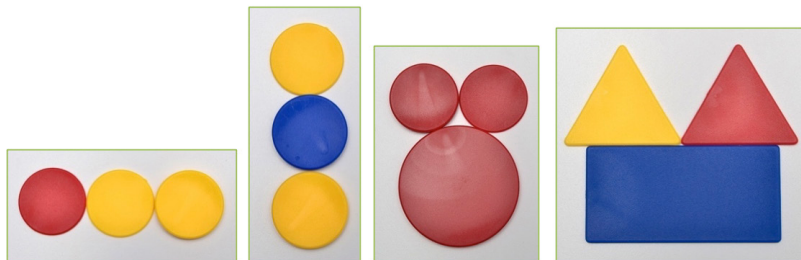


Rumsuppfattning

Resonemang och kommunikation

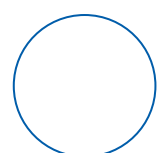
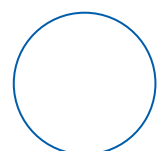
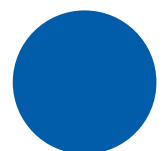
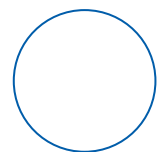
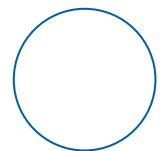
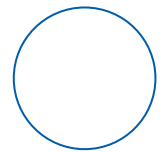
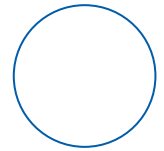
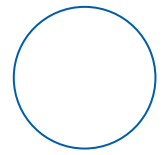


Ämnesområde: Position – var?

Årskurs 1–3: Form – logiska block

Årskurs 4–6: Form – plocklåda

Årskurs 7–9: Ett geometriskt bokmärke



Rumsuppfattning

I det dagliga livet rör vi oss i miljöer som hemmet, skolan, närsamhället och den omgivande naturen, några är välkända och andra är mer obekanta. En del av det vi kallar verklighetsuppfattning handlar om att förstå sambanden mellan såväl fasta som rörliga objekt i dessa miljöer. För att kunna känna igen, hitta och orientera oss i omvärlden behöver vi kunna urskilja särdrag samt strukturera och organisera våra intryck. Vi behöver även formulera språkliga uttryck som beskriver form, läge, riktning och avstånd, och som vi alla kan tolka lika. I matematikdidaktisk litteratur kallas detta för spatial förmåga eller rumsuppfattning.

Rumsuppfattning kan kortfattat beskrivas som relationer inom och mellan objekt samt mellan objekt och omvärld. Det handlar om att med hjälp av avstånd, riktning, höjd, djup och position kunna förstå, använda och utbyta information om objekts positioner. Spatialt tänkande handlar om att föreställa sig rummet, var man själv och annat befinner sig och de språkliga uttryck som beskriver rummet. Spatial förmåga ligger också till grund för förståelse av matematiska objekt och relationer genom att vi använder ord och uttryck metaforiskt (Kilhamn, 2011; Lakoff & Johnsson, 2008; Lakoff & Nuñez, 2000). Vi beskriver tal som om de hade placering i rummet: 37 är ett högre tal än 23; 37 är talet som kommer efter 36; mellan 36 och 37 finns talet 36,6. Vi talar om tal som förflyttning i rummet: från 5 stegar vi upp tre steg och landar på 8; vi räknar femskutt för att lära oss femmans multiplikationstabell; för addition kan du räkna uppåt; för subtraktion kan du räkna neråt. Dessa sätt att prata om tal förutsätter att eleven har en kroppslig erfarenhet av rörelser längs en linje och förhållanden mellan platser längs en linje. Tallinjen blir en geometrisk halvabstrakt representation av talen som kan hjälpa elever att koppla samman sin rumsuppfattning med den abstrakta matematiken. Vi beskriver tal i termer av geometriska figurer när vi talar om multiplikation med rektangelmodellen eller multiplikation som area, eller när vi beskriver tal som triangelantal eller kvadrattal. Fysiska erfarenheter av trianglar och kvadrater är en förutsättning för att eleven då ska kunna förstå vad som menas.

Det finns alltså både en direkt och en indirekt anledning att lägga tid på att utveckla en god rumsuppfattning, speciellt för elever som på grund av olika funktionsnedsättningar kan vara begränsade i sina möjligheter att på egen hand utveckla den spatiala förmågan.

