

Problemlösning i matematik

Lektionsplanering

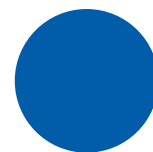
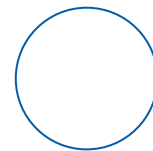
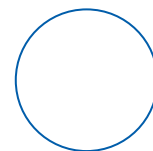
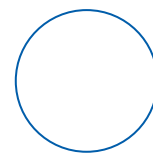
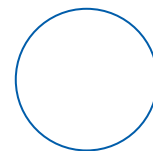
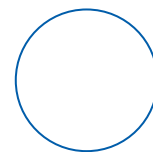
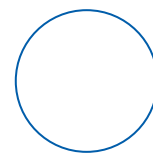
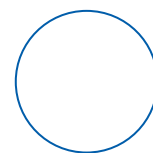


Ämnesområde: Bre en smörgås

Årskurs 1–3: Laga mellanmål

Årskurs 4–6: Laga smoothies

Årskurs 7–9: Mat på utflykten



Problemlösning i matematik

För att eleverna ska få förutsättningar att utveckla sin förmåga att lösa matematiska problem behöver undervisningen belysa matematikens användning i vardagen och ge varje elev möjlighet att öka tilltron till den egna förmågan att använda matematik i olika sammanhang. Förutom att lyfta fram vardagliga situationer under skoltid ska undervisningen också ta upp hur man identifierar ett matematiskt problem och påvisa olika strategier, metoder och verktyg för att lösa det.

Vad är ett problem?

Om en elev söker lösningen till en uppgift och till en början inte har en given metod att använda, och om uppgiften dessutom förutsätter eller stimulerar ett engagemang från elevens sida, då kan man kalla det för problemlösning, skriver Wyndhamn et al. (2000). Med detta synsätt är det inte avgörande om en uppgift innehåller text eller ej. En uppgift med text kan mycket väl vara en rutinuppgift där metoderna är kända av eleven. En naken uppgift där endast matematiska symboler används kan utgöra ett stort problem om inte eleven är bekant med det aktuella matematikområdet. Om eleven exempelvis inte tidigare har arbetat med innehållsdivision kan det vara ett problem att lösa uppgiften "Hur många kan dela på tre pizzor om var och en ska få en halv pizza?", för andra elever kan det vara en enkel rutinuppgift. För elever som inte förstått likhetstecknets betydelse kan det vara ett problem att lösa uppgiften $__ - 2 = 10 + 3$, medan andra elever hanterar det som en vanlig rutinuppgift. Elever erfar många situationer i vardagen som innehåller problem av matematisk karaktär. Det kan till exempel handla om antal, mätning, tid, kostnad eller sekvensering.

Problemlösning i undervisningen

Lärarens roll vid problemlösning är att välja ut problem, organisera, förbereda, stimulera och undervisa, men också att handleda eleverna i deras arbete med att lösa problemet. En sådan problemlösande kultur präglas av att aktiviteterna huvudsakligen liknar vardagssituationer där elever känner igen sig och vill lösa problemet. Detta stimulerar motivation och förståelse för hur kunskapen senare kan användas utanför skolan.

Eleverna ska kunna relatera till tidigare kunskaper och erfarenheter när de tolkar problemet. Det bör vara utformat så att det stimulerar användning av både vardagligt språk och ett mer utvecklat matematikspråk. Tidigare kunskaper och begreppsuppfattningar ska utmanas på ett stimulerande och engagerande sätt. Brousseau (1997) beskriver detta som att förutsättningarna för lärandet är att eleverna faktiskt är intresserade av lösningen till problemet. Lösningen på problemet formuleras sedan i samspel mellan lärare och elever.

Om, för och genom problemlösning

Problemlösning kan ha olika syften och funktioner och det är viktigt att läraren är klar över vad som ligger till grund för de aktiviteter som genomförs med eleverna. När man undervisar *om* problemlösning får eleven tillgång till en tydlig arbetsgång.

Syftet kan i stället vara att undervisa *för* problemlösning och då fokuseras begrepp och färdigheter, inte processer. Undervisningen kommer då att präglas av lärarens förklaringar av olika begrepp samt av färdighetsträning. Eleverna ska bli rustade för att senare kunna använda problemlösning i olika sammanhang.

Till sist kan syfte och funktion vara att undervisa *genom* problemlösning. Då utvecklas ny begreppsförståelse och nya färdigheter parallellt med att eleven utvecklar sin problemlösningsförmåga. Detta förbereder eleven för att vara självständig, för att själv skapa nytt kunnande och få tilltro till sin förmåga.

Bra problem och arbetet med att lösa dem

Det kan alltså vara en utmaning att hitta och formulera lämpliga problem som intresserar och engagerar eleverna. Ett sätt är att lyssna på eleverna och fånga upp äkta problem som de har: Vad kostar ...? Hur lång tid tar det ...? Hur ska vi dela detta rättvist? Räcker det vi har samlat in nu? Varför är $1/3$ större än $1/4$? Vi tycker det är konstigt att $1,09$ är mindre än $1,1$ – hur kan det vara så? Ett annat sätt är att söka efter problem eller problemuppslag i problembanker. När lämpliga problem är funna finns det ytterligare en del att tänka på och ta ställning till.

Läraren behöver tänka igenom hur problemet presenteras, till exempel om det ska sättas in i ett sammanhang eller ges en kontext. Många problem kan introduceras med en kort saga eller berättelse för att väcka intresse och hjälpa eleverna att förstå problemställningen.

Att ge elever för svåra problem är ingen god idé utan problem som fungerar bra har en lagom utmaning som gör att de inte ger upp direkt. Problem kan behöva anpassas till elevgruppens eller enskilda elevers förutsättningar och det kan exempelvis röra sig om att ändra de ingående talen. Problem som elever, efter en viss ansträngning, klarar av att lösa bidrar till att deras matematiska självförtroende stärks. Det kan även bidra till en positiv attityd till matematik när elever tänker att även om det från början ser svårt ut brukar de hitta en lösning bara de försöker. Det är oenkligen en skön känsla för problemlösaren att efter att ha vridit och vänt på ett problem slutligen komma fram till en lösning. Själva brottandet med matematiken under problemlösandet är betydelsefullt. Elever får resonera med sig själva och med andra och det kan leda till att de får en idé som provas. Fungerar den inte förkastas eller förändras den. Nya idéer får provas.

Tid, fördjupning och utvidgning

Problemlösning måste få ta tid. Elever behöver olika mycket tid och det är olyckligt om inte alla får tillräckligt med tid för att slutföra sin lösning. Många problem kan utvidgas, fördjupas eller förändras på olika sätt. Fördelen med ett sådant problem är att alla elever kan börja med samma problem och allteftersom de hittar en lösning kan elever som behöver extra utmaning ges en förnyad fråga. I andra fall kan det bli tydligt att en elev behöver ett förenklat problem. På så sätt går det att anpassa problemlösningen till olika elevers behov, samtidigt som det finns en ursprunglig gemensam frågeställning att diskutera. Problem som relativt enkelt kan förändras och få ett nytt liv underlättar för läraren att både anpassa till elevernas olika kunskapsnivåer och samtidigt möjliggöra en gemensam uppföljning kring det som är centralt i problemet.

En formativ komponent

Det ges ofta stora möjligheter att få syn på elevernas kunnande, hur de resonerar och vilken innebörd de ger olika begrepp, genom att lyssna på dem. En tydlig formativ komponent i detta lyssnande är att läraren kan få inspel till saker som bör tas upp gemensamt, saker som ibland kan komma som stora överraskningar. Aktiviteten avslutas med att olika lösningar presenteras, jämförs och diskuteras. Det finns en poäng med att olika lösningar kommer upp på tavlan bredvid varandra. Om de kan betraktas samtidigt är det lättare att jämföra dem. Läraren kan låta elever redovisa sina lösningar så att likheter och skillnader blir möjliga att urskilja.

