar börjar med att berätta om en laboration där hon använde en flanotavla. Idag kan vi använda dokumentkameran eller whiteboardtavlan. Så här berättar Dagmar:

”En sak som jag aldrig har tagit upp är hur vi allra första gången introducerade strategin *transformationer*. Det gjorde vi under nybörjarnas första termin i skolan. Vi hade då många gånger lekt en lek som jag nu tycker är rätt dum, därför att den faktiskt enbart handlar om minnesträning, inte det minsta om logiskt tänkande.

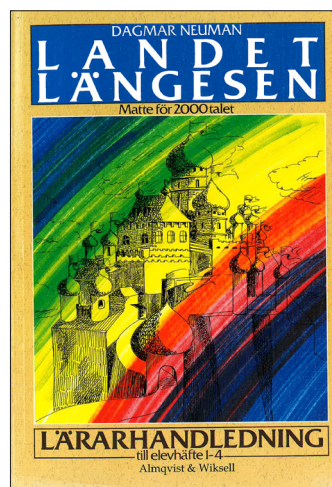
Leken gick ut på att jag gömde ett antal kulor – högst sex – i mina händer och att barnen fick gissa hur många jag hade gömt i varje hand. Den som först kom till den rätta gissningen fick bli den som gömde nästa gång. Barnen tyckte om leken och vi brukade också använda ett par andra lika ”tomma” minnesträningslekar som de också älskade.

Jag funderade på hur man skulle kunna göra leken lite mer anpassad till utveckling av det logiska tänkande som är avsikten med att ämnet matematik finns med på schemat, och kom då på en annan lek, eller laboration eller vad man ska kalla det. En som tangerade dessa tidigare lekar men som faktiskt ställde en gnutta krav på logiskt tänkande.

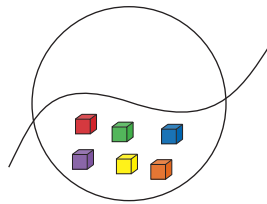
Jag frågade barnen om de ville lära sig ett knep som gjorde att de – såvida de fick gissa flera gånger – alltid till sist skulle kunna komma på hur jag hade gömt kulorna i mina händer. Och det ville de naturligtvis.

Jag ritade med krita på flanotavlan en ring och placerade en garnända över mitten av cirkeln. Sedan sa jag medan jag satte upp sex flanobilder av kuber i figurens nedre del:

- Vi ska dela upp sex kuber som jag ska gömma i mina händer.
Jag satte upp sex flanobilder av kuber; vi började med ett jämnt tal eftersom principen om hur man berättar om jämna och udda tal blir tydligare då.
- Hur skulle vi kunna skriva och berätta om det?
- Med siffran sex, förklarade barnen.
Jag skrev 6 på skrivtavlan och frågade:



- Hur många klossar finns ovanför garnändan?
- Noll, ropade barnen i korus.
Talet noll och dess innebörd kände de flesta till långt före skolstarten och vi hade även därefter flera gånger stött på och diskuterat det.
- Då kan vi skriva $6 + 0$, konstaterade jag.
- Vi ska nu dela upp de här sex klossarna i två delar på så många olika sätt vi kan. Vi delar dem i två delar som vi gjorde i gissningsleken. Mitt knep går ut på att alltid börja dela med den allra största och den allra minsta delen. Som vi har gjort här: delat i $6 + 0$.

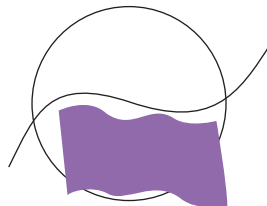


$$6$$

$$6 + 0$$

Och nu kommer nästa viktiga punkt i den här övningen, att gömma kuberna så att barnen tillsammans tvingas *tänka ut* hur delarna undan för undan förändras. Jag täckte över den nedre delen av figuren med en liten duk.

- Hur många kuber finns det nu under duken, minns ni det? frågade jag.
- Sex, var barnen fortfarande övertygade om.

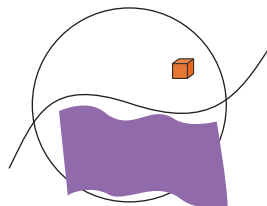


$$6$$

$$6 + 0$$

- Skulle nu någon vilja sticka in handen under duken och flytta en kub från den undre till den övre delen av cirkeln?