Geometri i skolan

Ett av skolans uppdrag är att förbereda eleverna för att leva och verka i samhället och så långt det är möjligt bli självständiga individer. För att kunna orientera sig och ta sig fram, hitta och ta till sig information i exempelvis bilder och kartor är en god rumsuppfattning en avgörande förmåga.

Position

Utvecklingen av spatial orientering börjar tidigt i livet. Nyfödda lokaliserar exempelvis maten genom att vrida på huvudet. Genom beröring, ögonkontakt och att barnet hör röster i rummet, utvecklar barnet sin uppfattning om var den egna kroppen börjar och slutar. När vi lyfter och bär barnet ser det omgivningen från olika håll och i olika perspektiv. Erfarenheterna förstärks när den som lyfter och bär talar med barnet om det som händer och använder lägesord och ord som beskriver riktning. Erfarenheterna leder efterhand till förståelse för språkliga uttryck för relativa avstånd och lägen. Detta leder i sin tur till att ett inre tredimensionellt system konstrueras och utvecklas. Alan Bishop betonar att förståelsen för rummet utvecklas genom aktiviteter i omvärlden. De leder till att språket utvecklas för att beskriva rörelser och lägen samt förståelse för förminskning av omvärlden, som på kartor, ritningar och fotografier. Ett objekt man ser på nära håll ser större ut än om man ser samma objekt på avstånd. Erfarenheter utvecklar förståelse för att föremålets storlek är konstant.

Rumsuppfattning börjar utvecklas genom att man upptäcker vad någon annan tittar eller pekar på. Erfarenheter leder också till insikten om att det som döljs av en dörr, ett lock eller en filt faktiskt finns fast det för tillfället inte är synligt. För elever i anpassad grundskola kan detta behöva tränas explicit långt upp i skolåldern. Genom upprepade erfarenheter utvecklas inre föreställningar om vad som finns bakom, under, över eller bortanför det som är synligt. Dessa inre bilder är viktiga för att kunna söka efter sådant som inte finns framför ögonen, till exempel de rena strumporna i byrålådan eller glaset i skåpet.

Lägesord

Frågan *Var?* är central för att lokalisera någon eller något. Svaren *här* eller *där* räcker inte alltid. Det man söker måste ses i relation till andra saker i omgivningen, bland annat med hjälp av lägesord: i, på, över, under, först, sist, före, efter, upp, ner, i början, i slutet, i mitten, framför, bakom, bredvid, nära, utanför, innanför, uppåt, neråt, fram, bak, till, från, vänster, höger ... För att dessa ord ska bli och förbli aktiva i elevers ordförråd måste de ständigt aktualiseras i undervisningen. Skillnader mellan innebörder i närbesläktade lägen som ovanför – ovanpå eller under – nedanför behöver särskilt diskuteras och exemplifieras. För att lokalisera objekt i rummet räcker det inte alltid med lägesord. Informationen kan behöva kompletteras med beskrivningar av form, storlek och färg.

Form

Precis som när vi möter nya miljöer är det helheten som dominerar när vi inledningsvis tittar på ett objekt. För att upptäcka ett objekts olika egenskaper behöver elever strukturerade handledda erfarenheter där allt fler detaljer såsom form, ytor och hörn uppmärksammas och ges språkliga uttryck. Genom sådana erfarenheter utvecklar elever en intuitiv känsla för olika geometriska egenskaper och samband.

Bryant (2009) menar att barn tidigt kan skilja mellan och komma ihåg geometriska former som kvadrater, trianglar och cirklar. Under skoltiden genomgår kunskapsområdet om former en serie radikala förändringar. Först utvecklas förmågan att skilja mellan och klassificera former genom sinnesintryck. Att både få ta i och titta på samtidigt som man beskriver objekt utvecklar förmågan att känna igen och särskilja olika former. Undervisningen ska redan från början använda korrekta matematiska ord och uttryck samtidigt som kommunikationen måste förankras i elevernas språk. Barns spontana uttryck för en rektangel är ofta fyrkant. Båda orden uttrycker en egenskap hos formen. Rektangel kommer av två latinska ord för rak (eller rät) och vinkel, och betecknar en geometrisk figur vars sidor möts i rätta vinklar. Fyrkant betecknar en figur med fyra kanter, men i själva ordet finns ingen antydning om att hörnen måste vara vinkelräta och därför inte heller nödvändigtvis parallella. Genom undervisningen ska eleven utveckla förståelse för olika slags fyrkanter och gradvis utveckla precisionen i sitt språk.