Att arbeta med öppna problem

Ovan har vi definierat problem som en uppgift där eleven till en början inte har en given metod att använda, och att uppgiften förutsätter eller stimulerar ett engagemang från elevens sida. Om eleven själv behöver tillfoga utelämnade uppgifter kallas problemet för öppet, likaså om det finns flera tänkbara lösningar. Genom att utelämna uppgifter stimuleras eleverna till både reflektion och kommunikation. Öppna problem löses därför helst i grupp och inte enskilt. Det kan krävas kreativitet, fantasi och engagemang för att tillfoga de nödvändiga uppgifterna, och elevernas olika erfarenheter och intressen kan bli viktiga inslag i detta arbete. Genom att låta problemen ha flera tänkbara lösningar kan man komma ifrån elevernas fokusering på det rätta svaret och i stället kan lösningsprocessen komma i första rummet. Förmågan att resonera blir också mycket central i arbete med öppna problem. Eftersom det inte finns något enda rätt svar behöver eleverna både förklara och motivera sina lösningar för att få bekräftat om de lyckats lösa problemet eller inte. Genom att arbeta med öppna problem ökar därför förutsättningarna för kommunikation och interaktion och motiverande uppgifter. Utöver problemlösningsförmågan ökar också förutsättningarna att utveckla övriga förmågor, framför allt resonemangsförmågan. Några exempel på öppna problem:

Svaret är 14, hur kan frågan se ut?

Harar äter upp familjen Anderssons grönsaker. Nu har de köpt 40 m stängsel. Rita hur ett grönsaksland som får plats innanför stängslet kan se ut. Hur stort är grönsakslandet?

Räcker din månadspeng för att betala ett årskort på gymmet?

Eftersom vårdnadshavare är en viktig resurs för elevernas kunskapsutveckling är det bra om de blir förtrogna med innebörden i öppna problem. Själva kanske de endast har erfarenhet av traditionella matematikuppgifter med rätt och fel. Låt dem därför gärna få bekanta sig med denna typ av uppgifter, varför inte på ett föräldramöte? Något annat att vara vaksam inför är att eleverna måste få erfara att alla uppgifter och problem de ställs inför inte är öppna, alla resultat kan inte legitimeras med att "det beror på ...". Merparten av det matematikinnehåll eleverna möter har ett rätt svar, exempelvis tabellkunskaper, beräkningar och mätningar.

Aritmetikundervisning tar naturligtvis upp många olika beräkningsstrategier men om eleverna inte får tillräckliga erfarenheter eller kunskande om när och hur de ska tillämpas finns risken att elever kommer fram till olika resultat och ser det som naturligt precis som när de arbetar med öppna problem. När det inträffar är det extra viktigt att diskutera rimligheten i ett resultat:

- $87 - 85$ kan bara vara 2. Har eleven en mental tallinje är det enkelt att "se" att 85 och 87 ligger nära, bara 2 steg ifrån varandra. Om eleven istället använder den i subtraktion felaktiga beräkningsstrategin att flytta 1 från 87 till 85 innebär nästa steg $86 - 86 = 0$ vilket är helt fel. Låt eleverna använda laborativt material och tallinjen för att övertyga sig om vad som är rätt respektive fel.
- $53 - 16$ kan bara vara 37. Det går inte att göra beräkningen enklare genom att exempelvis tänka att $5 - 1$ är 4 och $6 - 3$ är 3, alltså blir det 43 eller 7 (siffersumman $4 + 3$).

Elevers arbete med problemlösning

Om problemet innehåller text eller mycket information kan elever behöva hjälp med att strukturera processen i tydliga steg. Ett sätt för läraren eller elevassistenten att strukturera instruktionerna kan vara att utgå från följande lista. Ofta behöver elever i anpassad grundskola mycket stöd med punkt 1–3. Lässtrategier som används i svenskundervisningen kan också användas i detta arbete.

1. Läs hela texten.
2. Stryk under frågeställningen.
3. Markera nyckelord.
4. Bestäm räknesätt.
5. Lös uppgiften.
6. Kontrollera lösningen.

Läraren kan stötta eleverna i problemlösningsarbetet, men det är eleverna som löser problemet. Det kan vara lätt att i ambitionen att hjälpa eleverna ta över lösandet eller att lotsa dem genom att bryta ner komplexiteten i frågeställningen. Ett sätt att hjälpa utan att lotsa kan vara att undvika att svara på direkta frågor och istället komma med allmänna motfrågor. Exempel på motfrågor är:

- Har ni gjort det här förut? Har ni sett något liknande problem tidigare?
- Vad kan ni börja med?
- Kan ni berätta med egna ord vad ni ska ta reda på?
- Är det något ord som ni funderar på?
- Kan ni börja med att gissa ett svar?
- Skulle ni vilja använda något material?
- Går det att rita problemet?
- Kan ni beskriva vad ni har gjort så här långt?

Genom att vara noga med att inte ge för mycket hjälp åt eleverna minskar risken att problemet "förstörs", samtidigt som läraren signalerar en tro på elevernas förmåga att själva hitta en lösning.

Lektionsplanering

Följande text är en sammanfattning av olika frågor som lärare som undervisar i anpassad grundskola har diskuterat i utbildningssammanhang. Texten är relativt lång och det är uppenbart att den är fejkad även om innehållet har verklighetsbakgrund. I verkligheten håller lärare merparten av det som beskrivs i huvudet, material finns tillgängligt och samarbetet med elevassistenterna är upparbetat, men här blir det långt när allt beskrivs ganska detaljerat. Se texten som en bonus, läs och upprörs eller läs och få idéer som kan leda till diskussion kollegor emellan.

Läraren Lasse och hans elever

Läraren Lasse undervisar i anpassad grundskola. I år har han huvudansvar för en grupp elever i årskurs 4–6, där Erika, Edwin och Ebba läser ämnesområden, Sussie, Signe, Sture och Sebastian läser ämnen, i detta fall matematik. Lasse trivs bra och han uppskattar att han har stor möjlighet att lära känna sina elever på djupet, både individuellt och som grupp. I sin planering försöker han välja aktiviteter, spel och uppgifter som gör att han kan uppfatta var varje elev befinner sig och hur fortsättningen kan se ut. Många av de aktiviteter han ofta återkommer till är tärningspel. Förutom att de är lustfulla visar eleverna, många gånger omedvetet, vad de tycker är enkelt och var det finns svårigheter. När Lasse bestämt vad han ska titta efter, som antalsuppfattning, enklare beräkningar, förståelse för positionssystemet, jämförelse av geometriska former, växling av pengar, sortering av bråk, logiskt eller strategiskt tänkande, blir det synligt vilken nivå varje elev befinner sig på. Lasse ser hur eleverna gör och hör hur de resonerar, vilket är bra komplement till annan kunskap han har om varje elev. Genom att välja andra slags tärningar, ett annat talområde och olika preciseringar av spelreglerna går det nästan alltid att anpassa så att varje elev kan utmanas och utvecklas.

Lärarassistenterna Astrid, Annie och Amir

När Lasse tidigare undervisade i grundskolan fanns det ibland en elevassistent kopplad till hans klass, oftast för att bistå en viss elev. Nu har alla hans elever behov av hjälp från en elevassistent kortare eller längre tid under skoldagen. För Lasse är assistenterna Astrid, Annie och Amir en resurs som han är tacksam för, men det medför också extra tankearbete då lektionerna planeras. De tre assistenterna har olika kompetenser som gör att de kan ge olika slags stöttning vid olika tillfällen. Astrid är van att använda teckenstöd tillsammans med sin lillebror, Annie har erfarenhet från daglig verksamhet där hon kunnat vara kreativ och hitta alternativa lösningar på allt ifrån rent praktiska problem till att hjälpa elever att uttrycka sig, Amir är aktiv som handbollstränare på sin fritid och har lärt sig mycket om att både stötta och utmana ungdomar. Elevassistenterna vill så gärna att eleverna ska lyckas så ibland blir det lätt lite för mycket hjälp och lotsning. De har diskuterat det tillsammans flera gånger och nu försöker de alla tre hålla sig lite mer i bakgrunden och låta eleverna lösa uppgifterna efter sin egen förmåga. Alla tre tycker att det har blivit mycket enklare att stötta på rätt sätt när Lasse förklarar vad som är syftet med elevernas uppgifter. Nu finns assistenterna till hands när eleverna verkligen behöver hjälp, när det uppstår rent praktiska problem eller för att förebygga så att problem inte uppstår. För Lasse är det skönt att då kunna släppa lite av kontrollen på alla elever när han fördjupar sig i samtal med enskilda elever och han känner att han kan ta sig tid att prata med varje elev nästan varje lektion.