Erik fick lyckan att utföra uppdraget och uppmanades sedan att, precis som jag hade gjort, skriva hur många det nu fanns nedanför och ovanför garnändan. Att det var en ovanför såg ju alla och Erik skrev 1 nedanför nollan. Därefter förklarade barnen i blandad kör att det måste stå "fem plus ett", för där nere måste det nu vara "en mindre än sex". Och Erik skrev $5 + 1$. Sedan lyfte jag duken och barnen fick kontrollera att det faktiskt var fem kuber i den nedre delen genom att be Erik räkna dem.



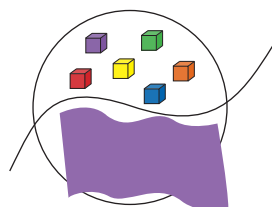
$$6$$

$$6 + 0$$

$$5 + 1$$

Vitsen med att *gömma* kuberna med duken innan du flyttar en enhet är att barnen då *tvingas att tänka efter* vad som är ett mindre. Det går inte att *räkna* hur många som finns i den andra delen.

Erik fick återigen sticka in sin hand under duken och ta fram ytterligare en kub samt skriva hur många som då fanns i varje del. Nu var det lite krångligare att komma på hur många det var i nedre delen. Men Erik hade ju skrivit att det tidigare hade funnits fem där och jag pekade på femman och påminde barnen om det. Nu gällde det bara att hålla tungan rätt i mun och tänka efter vad som är "ett mindre än fem". I den övre delen var ju kuberna synliga, så två kunde Erik skriva direkt. Och han skrev $4 + 2$. Ingen behövde tala om för honom att fyra var ett mindre än fem. Det hade han vetat länge, förklarade han. Jag fick sedan återigen ta bort duken och låta Erik visa att hans notering stämde: han räknade till fyra kuber i figurens nedre del. Leken fortsatte sedan med att flytta en kub i taget nerifrån och upp samt skriva resultatet. Det blev en spalt av tal som slutade med $0 + 6$.



6

$$6 + 0$$

$$5 + 1$$

$$4 + 2$$

$$3 + 3$$

$$2 + 4$$

$$1 + 5$$

$$0 + 6$$

Vi diskuterade sedan de alternativ vi hade skrivit:

- Ser ni något intressant, undrade jag. Barnen funderade ...
- Ja!, kom slutligen en flicka på, när man kommer till $3 + 3$ och har delat "rättvist" blir det bara samma delar igen: $2 + 4$, $1 + 5$, $0 + 6$, fast nu har vi skrivit den minsta delen först.
- Ja, bekräftade jag, när vi kommer till $3 + 3$ har vi redan delat på alla sätt man kan dela sex saker på. Det går inte att gissa på hur många sätt som helst. Sex kan man bara dela på fyra olika sätt: $6 + 0$, $5 + 1$, $4 + 2$ och $3 + 3$. Fast när delarna är olika stora kan man antingen berätta om den största delen först och den minsta sist eller tvärtom. Om man skriver $4 + 2$ eller $2 + 4$ spelar ingen roll. Man behöver inte berätta en gång till om delarna. Men eftersom ni ska gissa i vilken hand jag har gömt fyra och i vilken jag har gömt två är det viktigt att ni vet att man kan gissa på två sätt när delarna är olika stora. Så här var det bra att vi skrev på båda sätten.

Och nu kommer nästa viktiga punkt i den här övningen: att låta barnen tillsammans *låtsas* utföra övningen. Jag flyttade tillbaka kuberna till figurens nedre del, satte tillbaka duken och raderade det vi hade skrivit. Sedan sa jag:

- Nu ska vi försöka låtsas att vi delar upp de sex kuberna, och skriva upp på tavlan här hur det skulle bli. Kommer ni ihåg hur vi delade upp kuberna allra först?

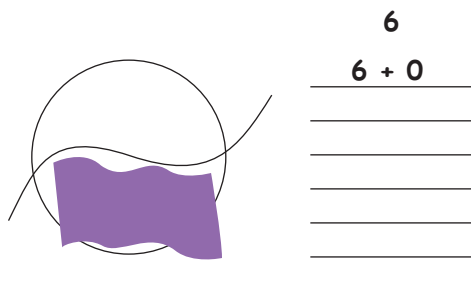
Barnen svarade och jag skrev 6 på tavlan och $6 + 0$ under sexan. Sedan låtsades jag flytta en kub från nedre till övre delen i figuren och frågade hur delarna då såg ut. Barnen föreslog och jag skrev $5 + 1$ och fortsatte med $4 + 2$

och $3 + 3$. Sedan föreslog de $2 + 4$. Då undrade jag om det egentligen gick att dela upp sex saker på fler sätt än de fyra vi redan hade skrivit när vi kom till $3 + 3$. Nu var det fler barn som var med på noterna och förklarade att de sex kuberna redan var delade på alla sätt det gick att dela dem på. Men alla ville ändå "flytta färdigt" så att spalten skulle sluta med $0 + 6$.