Enligt Fischbein (1993) har geometribegrepp, till skillnad från andra begrepp, inneboende rumsliga egenskaper. Till exempel är en cirkel en form som rent teoretiskt har egenskapen att den utgörs av alla punkter på lika avstånd från en mittpunkt. I den konkreta världen blir cirklar för det mesta lite deformerade, skeva eller ojämna. Ändå använder vi ordet cirkel för att beskriva runda föremål, och bilden elever bygger upp av en cirkel inbegriper en mängd erfarenheter som de kommer att associera till begreppet. Utvecklingen av geometribegrepp sker successivt genom konkreta erfarenheter där flera sinnen involveras och undervisningen uppmärksammar eleven på allt fler detaljer. Tidigare förståelse utmanas och omprövas. Efterhand smälter inre föreställningar, avbildningar och definitioner samman till en helhet.

Teori om geometrilärande – van Hiele-nivåer

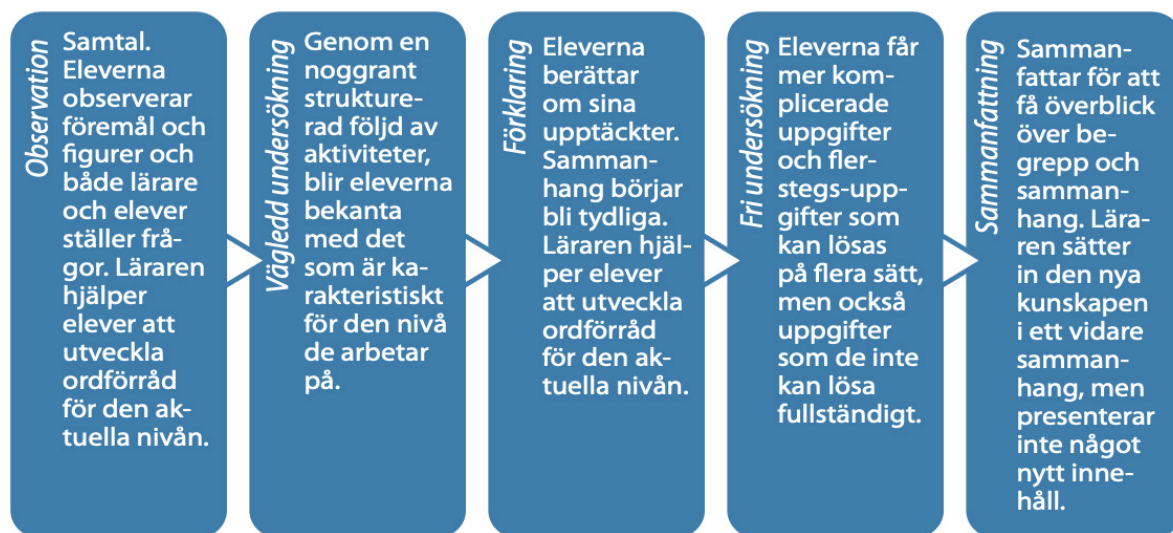
Aktuell forskning kring geometrilärande relaterar ofta till den teori som togs fram av det nederländska forskarparet van Hiele på 1980-talet. Teorin beskriver hur lärandet sker i fem nivåer, med ökande abstrakt tänkande och där varje individs kunskapsnivå om geometriska begrepp genomgår nivåerna i tur och ordning (van Hiele, 1986). Elever i såväl grundskola som anpassad grundskola rör sig uteslutande på nivå 1–3 medan nivå 4 och 5 berör mer komplex och abstrakt tänkande. När en elev möter ett nytt geometriskt begrepp startar alltid förståelsen på nivå 1.

Nivå 1. Igenkänning, visualisering. Eleven känner igen en geometrisk form som en helhet, men ser inte till dess delar. Eleven kan känna igen en bild av en rektangel men är i allmänhet inte medveten om dess egenskaper, till exempel att den har parallella sidor. Eleven liknar gärna former vid konkreta objekt, som att rektangeln ser ut som en dörr eller en fönsterruta.

Nivå 2. Analys. Eleven kan analysera egenskaper hos figurer genom att exempelvis vika papper, mäta, rita på rutat papper eller använda ett geobräde. Samtal kan föras om att en figur är del av en annan, att sidor kan vara parallella, att antalet sidor eller antalet hörn definierar de specifika formerna.

Nivå 3. Abstraktion. Eleven kan ordna figurer logiskt och till exempel inse att alla kvadrater är rektanglar men att alla rektanglar inte är kvadrater.