Kollegorna

Samarbetet med kollegorna är gott. De försöker så långt tid och pengar räcker att fortbilda sig tillsammans. Det har bland annat lett till att de har en samsyn på sin matematikundervisning så det blir en progression för eleverna under hela deras skolgång utan vare sig för många upprepningar eller glapp. Ord som variation, lust och nyfikenhet är betydelsefulla. Förra veckan läste de och diskuterade kommentarmaterialet till kursplanen. De blev stärkta i sin uppfattning att de har hittat en bra balans mellan användning av läroböcker och allt annat de gör på lektionerna.

Kollegornas samsyn har medfört att de lägger stor vikt vid ett laborativt arbetssätt där det finns stora möjligheter att anpassa val av material och sätt som eleverna kan möta olika matematikinnehåll. De har sett att eleverna blivit mer engagerade i vad de gör på lektionerna och det egna lärandet sedan större fokus lagts på hur eleverna själva dokumenterar sitt arbete. Lisa, som är den av kollegorna som är mest intresserad av att använda digitala verktyg, är oftast uppdaterad

på nya appar, program, AI och tekniska tillbehör som kan underlätta både för elevernas lärande och lärarnas möjligheter att utöka sina "förråd" med kompensatoriska strategier. Något kollegorna uppskattar.

I alla årskurserna arbetar de mycket med tal, taluppfattning och beräkningar, men kontexterna varierar och anpassas efter elevernas ålder och intressen. Problemlösning, mätning, rumsuppfattning och statistik återkommer ofta i kontexterna, men sannolikhet är ett område de borde ägna sig lite mer åt. Kollegorna har diskuterat med rektor om att någon studiedag nästa år borde handla om det.

Kollegorna har bestämt att de ska sätta problemlösning i fokus denna termin och alla grupper arbetar med problem som på något sätt handlar om mat och dryck. Det är enkelt att hitta innehåll som passar för alla elevgrupper. Mängder, enheter, omvandling av recept och pengar för att göra inköp till utflykter, fester et cetera.

När de arbetade med problemen förra veckan såg Lasse att några av eleverna behöver ägna sig mer koncentrerat åt positionssystemet. Det är ett matematikinnehåll som hela tiden behöver repeteras så att eleverna steg för steg kan öka sitt kunnande. Samtidigt såg han att Sussie och Signe verkade redo att ta steget från hundratal till tusental. I ett av problemen som handlade om storleken på några olika flaskor som de jämförde, pratade de tre tillsammans om centiliter. På en flaska stod det 1000 ml och när Lasse diskuterade vad det betyder märkte han att båda tjejerna såg kopplingen mellan 100 och 1000, att 1000 är tio gånger större än 100, inte bara en nolla som har lagts till. Nu har han planerat en lektion där eleverna inte ska jobba inom problemlösningssammanhaningen utan istället arbeta koncentrerat med antal och positionssystemet. Senare i eftermiddag finns det lite tid för planering tillsammans med elevassistenterna, då ska de utvärdera dagens lektion och Lasse tänker berätta hur han vill att de ska fortsätta på nästa matematiklektion.

Lasses översiktliga lektionsplanering

Planering matematik onsdag 9:00–9:40. Tal, talövergångar och positionssystemet.

Start: Gemensam fem-kör plus "staket"

Sussie och Signe: Fyrsiffriga tal i positionssystemet, positionsplatta, tiosidiga tärningar, tiobasmaterial. Säg till Astrid att hon kan flytta ihop bord och fortsätta som hon är van vid med tiobasarbete.

Edwin och Ebba: Tiotalsövergång, men först räknemålor. Pennburk, sugrör, de kan få välja material att jobba med, men det brukar bli piprensare, glasspinnar, påsklämmor och hårsnoddar. Ge talkort till Annie och berätta vad hon ska tänka på. Också be henne hålla lite koll på Sture och Sebastian.

Erika: Prova med mängder upp till sju, även några felaktiga påståenden. Jonglerbollar, bricka plus kort att arbeta med till Amir. Be honom vara extra lyhörd vid arbetet med felaktiga påståenden.

Sture och Sebastian: Starta med "Tiototal och ental" (spelplaner och tärningar), be Annie hålla ett öga på dem, sen dekorationsstenar och padda, punktlista med stegvisa instruktioner.

Avslut: Gemensam tio-kör. Välj tal till eftermiddagen.

Att arbeta med antal och positionssystemet på olika nivåer

Lasse inleder lektionen med att alla tillsammans läser en fem-kör: 5, 10, 15, 20 ... 50 och tillbaka till 0. Lasse vet att åtminstone två av eleverna kommer att arbeta med "staket", det vill säga när man lägger fem som . Eleverna är vana vid att alltid starta en matematiklektion med en talkör. Ibland tycker en del att det är en alldeles för enkel talramsa, andra gånger att den är för svår. Det viktigaste är ändå att alla är med, läser tillsammans, hör orden och känner rytmen. När talkören är klar vet alla att lektionen har startat och med elevassistenternas stöd plockar alla fram de material som behövs.

Sussie och Signe

Sussie och Signe ska idag utöka sitt arbete med positionssystemet till tusental. Lasse har förutom diskussionen om flaskorna tidigare sett att de båda nu har god förståelse för hur tresiffriga tal är uppbyggda. De kan exempelvis slå tre tiosidiga tärningar och skapa olika tresiffriga tal som de kan bygga med tiobasmaterial och peka ut på en tallinje. De kan också jämföra två tresiffriga tal för att se vilket som är störst eller minst.

Idag ska de även ha tusenkuber framme så det blir ganska trångt på bordet. Lasse är tacksam för den renovering av klassrummen som genomfördes förra året. Med bättre fysisk placering av skåpen har han fått större möjligheter att smidigt möblera om så att lärmiljön blir både socialt och pedagogiskt stödjande. Tidigare blev det ofta rörigt eftersom det var för trångt. Nu är det inget problem att flytta ett bord eller låta elever byta plats så det blir bra i den aktuella situationen. Lasse har bett Astrid, en av elevassistenterna, att flytta samman två elevbord. Sussie och Signe sitter bredvid varandra och Astrid sätter sig mitt emot dem. Nu får allt tiobasmaterial plats mitt på bordet, Sussie och Signe får var sin laminerad positionsplatta i A3-storlek.

1000	100	10	1

Positionsplatta upp till tusental.

Lasse säger till Sussie och Signe att idag ska de få fyra tiosidiga tärningar var. Han berättar att de ska göra som de har gjort tidigare, slå tärningarna och skapa ett tal. Tillsammans med Sussie och Signe resonerar han om vad det är för slags tal det kan bli när man slår fyra tärningar. Signe säger att det kan bli som ett årtal, hon vet att hon är född tjugohundratolv och det skriver man med fyra siffror. Lasse ber henne skriva det med siffror, 2012. Kan Signe visa talet med tiobasmaterial? Hon börjar lägga två en-kuber på entalsplatsen och en tiostav på tiotalplatsen. Nu visar det 12, det var enkelt. Men hur blir det sen? Tjugohundra? Hur visar man det?

- Jag vet, säger Sussie, och räknar fram tjugohundraplattor. Oj, vilken hög det blev.
- Men det får ju inte vara så många på varje plats, säger Signe.
- Hur löser vi det? undrar Lasse.
- Det går kanske att växla, så som vi har gjort med enkuberna och tiostavarna eller tiostavarna och hundraplattorna? funderar Sussie.

Sussie och Signe jämför högen med hundraplattor med en stor kub som finns på bordet. De ser att de kan byta ut högen mot två stora kuber. Men hur gör de nu? Var ska kuberna ligga? Lasse fortsätter resonera med Sussie och Signe och de blir överens om att en stor kub innehåller tusen små enkuber, alltså en tusenkub. De lägger de båda tusenkuberna på rätt position och jämför med Signes födelseår: 2 tusental, 0 hundratal, 1 tiotal och 2 ental. Talet kan utläsas som tvåtusen-tolv, men när det gäller årtal utläser man det lite annorlunda.