Det första steget i abstraktionsprocessen är att låtsas!

Till sist raderade jag det vi hade skrivit, låtsades flytta ner kuberna bakom duken, delade ut kopieringsbladet *Talets delmönster 6*, samt uppmanade barnen att skriva och berätta om hur det skulle se ut om de nu själva *låtsades* att flytta en kub i taget nerifrån och upp.

- Ni börjar med att skriva hur det var allra först. Ni berättar alltså om hur det ser ut nu, alla där och ingen där: $6 + 0$, förklarade jag och skrev själv den första utsagan.



- Sedan tänker ni er att ni flyttar en kub i taget och skriver hur det blir varje gång, ända tills ni har skrivit att ni har flyttat alla. Ni kan låtsas att ni står framme vid tavlan och flyttar och skriver.

Det blev en utmaning för barnen, och jag fick stötta litet här och var. Men när det ringde till rast var alla klara utom en liten flicka som brukade vara orolig och inte särskilt intresserad av det vi gjorde på mattelektionerna. Nu var hon helt absorberad av uppgiften. När det ringde ut såg jag att hon hade skrivit $6 + 0$, $5 + 1$ och $4 + 2$ och att hon nu resolut vägrade att ta rast. Jag såg hur hon kämpade med sina fingrar på något sätt, och förstod att hon försökte använda sina "fingertalbilder". Undan för undan arbetade hon sig fram till den ena utsagan efter den andra tills det stod $0 + 6$ längst ner på hennes papper, som hon strålande visade upp.

”

Cecilia funderar vidare

Jag hoppas att fler pedagoger inspireras av leken som jag fick ta del av. Jag läser vidare på sidorna 131–135 i *Landet Längesen* att i de här övningarna ska barnen inte tillåtas att lägga kuber i ringen på arbetsbladet och utföra flyttningen konkret. Då missar de själva poängen med övningen, nämligen att de ska träna sig att *tänka ut* vad som är ett mer och ett mindre, och inse att den ena delen måste öka lika mycket som den andra minskar. Genom att tänka så kommer de att kunna lösa många additioner och subtraktioner även inom högre talområden. De har skapat en effektiv tankestrategi.

Om de däremot spontant använder sina *figental* och flyttar fingrar mellan figentalbildens delar är det okej. Det ska vi aldrig hindra dem ifrån, eftersom de konkreta figentalbilderna är det första steget på vägen mot färdigheten i att "tänka med sina händer", vilket i sin tur är ett mellanled mellan operationerna med konkreta figental och att "bara veta" hur delar och helheter är relaterade till varandra. Men det är då viktigt för oss lärare att veta skillnaden mellan att titta på figentalbilder och att räkna på fingrarna. Fingerräkning skapar inga talföreställningar och därmed inga abstrakta tal. Hur man adderar och subtraherar genom att titta på figentalbilder läste jag i Ulla Johanssons artikel i Nämnaren 2024:3.

Vad jag tar med mig från laborationen

- 1. Göra konkret.
- 2. Låtsas utföra tillsammans.
- 3. Låtsas utföra själv.
- 4. Tänka abstrakt.

Jag avslutar med några ord från Dagmar:

Att ge barn insikt i hur matte handlar om att själv fundera ut svaren på problem som bjuds – inte att försöka minnas något man har pluggat in eller försöka gissa – är att ge dem inre motivation för matematiken.



LITTERATUR

Johansson, U. (2024). *Fingental och romerska siffror*. Nämnaren, 2024:3.

Neuman, D. (1986). *Att se istället för att räkna*. Nämnaren, 1986:1.

Neuman, D. (1989). *Landet Längesen*. Lärarhandledning till elevhäfte 1–4. Utbildningsförlaget.

Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Nordisk Juridik AB.

Neuman, D. (2013). *Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen*. Nordic studies in mathematics education, 18(2), 3–46.

Neuman, D. (2024). *Dyskalkylins gåta och den tidiga matematikundervisningens dikotomi*. NCM, Göteborgs universitet.

Vikström, R. (2022). *Att se eller räkna*. Nämnaren, 2022:2.