Kunnandet vidgas och fördjupas för varje nivå, liksom elevens förmåga att uttrycka sig alltmer matematiskt korrekt. För att utvecklas och nå nästa nivå behöver elever stimulans. Förutsättningen för en fördjupad förståelse är att undervisningen utgår från sammanhang som är välbekanta för eleven och har en tydlig kontinuitet och progression. För att hjälpa eleven att nå nästa nivå av tänkande menar van Hiele att undervisningen kan struktureras i olika faser enligt figuren.



Fem faser i undervisningen enligt van Hieles förslag.

Två och tre dimensioner

Omvärlden vi lever i består av kroppar, som är former i tre dimensioner. I illustrationer och digitala medier representeras verklighetens tredimensionella kroppar av tvådimensionella bilder. Kopplingen mellan dessa verkar vara oproblematisk för små barn. På frågan om var bollen är pekar barn ofta rätt i sin pekbok. För att utveckla förmågan att urskilja former kan det vara bra att fokusera på en form och gå på formjakt. Exempelvis kan elever hitta cirkelformade tallrikar, speglar, knappar, brunnslock och lampor, eller rektangulära dörrar, fönster, bord, handdukar, mattor och tavelramar. Det är lättare att upptäcka skillnader än likheter mellan former, och elever behöver uppmärksammas om hur dessa kan uttryckas språkligt. Clements (1999) talar om vikten av att urskilja och särskilja. Ett konkret förslag för undervisningen är att eleverna sorterar en mängd former i kategorierna tillhör eller tillhör inte. Det kan vara både konkreta föremål och bilder, exempelvis gruppen rektanglar. Samtal förs därefter om hur de har gjort sin sortering. Vill man utöka svårigheten kan två olika kategorier användas samtidigt vid en sortering, exempelvis färg och form. Eleven skapar då fyra högar: rund och röd; rund men inte röd; röd men inte rund; varken rund eller röd.

- Hur känner vi igen en cirkel?
- Den är alldeles, alldeles rund. Inga bucklor någonstans, förklarar ett barn i förskolan.

En formell definition av cirkel är en kurva i planet som består av alla punkter som har ett givet avstånd (radien) till en fix punkt (medelpunkten). Enligt definitionen är det alltså cirkelns kant som är själva cirkeln, medan det som är inuti cirkeln formellt kallas för cirkelområde eller cirkelskiva. En elev som ser en rund tallrik betraktar hela tallriken som en cirkel. På en vanlig tallrik går mittpunkten inte att urskilja. Ett konkret sätt att närma sig definitionen är att rita cirklar med hjälp av en passare. En stor passare kan göras av ett snöre som knyts ihop och läggs runt två punkter: dels en fast punkt i mitten, till exempel en elev som står stilla, och en rörlig punkt

som sakta vrids runt och markerar en linje. Om snöret hålls sträckt hela tiden kommer linjen att bestå av punkter, eller elever, med samma avstånd till mittpunkten. Dessa utgör då cirkeln.

Laborativa material har fördelen att de enkelt kan vridas och vändas. När en elev ser en kamrats material från andra sidan bordet kan det öppna upp för förståelsen att en form är densamma hur den än orienteras. De olika geometriska grundformerna måste också varieras på fler sätt än bara hur de orienteras. Vikten av att elever tidigt får möta exempelvis olika typer av trianglar och inte enbart liksidiga kan inte nog understrykas.

Dela upp och sätta samman

Enligt van Hiele (1986) är en av de största förändringarna i elevers analys av former att de blir medvetna om att alla former, särskilt de komplexa, kan delas in i mindre former. Att kunna föreställa sig och att beskriva effekterna av att sätta samman och dela upp geometriska former är väsentligt för att förstå areabegreppet. Undersökande aktiviteter behövs för att utveckla denna förmåga från konkreta erfarenheter till inre föreställningar. Insikten att en rektangel kan sättas samman av två identiska rätvinkliga trianglar är viktig för att skapa förståelse för hur trianglars area kan beräknas. Låt exempelvis elever undersöka vilka nya former som kan bildas när en kvadrat delas längs mittlinjen eller diagonalen.