Lasse fortsätter och säger att han är född 1974. Hur ser det talet ut på positionsplattan? Sussie och Signe hjälps åt att lägga talet. De diskuterar hur det kan utläsas både som årtal och som ettusen-niohundra-sjuttio-fyra. Lasse ber Sussie och Signe att rita av tiobasmaterial så som de är vana vid. Båda ritar 974 som nio lite större kvadrater, sju staplar och fyra små kvadrater, det kan de. Men hur ska de rita den stora tusenkuben? Lasse visar hur han ritar kuber, men det tycker Sussie och Signe verkar svårt. De bestämmer tillsammans att de ritar en kvadrat som är lika stor som hundrarutan, men sen tar de en tuschpenna och ritar en tjock ram runt den. Nu har de bestämt en egen symbol för tusenkuben.

De tar fram tärningarna och både Sussie och Signe slår sina fyra tärningar. De gör var sitt fyrsiffrigt tal genom att lägga de fyra tärningarna intill varandra. De ska sedan bygga sitt tal med tiobasmaterial och skriva det med siffror. Innan lektionen förklarade Lasse för Astrid hur Sussie

och Signe ska fortsätta sitt arbete med fyra tärningar. Nu tar hon över och ber först Sussie läsa upp sitt tal, sedan får Signe läsa upp sitt tal. Vem av dem har det största talet? Det minsta? Är det två tal som är ganska lika eller är det stor skillnad mellan dem? Astrid är van från tidigare arbete med tiobasmaterialen att ställa frågor så att hon kan anpassa dem efter de tal som eleverna har skapat. Ibland känner någon av dem igen ett tal från något annat sammanhang, till exempel i ett namn på ett spel eller vad något kostar. När de har pratat klart om talen och byggt dem ritar Sussie och Signe av sina tal, precis som när de ritade hundratal men nu blir det även med tusensymbolen så som de bestämde. Astrid ser att hon måste hjälpa till lite så att de får tillräckligt med utrymme på pappret för att få plats att rita alla fyra positioner. Därefter skriver de talen med siffror och läser dem tillsammans. Sedan slår de fram nya tal att arbeta med.

När Astrid ser att de bara kommer att hinna slå tärningarna en gång till innan lektionen ska avslutas utmanar hon Sussie och Signe. Hon slår själv fyra tärningar och frågar vilket som är det minsta talet de kan skapa av de fyra siffrorna och vilket som är det största talet de kan skapa. När de håller på och resonerar kommer Lasse tillbaka. Han ser snabbt vad de gör och tar upp en avslutande diskussion om vilken talposition som har störst betydelse när man ska göra så små eller så stora tal som möjligt.

Edwin och Ebba

Samma lektion ska Edwin och Ebba fortsätta arbeta med tiotalsovergång. Lasse vet att de kan räkna en mängd föremål som han lägger fram. Det brukar fungera bra till en bit över tio, men sen blir det lite svårt att hålla ordning på vilka föremål som är räknade. Det är också svårare för båda eleverna när de själva ska räkna upp ett bestämt antal föremål. Lasse tänker att det påminner mycket om "de fem principerna" även om talområdet nu är högre.

Lasse vet att han ska vara en stund hos Sussie och Signe först, så han har bett elevassistenten Annie att ta fram de räknemålor som Edwin och Ebba håller på med som bredviduppgift. Den räknemåla som är aktuell idag handlar om att känna igen talen 11–19. Tontalen är lite besvärliga för många elever eftersom de skrivs på ett sätt men utläses "lite bakvänt". Annie vet att hon därför ska vara noga med att Edwin och Ebba läser talet för henne innan de färglägger ett fält.



11 = blått
12 = gult
13 = orange
14 = grönt
15 = blått
16 = gult
17 = orange
18 = grönt
19 = blått

En ifylld räknemåla.

När Lasse kommer efter en stund lägger de undan räknemålorna och han ställer fram en burk med färgpennor. Hur många är det? Ebba börjar räkna och kommer fram till att det är 14 pennor i burken. Lasse ber Edwin att kontrollräkna. Men han får det till 15 pennor.

- Kan det vara både 14 och 15 pennor i burken? undrar Lasse.
- Nej, det blev nog fel, säger Ebba.
- Kan vi räkna på något säkrare sätt?
- Ja, säger Edwin, vi lägger pennorna på bordet istället.

Ebba och Edwin börjar räkna. Nu kommer båda till 16. Det verkar riktigt, men hur ska de bli säkra? Lasse påminner om hur de har gjort när de tidigare har räknat glasspinnar. De har lagt fyra och sen en snett över, som ett staket. Nu hjälps de åt att lägga först fem pennor så, sedan fem andra pennor på



samma sätt och då ser de att de kan lägga så en gång till. Men en penna blir över. De ramsräknar tillsammans 5, 10, 15 och så en penna till, alltså 16 stycken.



16 pennor lagda som $5 + 5 + 5 + 1$ eller 5, 10, 15, 16.

Nu tar Annie över och ger Ebba och Edwin en bunt med sugrör som hon har fått av Lasse. De upprepar arbetet på samma sätt som med pennorna. Nu kan de räkna till 18 sugrör.

Efter introduktionen vet Annie att Ebba och Edwin ska fortsätta räkna upp föremål. Hon har fått kort med talen 11–20 av Lasse. Ebba och Edwin ska dra ett kort varannan gång. De får välja vilket material de vill arbeta med. Ebba tycker om de mjuka piprensarna och Edwin gillar de färgglada glasspinnarna bäst.



Piprensare med klämma och glasspinnar med snodd.

Ebba börjar och drar ett kort med talet 13. Båda räknar upp 13 piprensare/glasspinnar. Annie frågar hur de kan vara säkra på att det har blivit rätt. Var och en lägger sitt material som staket. Annie uppmanar dem att jämföra och se om de har lagt sitt material på samma sätt.

– Ja, säger Edwin, både Ebba och jag har två staket och tre extra.

Nu ber Annie att de ska ta tio piprensare eller glasspinnar och bunta ihop dem. Ebba ser lite frågande ut, så Annie ber Edwin visa Ebba hur han buntar ihop alla glasspinnar från två staket med klädda hårsnoddar. De är enklare att använda än vanliga tunna gummisnoddar, så Edwin tycker att det är ganska enkelt att bunta ihop glasspinnar. Det var bra att Ebba valde piprensare, för tio stycken kan läggas i en lagom stor påskklämma och klämmas ihop. Då går det också att vika bort en piprensare i taget och kontrollräkna att det verkligen är tio piprensare i klämman.

När piprensarna och glasspinnarna är buntade tio och tio tar Annie fram sifferkorten 1 och 3. Ebba och Edwin tittar hur siffrorna kan läggas vid sina material så att siffrorna visar talet 13 med ett tiotal och tre ental. När de är överens om att det har blivit rätt, föser de allt material åt sidan. Idag behöver de inte skriva något. Istället är det Edwins tur att dra ett nytt talkort. Denna gång är det talet 17 de ska arbeta med på samma sätt. När Lasse kommer tillbaka i slutet av lektionen visar Ebba och Edwin vilka tal de har arbetat med. Lasse ber dem att plocka upp alla piprensare/glasspinnar som inte är buntade. Räcker de för att göra en ny tiobunt? Både Ebba och Edwin räknar sina "ettor". De har 12 stycken var. De kan alltså göra var sin ny tiobunt och då blir det bara två ettor var kvar. Lasse ber dem att lägga alla tiobuntar under dokumentkameran. Ebba och Edwin får berätta vad de har gjort och Lasse frågar de andra om det har någon betydelse om det är tio piprensare eller tio glasspinnar i varje bunt. Signe säger att bara det är tio i varje bunt

så har det ingen betydelse vilket material det är. Lasse pekar på en bunt i taget och alla läser tiotalen i kör: 10, 20, 30, 40...

Erika

Lasse funderar och diskuterar ofta med sin kollega som hade Erika i sin klass förra året hur de kan hålla uppe hennes lust att lära. Hon uppvisar ofta en ovilja att arbeta med tal och antal. Bäst går det i vardagliga situationer där hon ska bestämma antal på riktigt, som att hämta tre bananer på fruktstunden. Erika tar ytterst små steg framåt på matematiklektionerna, men nu går det ofta bra att antalsbestämma en mängd med upp till fem–sex föremål. Lasse tycker att Erika verkar vara på gott humör idag så han har bestämt att hon ska få försöka att antalsbestämma mängder upp till sju föremål.

