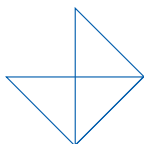




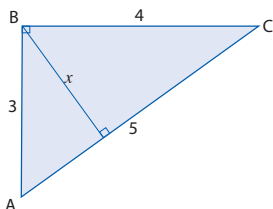
Problem med trianglar

För att lösa geometriska problem med sträckor och vinklar är det ofta framgångsrikt att identifiera trianglar i en figur och sedan utnyttja triangelns kända egenskaper.

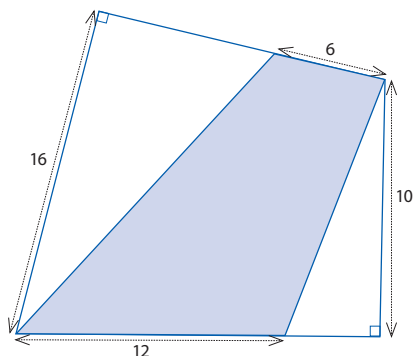
- 4487 *Hur många?*
Hur många trianglar finns i figuren?



- 4488 *Vinkelrät linje*
Från vinkel B dras en linje till sidan AC så att linjen är vinkelrät mot sidan AC. Beräkna längden på linjen.



- 4489 *Beräkna arean*
Beräkna arean på den skuggade delen av figuren.

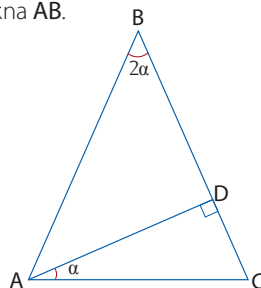


- 4490 *Glasspinnar*
Hur många likbenta trianglar kan man bygga av 12 glasspinnar? Varje sida av triangeln måste bestå av hela pinnar och alla glasspinnar är lika långa. Hur kan man vara säker på att man hittat alla?



- 4491 *Pythagoreiska tripplar*
En triangel har sidorna 8, 15 och 17 längdenheter. Talen kallas för en pythagoreisk trippel. Triangeln är en speciell sorts triangel. Vad är det som gör triangeln så speciell? Finns det fler sådana trianglar? Hur många pythagoreiska tripplar där det största talet är mindre än eller lika med 100 kan ni hitta?

- 4492 *Beräkna sträckan*
I figuren gäller att: $\angle B = 2\angle DAC$
Sträckorna $BD = 4$ och $DC = 3$.
Beräkna AB .

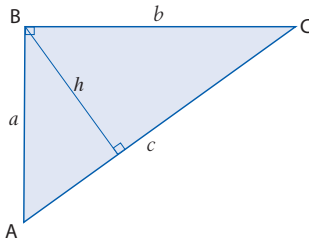


Svar och lösningsförslag

4487 Svar: Det finns 5 trianglar i figuren, tre små och två stora.

4488 Svar: $12/5$ längdenheter

Det finns flera sätt att beräkna den här uppgiften. Om man märker triangeln som nedan kan höjden h beräknas med hjälp av arean:

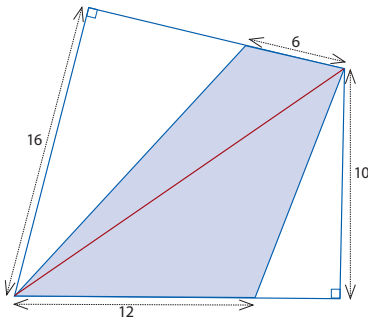


$$\text{Areal: } \frac{c \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b}{2} \Rightarrow h = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$$

4489 Svar: 108 areaenheter

Om man ritar en diagonal genom det streckade området bildas två trianglar vars area kan beräknas separat.



Lösningen kan vara svår att se eftersom höjderna hamnar utanför trianglarna. De två trianglarna får areorna $\frac{12 \cdot 10}{2}$ och $\frac{6 \cdot 16}{2}$.

4490 Svar: 15

1,1,1
 2,2,1 ; 2,2,2 ; 2,2,3
 3,3,1 ; 3,3,2 ; 3,3,3 ; 3,3,4 ; 3,3,5
 4,4,1 ; 4,4,2 ; 4,4,3 ; 4,4,4
 5,5,1 ; 5,5,2

Triangelolikheten ger att basen måste vara kortare än summan av de två benen.

4491 Svar: Triangeln är rätvinklig och sidorna är alla heltal.

De känns kanske ovanliga eftersom de kan vara svåra att gissa sig till, men är faktiskt oändligt många.

Det finns 52 sådana pythagoreiska tripplar där det största talet (den längsta sidan i triangeln) är mindre än eller lika med 100. Lösningsförslag:

1. Gissa och leta systematiskt.
2. Programmera eller använd kalkylblad.
3. Använd Euklides formel:

$$x = k(m^2 - n^2)$$

$$y = 2kmn$$

$$z = k(m^2 + n^2)$$

där k, m och n är positiva heltal och där $m > n$. En primitiv trippel fås om $k = 1$ och m och n är relativt prima och inte båda är udda.

4492 Svar: Sträckan $AB = 7$

$$\angle ACD = 90 - \alpha.$$

$$\angle BAD = 90 - 2\alpha.$$

$$\text{Detta ger att } \angle CAB = \alpha + 90 - 2\alpha = 90 - \alpha.$$

Detta ger att basvinklarna är lika vilket innebär att triangeln är liksidig och att sidan AB måste vara $4 + 3 = 7$.

Annalena Önnhed & Andreas Eckert