Erika behöver alltid jobba med sin finmotorik så Lasse väljer att plocka fram greppvänliga jonglerbollar. Han tar också fram en bricka med låga kanter så Erika kan lägga bollarna på en tydligt avgränsad yta. Elevassistenten Amir träffade Erika redan förra året, så de känner varandra väl. Han brukar kunna skoja med henne så att hon orkar jobba en stund till när hon börjar tröttna och helst vill göra något annat.

Idag får Amir en bunt med kort av Lasse. Varje kort visar en mängd prickar, som på pricktärningar, och en siffra. På de flesta kort stämmer antalet prickar med siffran, men på några är det fel. Erika och Amir har arbetat med samma slags uppgift tidigare. Då har det varit färre prickar och antalet prickar har alltid stämt med siffran. Lasse säger åt Amir att börja med ett par kort som stämmer. Erika och Amir sätter igång. Amir lägger fram ett kort och uppmuntrar Erika att lägga lika många bollar på brickan som det är prickar på kortet. På det första kortet är det tre prickar och siffran 3. Erika börjar lägga bollar på brickan. En, två ... sen tvekar hon.

- Hur många bollar är det på brickan? frågar Amir.
- En, två ... Erika pekräknar, tittar på prickarna på kortet och lägger med viss tvekan en boll till på brickan och säger tre.
- Ska vi räkna tillsammans? undrar Amir.

Erika nickar, Amir tar hennes hand och de räknar tillsammans, först bollarna och sedan prickarna. De kommer till tre båda gångerna.

- Är det siffran 3 på kortet? frågar Amir och Erika nickar, vad brukar vi göra då?

Erika skiner upp och vet att de kan ta fram ett kort med en glad gubbe att lägga vid kortet.

De fortsätter på samma sätt en stund med de lite större mängderna och när Amir tycker det går bra för Erika att räkna upp både sex och sju bollar testar han att ta fram ett kort som inte stämmer. Kortet visar fyra prickar och siffran 5. Erika plockar fram fyra bollar precis som antalet prickar. Sen tvekar hon.

- Stämmer det inte? undrar Amir. Erika skakar sakta på huvudet.
- Ska vi kontrollera? fortsätter Amir. De räknar bollar och prickar tillsammans och konstaterar att det är fel på kortet. Det ska stå en 4:a, inte en 5:a.
- Kan vi lägga en glad gubbe då? frågar Amir.
- Nää, säger Erika tvekande.
- Ska vi lägga en sådan här gubbe istället, frågar Amir och visar en ledsen gubbe.
- JA! utbrister Erika och skiner upp.

De hinner arbeta med ett par kort till innan Lasse kommer och sätter sig och frågar hur det går. Kul, svarar Erika och pekar på de glada och ledsna gubbarna. Lasse säger att då ska hon få fortsätta med det nästa gång också. Han tänker att de kan prova hur det går om hon får ett papper med ett par kort på som hon ska bestämma om de är rätt eller fel. Ska det vara glad eller ledsen gubbe?

Sture och Sebastian

När det är lektioner där eleverna ska arbeta på sin egen nivå, ofta i par eller liten grupp, brukar Lasse se till att några elever startar med ett spel eller en aktivitet som han vet att de klarar på egen hand. Kunskapsmässigt har Sture och Sebastian kommit lite längre än Ebba och Edwin, men de är inte mogna för att ta steget över till tusental som Sussie och Signe. Sture och Sebastian

behöver arbeta mer med tresiffriga tal, det händer fortfarande att de blandar samman de tre positionerna, särskilt om det finns en nolla på entals- eller tiotalpositionen.

Grabbarna får starta lektionen med att spela tärningsspelet *Tiotal och ental*. Det är ett spel som de spelat flera gånger och tycker är spännande. Spelet kan utveckla elevers förmåga att göra strategiska bedömningar och talområdet ligger inom 0–100 som de behärskar bra nu.

Annie håller ett vakande öga även på Sture och Sebastian och hon ser att det fungerar fint med spelet. Hon behöver bara rycka in en gång när en tärning råkar hamna på golvet och det blir en upprörd diskussion – ska den slås om eller inte.

När Sture och Sebastian har spelat två omgångar, som de turligt nog vunnit var sin gång, kommer Lasse. Han har tänkt att han ska introducera ett nytt material för att se med hur stor säkerhet Sture och Sebastian då hanterar tresiffriga tal. Sture och Sebastian har arbetat med pluggar i Numicon och med tiobasmaterialet. I båda materialen går det att se storleksskillnaden mellan tal. Men hur hanterar de ett material där alla delar är lika stora och det bara är färgerna som skiljer? Klarar de att ta det steget mot generalisering? Lasse visar en kartong med dekorationsstenar i tre olika färger. Han berättar att de ska bygga och visa tal. Först får de bestämma vilken färg som ska representera ental, tiotal och hundratal. De bestämmer ental = vit, tiotal = blå och hundratal = orange. För att vara säkra på att de kommer ihåg rätt lägger de en sten i varje färg på ett papper och skriver 1, 10 och 100.

För att få ta att arbeta med ska Sebastian och Sture inte använda tärningar som de är vana vid. Lasse tänker att det ändå blir så mycket material på bordet med stenarna. Istället ska de få låna en padda där det finns en slumpgenerator. Den är inställd på att slumpa fram tal 100–999. Tillsammans pratar de om vad det betyder att slumpa fram tal och när det kan vara bra att kunna använda en slumpgenerator. Sture känner igen slumpgeneratorn som han har använt i ett spel tillsammans med sin bror och Lasse vet att det är bra förförståelse den dag de ska arbeta mer med sannolikhet. De får i uppgift att slumpa fram ett tal varannan gång. Talet ska de skriva på ett papper och sen ska de tillsammans bygga och visa talet med dekorationsstenarna. När de är klara med ett tal ska de ta ett foto av sitt bygge med paddan. Ett nytt tal slumpas, skrivs på listan, byggs, fotas ... Hela arbetsgången har Lasse skrivit på ett papper som en punktlista som de kan följa.

Nästa lektion ska de få alla foton utskrivna och med hjälp av listan med tal ska de para ihop varje foto med ett tal från listan. Lasse tänker att då måste han planera så att han hinner lyssna på Sture och Sebastians resonemang när de parar ihop foto och tal. Han behöver också vara lite mer hos Erika. Så hur ska han planera så de övriga eleverna kan arbeta så självständigt som möjligt? Hur behöver elevassistenterna förberedas?

Lektionsavslut med talkör

Innan dagens lektion avslutas med att de läser tiotalen i kör har han ytterligare en uppgift till varje elev. Var och en ska säga ett tal som de har arbetat med den här lektionen. Lasse skriver upp namn och det valda talet. På svensklektionen i eftermiddag ska de använda de här talen när eleverna ska fortsätta skriva på sina egna berättelser. Den lektionen har en helt annan slags planering.

Lästips och förslag på kompletterande aktiviteter

För att hitta artiklar från Nämnaren, sök på ncm.gu.se/nbas.

Jag vill ha lördagsgodis, men det är inte lördag!
Elevgenererade problem i en förskoleklass
Rimma Nyman, Nämnaren 2019:4

Förskoleklass elever ritar sin matematikundervisning
– utfallet av problemlösningsektioner
Andreas Ebbelind, Hanna Palmér & Jorrit van Bommel, Nämnaren 2024:2

Strävor

För att hitta aktiviteter från Strävorna, sök på ncm.gu.se/stravorna.

Gemensam problemlösning – tal
I dessa gemensamma problemlösningar får elever i grupp lösa problem om tal. Eleverna ges möjlighet att kommunicera om begrepp som större än, mindre än, udda och jämna tal, primtal och delbarhetsregler.

Nallarna
Eleverna ges olika problem där de ska undersöka likheter och skillnader i föremåls egenskaper, använda grundläggande räknepprinciper och utveckla resonemangsförmåga.

Kängurun

Avsikten med Kängurun är att stimulera intresset för matematik genom bra problem som är tänkta att väcka nyfikenhet och lust att lära matematik. Kängurutävlingen genomförs i mars, då årets problemen presenteras. Vare sig elever deltar i tävlingen eller inte finns det mängder av bra problem från starten 1999 som kan användas året om.

Problemurvalet är inte gjort så att det finns någon koppling till kravnivåer eller så att Kängurun ska spegla vad elever i olika åldrar borde kunna. Det är alltså inte ett prov utan ett utbud av intressanta problem för vidare arbete.

Läs mer på ncm.gu.se/klassrum/kanguru och ncm.gu.se/klassrum/kanguru/arbetavidare.

Problemlösning

Vardagen är full av situationer som hanterar eller hanteras av matematik på olika sätt. Det kan till exempel handla om antal, kvantitet, ordning, samband eller struktur som att göra i ordning något att äta, till exempel en frukt, en smörgås eller en smoothie till mellanmålet. För att planera matinköp till mellanmål eller en utflykt behöver eleverna göra val och fundera på konsekvenserna av sina val.

Ett av de vanligaste matematiska sambandet eleverna möter i vardagen är proportionalitet. I följande aktiviteter tränas eleverna i att göra antaganden och föra resonemang om proportionella samband som alla på olika sätt är relaterade till vardagliga matbestyr.

Progression

Eleverna uppmärksammas inledningsvis på att saker sker i en viss ordning och att en instruktion anger ordningen steg för steg. På så sätt kan eleverna upptäcka mönster, exempelvis mellan ental och tiotal, mellan dubbelt och hälften eller att fyrfaldiga är detsamma som att dubbla två gånger och att två halvor utgör en hel. Klossar eller annat plockmaterial får representera olika ingredienser och att rita en tabell är en problemlösningstrategi som övas. Eleverna löser de vardagliga problemen genom antaganden och de får föra resonemang om proportionella samband. Förmågan att föra resonemang om antal, kvantiteter och proportionella samband övas slutligen då eleverna planerar inköp till en utflykt. Då ges även många möjligheter att resonera om pengars värde.

Ämnesområde: Bre en smörgås

Att bre en smörgås kan inte göras hur som helst. Eleverna använder foton för att samtala om i vilken ordning de olika momenten ska genomföras.

Årskurs 1–3: Laga mellanmål

Receptet är för en person, men hur blir det om det är fler personer som ska äta mellanmål? Att använda en tabell kan underlätta problemlösningen.

Årskurs 4–6: Laga smoothies

Problemet med att göra smoothies till flera personer är relativt komplext. Det innehåller proportionella resonemang som kan upptäckas genom att olika mönster uppmärksammas, som exempelvis dubbelt och hälften och att två halvor utgör en hel. En tabell används i arbetet och det blir också aktuellt att mäta med våra vanliga köksmått.

Årskurs 7–9: Mat på utflykten

"Idag ska vi planera matsäcken till en utflykt. Ni kan se här vilka saker vi kan köpa in, men det är ni som får bestämma vad och hur mycket vi ska planera att köpa." Så inleds problemställningen där fler villkor tillkommer. Eleverna får många möjligheter att diskutera olika lösningsförslag och argumentera för sina egna förslag.

Bre en smörgås

Det är inte alltid vardagssituationer upplevs som matematiska. Att kunna följa instruktioner och att inse i vilken ordning olika moment kommer är en förutsättning för att kunna utföra beräkningar och lösa ekvationer, men också för att kommunicera med datorer och hantera rutiner i vardagen. Den här aktiviteten tar sin utgångspunkt i behovet av att göra i ordning en smörgås till mellanmålet. Syftet med aktiviteten är att uppmärksamma elever på att saker sker i en viss ordning, och att en instruktion anger ordningen steg för steg.

Material

På elevbladet *Smörgås* finns bilder som eleverna ska lägga i rätt ordning. Skriv ut och laminera dem eventuellt så att de blir enklare att hantera. Förstora gärna bilderna. Om möjligt är det trevligt att låta eleverna avsluta aktiviteten med att följa instruktionen och göra i ordning sin smörgås.

Introduktion

"Idag ska det bli smörgås till mellanmålet. Det ska vara ostsmörgås med gurkskivor. Mumsigt! Receptet och instruktion för hur vi ska göra finns i bilder, men de har visst blivit ihopblandade. Vi ska titta på dem och se om vi kan reda ut i vilken ordning de ska ligga så att vi kan förstå hur vi ska göra."

Beskrivning

Ta fram bilderna från elevbladet *Smörgås*. Be eleverna hjälpas åt att lägga dem i en ordning som är lämplig att följa. Om en elev klarar att lösa problemet på egen hand eller tillsammans med en elevassistent så låt eleven få tid på sig att göra det. Om det behövs kan stödfrågor ställas:

- Vad ska vi börja med?
- Vad ska vi ta fram först?
- Vad ska vi göra sen?

Avsluta med att be varje elev berätta utifrån sina bilder.

Anpassning

Om aktiviteten är för svår kan ett färre antal bilder väljas ut, exempelvis bara bilderna av smörgåsen i den högra spalten, eller bara två eller tre av dessa.

Ersätt fotona med egna bilder på köksredskap som eleverna känner igen. Förtydliga eventuellt med bildstöd som eleverna är vana vid.

Elevers dokumentation

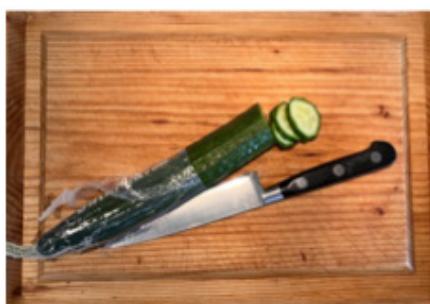
Låt eleverna med utgångspunkt från sina bilder återberätta i vilken ordning de ska göra det som är på bilderna. Peka och ge språkligt stöd i form av frågor.

- Vad kommer först?
- Vad kommer efter det?
- Vad kommer sist?
- Kommer den bilden före eller efter den?

Samtala om ordningen. Det kan finnas flera rimliga lösningar, men det kan också bli fel om man exempelvis lägger gurkan på smörgåsen innan man skivat den. Fotografera de ordnade bilderna och spara på lämpligt sätt. Om möjligt kan eleven sedan ta fram bilden och följa sin instruktion.

För elever som har kunskap om siffror kan även sifferkort användas och läggas ut för att indikera rätt ordning. Det medför dock att ytterligare ett matematiskt innehåll läggs till aktiviteten, nämligen förståelse för ordinaltal.

Elevblad Smörgås



Laga mellanmål

Den här aktiviteten tar sin utgångspunkt i behovet av att göra i ordning något att äta, i det här fallet ett mellanmål med smörgås och frukt. Syftet med aktiviteten är att lösa ett matematiskt problem som innehåller ett proportionellt samband för att ta reda på hur mycket som behövs av olika ingredienser till flera personer och att upptäcka mönster, exempelvis mellan ental och tiotal, mellan dubbelt och hälften, samt att två halvor utgör en hel.

Material

Klossar eller annat plockmaterial som får representera de olika ingredienserna. Skriv ut elevbladet till dokumentationen eller rita en egen större tabell på tavlan eller ett stort papper. Gör i ordning lappar där det står 1 barn, 2 barn, 3 barn, 4 barn.

Om möjligt är det trevligt att låta eleverna avsluta aktiviteten med att göra i ordning mellanmål till de barn som är på plats.

Introduktion

"På ett recept kan vi se precis vad vi behöver för att göra i ordning ett mellanmål som består av en smörgås med ost och gurka på och en frukt. Men vi har ett problem, för vi vet inte hur många av varje ingrediens vi behöver plocka fram. Om det bara är ett barn kan vi se på receptet hur mycket som behövs:

1/2 äpple
1 skiva bröd
2 skivor ost
3 skivor gurka

Nu vet vi ju inte alltid hur många barn det är varje dag, så jag tänkte att vi skulle göra en tabell där det går att avläsa hur mycket som går åt när det är 2, 3 eller 4 barn."

Beskrivning

Ge varje elev eller elevpar ett bestämt antal barn att beräkna för. Variera svårigheten efter elevernas förmågor. Börja med att fråga om brödet eftersom det är en hel.

- Hur många skivor bröd behövs det till så många barn som det står på din lapp?
- Hur många skivor ost?
- Hur många skivor gurka?
- Hur många äpplen?

Ge eleverna klossar att använda. Hjälp åt att namnge vad de olika klossarna representerar: brun kloss är en smörgås, gul kloss är en skiva ost och grön kloss en skiva gurka. Underlätta eventuellt genom att lägga en kloss tillsammans med bild på det klossen representerar. Diskutera om ni tycker att en röd kloss ska representera ett helt äpple eller ett halvt äpple. Går det att lägga dit en halv kloss? Om en kloss är ett halvt äpple så går det åt två klossar för att representera ett helt äpple.

Låt eleverna själva finna strategier för att lösa problemet. Iaktta vilka strategier de använder. Räknar de upp en i taget eller grupperar de? Stötta vid behov. För elever som behöver träna ett-till-ett-principen är ihop-parning en bra strategi att föreslå. En ostskiva till mig – en till Elsa, och så vidare. Be eleverna fylla i den gemensamma tabellen. Om några blir klara före andra kan de få ett nytt uppdrag med ett annat antal barn.

Anpassning

Det kan vara en hjälp att sätta namn på barnen i den tänkta gruppen. Till exempel kan de elever som ska beräkna ingredienser till 3 barn hitta på tre namn. Ta bort kolumner om det är för många. Lättast är i så fall att fokusera på dubbelt och bara ta med 2 barn och 4 barn så att det alltid behövs hela äpplen.

Allra lättast blir uppgiften om endast bröd, ost och gurka tas med (inte äpple) och om recepten endast beräknas till 2 barn.

Låt elever som behöver mer utmaning beräkna ingredienser till flera olika antal barn. Lägg till kolumner för 5 barn och 10 barn.

Elevers dokumentation

Fyll i tabellen tillsammans. Låt gärna sedan varje elev fylla i ett eget elevblad för att spara. Samtala tillsammans om resultatet. Vilka mönster kan ni se? Här är förslag på ord att ta upp och samband som är möjliga att titta efter:

- en mer, två mer, tre mer
- dubbelt så många
- två halvor är en hel
- räknearmsor med skutträkning som

2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 – 18 – 20

3 – 6 – 9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24 – 27 – 30

$1\frac{1}{2}$ – 1 – $1\frac{1}{2}$ – 2 – $2\frac{1}{2}$ – 3 – $3\frac{1}{2}$ – 4 – $4\frac{1}{2}$ – 5 ... 10

Markera gärna de mönster som eleverna upptäcker i tabellen.

	1 barn	2 barn	3 barn	4 barn	5 barn	10 barn
⁹ ÄPPLÉ	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	5
BRÖD	1	2	3	4	5	10
OST	2	4	6	8	10	20
GURKA	3	6	9	12	15	30

Olika ställen där eleverna kan upptäcka sambandet "dubbelt" visade i en ifylld tabell.

Elevblad Tabell och recept

Recept för en person

1/2 äpple

1 skiva bröd med smör

2 ostskivor

3 gurkskivor

	1 barn	2 barn	3 barn	4 barn
	1/2			
	1			
	2			
	3			

Laga smoothies

Den här aktiviteten tar sin utgångspunkt i behovet av att göra i ordning något att äta, i det här fallet smoothies. Syftet med aktiviteten är lösa ett matematiskt problem som innehåller proportionella samband för att ta reda på hur mycket som behövs av olika ingredienser till flera personer. Att dubblera och halvera, att fyrfaldiga är detsamma som att dubblera två gånger samt att två halvor utgör en hel är matematiska strategier som eleven får använda. Ett annat syfte är att hantera enheter som är vanliga i matlagning. Ett annat syfte är att hantera enheter som är vanliga i matlagning.

Material

Kopiera elevbladet till dokumentation eller rita en egen stor tabell. För att beräkna ingredienser till flera personer är det bra om eleven har tillgång till köksmått för att mäta upp deciliter, matsked och tesked, och eventuellt även vatten att mäta.

Om möjligt är det trevligt att låta eleverna avsluta aktiviteten med att göra smoothies till de barn som är på plats.

Introduktion

"Här kan vi se precis vad vi behöver för att tillaga en smoothie. Men vi har ett problem, för det är olika antal barn som ska få smoothie olika dagar, så receptet måste räknas om. Om det bara är ett barn kan vi se på receptet att det behövs:

2 dl yoghurt
1 dl frysta bär
1 msk flädersaft
1 tsk honung
1/2 banan

Jag tänkte att vi skulle göra en tabell där det går att avläsa hur mycket som går åt av varje ingrediens om det ska räcka till att göra 2, 3, 4, 5 eller 6 smoothies."

Beskrivning

Visa receptet och inled med att samtala med eleverna om det, använd lämpligt bildstöd. Frågor att ställa som stöd i samtalet kan vara:

- Hur mycket yoghurt och frysta bär går det åt?
- Vilken enhet mäter vi med? Vad betyder dl?
- Hur mycket honung och flädersaft går det åt?
- Vilken enhet mäter vi med? Vad betyder msk/tsk?
- Hur många bananer går det åt?

Berätta att ni nu ska ta reda på hur mycket som går åt till flera smoothies. Låt eleverna arbeta i par eller små grupper om det är möjligt. Dela ut elevbladet och visa en gemensam tabell, gärna på ett stort papper eller på tavlan. Ge varje elevgrupp i uppdrag att räkna om receptet för ett visst antal smoothies. Be dem fundera på hur mycket av varje ingrediens som behövs. Variera svårigheten efter elevernas förmågor.

Ge eleverna decilitermätt, matsked och tesked. Låt dem i möjligaste mån finna strategier själva för att lösa problemet. Iaktta vilka strategier de använder. Behöver de mäta med vatten? Använder de sin fantasi och mäter på låtsas? Prickar de av eller ritar upp för att hålla ordning på antal som är uppmätta? Använder de sig av redan införda tal i tabellen för att göra nya beräkningar? Kan de upptäcka mönster i tabellen? Kan de dubblera? Kan de multiplicera i stället för att använda upprepade addition?

Stötta vid behov. Be eleverna fylla i den gemensamma tabellen allteftersom. Om några blir klara före andra kan de få ett nytt uppdrag med ett annat antal smoothies.

Anpassning

En enklare variant är att minska ner receptet genom att ta bort bananen och honungen eller att göra en tabell med färre antal kolumner.

Låt elever som behöver mer utmaning beräkna ingredienser till ännu fler smoothies och lägg till fler kolumner i tabellen. Till exempel 10, 20, 30, 40 och 50 smoothies. Uppmana dem att titta efter mönster i tabellen. Elever som beräknar ingredienser till många smoothies kan fundera på enhetsväxling. Låt eleverna mäta upp hur många deciliter det går på en liter och sedan använda den kunskapen till att ändra enheten när det är lämpligt. Låt eleverna mäta upp hur många teskedar det går på en matsked och sedan använda den kunskapen till att ändra enheten när det är lämpligt. Till 5 smoothies behövs 10 dl yoghurt – vilket också kan skrivas som 1 liter. Det går 3 tsk på en msk, så till 3 barn kan man antingen skriva 3 tsk honung eller 1 msk honung.

Elevers dokumentation

Låt eleverna fylla i tabellen, antingen på tavlan eller på ett stort papper så att alla kan se det som fylls i. Samtala tillsammans om resultatet. Vilka mönster går att se? Samband att titta efter och prata om kan vara

- dubbelt så många
- tre, fyra, fem, sex gånger så många
- två halvor är en hel, fyra halvor är två hela
- tio deciliter är en liter
- tre teskedar är en matsked.

Markera gärna vad eleverna upptäcker i tabellen, notera enhetsbyten och dubbleringar.

antal smoothies	1	2	3	4	5	6
yoghurt	2 dl	4 dl	6 dl	8 dl	10 dl 1 liter	12 dl
bär	1 dl	2 dl	3 dl	4 dl	5 dl	6 dl
flädersaft	1 msk	2 msk	3 msk	4 msk	5 msk	6 msk
honung	1 tsk	2 tsk	3 tsk 1 msk	4 tsk	5 tsk	6 tsk 2 msk
banan	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3

Exempel på ifylld tabell för 1–6 smoothies.

antal smoothies	1	10	20	30	40	50
yoghurt	2 dl	20 dl 2 liter	4 liter	6 liter	8 liter	10 liter
bär	1 dl	10 dl 1 liter	2 liter	3 liter	4 liter	5 liter
flädersaft	1 msk	10 msk	20 msk	30 msk	40 msk	50 msk
honung	1 tsk	10 tsk	20 tsk	30 tsk	40 tsk	50 tsk
banan	$\frac{1}{2}$	5	10	15	20	25

Exempel på ifylld tabell för upp till 50 smoothies.

Elevblad Recept på smoothies

Recept för en person

2 dl yoghurt

1 dl frysta bär

1 msk flädersaft

1 tsk honung

1/2 banan

antal smoothies	1	2	3	4	5	6
yoghurt	2 dl					
bär	1 dl					
flädersaft	1 msk					
honung	1 tsk					
banan	1/2					

antal smoothies						
yoghurt						
bär						
flädersaft						
honung						
banan						

Mat på utflykten

Den här aktiviteten utgår från ett rikt och öppet problem som det inte finns något rätt svar på. Eleverna ska planera matinköpen till en utflykt. Då behöver de göra val och fundera på konsekvenserna av sina val. Syfte med aktiviteten är att träna elevernas förmåga att föra resonemang om antal, kvantiteter och proportionella samband för att planera inköp. Ett annat syfte är att eleverna ska ges möjlighet att resonera om pengars värde.

Material

Eleverna behöver antingen bilder av de olika matvaror och förpackningar som finns på elevbladet *Matvaror och priser*, eller riktiga matvaror och paket med autentiska prislappar eller avrundade priser. Används bilderna blir problemet tillrättat och antal och priser relativt enkla att arbeta med. Om ni i stället väljer riktiga matvaror och prislappar från affären blir aktiviteten mer realistisk men antal och priser svårare att räkna med.

Om möjligt är det en fördel att eleverna själva hittar strategier för att dokumentera sina inköp och kostnader, men om det behövs kan de använda elevbladet *Tabell*.

Introduktion

"Idag ska vi planera matsäcken till en utflykt. Ni kan se här vilka saker vi kan köpa in, men det är ni som får bestämma vad och hur mycket vi ska planera att köpa. Ni kan se här hur mycket varje förpackning kostar. Man kan bara köpa hela förpackningar och ni får lista ut hur många som finns i varje förpackning. Det finns 300 kronor på kontot att handla för. Det ni väljer att köpa får inte kosta mer än vad som finns på kontot. Det är åtta personer som ska följa med på utflykten. Ni behöver hitta ett sätt att skriva upp och hålla koll på vad ni ska köpa och vad det kostar. Här är några saker ni behöver fundera på.

- Vad vill ni äta på utflykten?
- Hur mycket ska var och en få?
- Hur mycket kostar en förpackning?
- Hur många finns det i varje förpackning?
- Hur många räcker en förpackning till?
- Vad ska ni göra om det blir några över?
- Hur kan ni hålla koll på hur mycket pengar som går åt och hur mycket pengar som finns kvar?"

Läraren inleder med ett samtal kring dessa frågor innan eleverna sätter igång med arbetet. Om det behövs kan läraren även skriva upp frågorna eller kopiera dem så att eleverna kan återkomma till dem under arbetets gång, men annars följer eleven tabellen som finns på elevbladet.

Beskrivning

Dela ut elevbladen och låt eleverna planera fritt och diskutera hur de ska lösa problemet. De måste inte köpa av alla sorterna. Återanvänd frågorna från introduktionen för att stötta elevernas samtal. Ett exempel för åtta personer är:

2 paket korv	100 kr
1 påse bröd	20 kr
1 flaska ketchup	40 kr
1 flaska senap	20 kr
3 paket festis	90 kr
1 paket kex	20 kr
Summa:	290 kr

Varje person får då två korvar med bröd och ketchup och senap samt en festis och ett eller två kex. Det kommer att vara tio kr och en festis över, eftersom det är tre i varje paket. Kexen vet vi inte riktigt hur många det finns i varje paket. En annan grupp kanske prioriterar frukt och bullar, eller väljer bort senap och ketchup. Proportionella samband som kan uppmärksammas är:

1. samband mellan antal förpackningar av en vara och antal varor i förpackningen, exempelvis korv: 1~8 2~16 3~24 4~32
2. samband mellan antal förpackningar och pris, exempelvis korv: 1~50 2~100 3~150 4~200

Prata med eleverna om hur de vill göra när det antal som finns i förpackningen inte går att dela jämnt med antalet i gruppen. Ska resterna delas upp jämnt eller ska någon få mer? Eller ska varorna lämnas hemma till en annan gång eller slängas?

Anpassning

Förpackningarna är valda så att korv och bröd är multiplar av 8 och festis, frukt och bullar är multiplar av 3. Om eleverna behöver en enklare uppgift kan urvalet begränsas antingen till korv och bröd och en grupp på 8 personer eller till frukt, dricka och bullar och en grupp på 3 eller 6 personer. Eleverna som behöver en mer utmanande uppgift kan göra beräkningar för en mycket större grupp och i så fall ha mer pengar till sitt förfogande på kontot. Det blir också svårare om antalet personer som ska åka på utflykten varken är en multipel av 3 eller 8. Att göra en autentisk beräkning för den egna elevgruppen kan vara motiverande. Antalet kan anpassas med eller utan de vuxna som arbetar i gruppen för att få lämpliga tal att arbeta med. Priserna på varorna kan varieras för att få enklare eller svårare beräkningar. Om autentiska förpackningar och priser används kommer priserna säkerligen att anges med decimaler.

Elevers dokumentation

Låt eleverna dokumentera sina beräkningar exempelvis i en tabell som den på elevbladet. Låt dem redovisa sina resultat för varandra och diskutera likheter och skillnader.

Elevblad Matvaror och priser



Elevblad Tabell

Vara	Antal per förpackning	Antal vi behöver	Antal förpackningar att köpa	Pris per förpackning	Kostnad	Vad som blir över
Summa totalkostnad:						

Kollegial kompetensutveckling

Problemlösning i matematik & Lektionsplanering

Enskild läsning

Texten *Lektionsplanering* är en något längre berättelse om hur en lärare planerar en lektion. När du läser texterna, reflektera och anteckna

- när och hur dina elever får arbeta med problemlösning i matematik
- hur läraren Lasses lektion liknar eller skiljer sig från din vardag i klassrummet.

Kollegial inledande träff

Jämför med läraren Lasses lektionsplanering och diskutera hur ni planerar era lektioner.

- Hur hanterar ni å ena sidan planeringen för hela klassen och å andra sidan nödvändiga anpassningar för respektive elev?
- På vilket sätt involveras elevassistenterna i planeringen och under lektionen?
- Hur gör ni för att hitta en bra balans mellan användning av läroböcker och allt annat ni vill göra på lektionerna?

Samtala sedan om vilken aktivitet som passar era elevgrupper bäst. Genomför tillsammans vald aktivitet. Är alla ense om vad aktiviteten går ut på? Diskutera vilka förberedelser som behövs, till exempel val av material, vad ni tror att eleverna kommer att göra och vad de kan lära sig.

Under och direkt efter lektionen

Genomför den planerade aktiviteten.

Anteckna vilka problemlösningsstrategier som eleverna använder. Anteckna hur eventuella elevassistenter bidrog under lektionen.

Samla in några olika elevers dokumentation av sin problemlösning.

Kollegial uppföljande och avslutande träff

Samtala om hur aktiviteten fungerade.

- Kändes situationen realistisk? Fanns det praktiska problem?
- Om problemställningen var svår för eleverna, berodde det på kontexten eller matematiken?

Diskutera de strategier som ni har antecknat.

- Vilka var vanligast förekommande?
- Vilka strategier förekommer inte alls? Kan de införas?

Diskutera elevassistenternas roll på lektionerna.

- Hur kan de bidra med sina kompetenser?
- Hur kan ni lärare underlätta för dem att bli insatta i planeringen?

Avsluta med att diskutera vad ni från hela detta material och ert arbete med det tar med er in i framtiden.

- Vad kommer ni att fortsätta med?
- Vilka önskemål finns om fortsatt kompetensutveckling?