Vår omvärld domineras av tredimensionella kroppar. Hus kan se ut att vara sammansatta av ett eller flera rätblock, med olika höjder, bredder och djup. I lek- och idrottssammanhang finner vi puckar (cylindrar) och bollar i olika storlekar (klot). Dricksglas, burkar, förpackningar, böcker och möbler kan ofta beskrivas som tredimensionella kroppar. Som introduktion till detta arbetsområde kan eleverna leta efter geometriska kroppar i sin närhet. När vi tittar närmare på många föremål ser vi att sidoytorna är cirklar, trianglar, rektanglar eller andra månghörningar. En traditionell fotboll är sammansatt av (svarta) liksidiga femhörningar och (vita) sexhörningar.

Verkligheten avbildas

Rummet kan representeras av mer eller mindre naturtrogna bilder och modeller men även av schematiska kartor. Föremål kan representeras av ritade avbildningar eller symboler medan "överst i tredje lådan i hurtsen till höger om dörren" är en position som uttrycks språkligt. Att överföra sådana representationer och språkliga uttryck till en kartbild eller ett koordinatsystem är en komplex process. När elever ritar en karta över sitt klassrum blir resultatet ofta en kombination av olika perspektiv. Golvet ses ovanifrån, det vill säga i fågelperspektiv, medan föremål ses ritade helt eller delvis från sidan. Möblers position är ofta godtyckliga utmed väggar och mitt på golvet och avbildas ibland uppfifrån och ibland från sidan.

I kartor och koordinatsystem representeras objektens positioner av punkter. En skärningspunkt på en karta utgörs ofta av en ruta, inom vilken man kan hitta den sökta orten, floden eller berget. I matematiska koordinatsystem är det skärningspunkter mellan linjer som är av intresse. Sådana används i ritningar över exempelvis byggnader, avloppsnät och elnät och har axlar med skalor där relationerna mellan punkterna är lika på hela skalan, det vill säga tallinjer. Exempelvis är avståndet mellan 2 och 3 på skalan lika stort som avståndet mellan 79 och 80. Därför kan systemet användas för att representera viktiga geometriska egenskaper och möjliggöra resonemang om avstånd mellan punkterna. För att hantera detta måste man kunna beskriva punkter och analysera avstånd mellan punkter.

Resonemang och kommunikation

Matematisk kommunikation bygger i huvudsak på logiska resonemang. För att kunna föra matematiska resonemang behöver elever förstå att matematiska samband är konstruerade, och att de därför också kan "återupptäckas" genom att man resonerar sig fram med hjälp av logik och slutledningsförmåga. Ett matematiskt resonemang utgår från axiom, som i vardagliga sammanhang är ett självklart påstående som alla anser vara sant. Det är alltså något man vet stämmer. Med axiom som utgångspunkt görs slutledningar som följer logiskt efter varandra. Matematiska resonemang innebär att man för en argumentation som i grunden bygger på samma struktur: "Eftersom jag vet att A (ett axiom) gäller så kan jag dra slutsatsen att B gäller, och det i sin tur implicerar att C måste vara sant." I sin mest stringenta form skapar resonemanget ett matematiskt bevis.

I klassrummet används både informella och formella argument, och "axiomen" utgörs av kunskaper som är befästa hos den aktuella eleven. Ett exempel är när en elev har glömt hur mycket $3 \cdot 4$ är men kan resonera sig fram genom att utgå från kunskap om multiplikation som upprepad addition: " $3 \cdot 4$ är detsamma som tre stycken fyror, alltså $4 + 4 + 4 = 12$." Ett annat exempel är vid en uppritad rektangel där sidorna 4 m och 6 m är angivna och frågan är hur stor rektangelns omkrets är. Eleven resonerar: "Omkrets är samma sak som att gå runt omkring. Först går jag en sida som är 4 meter, sen nästa sida som är 6 meter, då har jag gått 10 meter. Sen 4 meter igen, 14 meter och till sist 6 meter, alltså 20 meter." Utgångspunkten är här inte ett matematiskt axiom utan en fysisk erfarenhet av hur världen är konstruerad. På sikt inser eleven att det räcker att addera sidornas längder utan att den praktiska kontexten finns närvarande, $4 + 6 + 4 + 6 = 20$ m. På nästa nivå kan eleven föra resonemang om att $4 + 6 = 10$ m är halva omkretsen och att då måste hela omkretsen vara $2 \cdot 10 = 20$ m.

Följa, föra och värdera

Resonemangsförmågan definieras och skrivs fram på lite varierande sätt i matematikdidaktisk litteratur men orden föra, följa och värdera finns i regel med. Att följa ett resonemang handlar oftast om att kunna tolka andras resonemang, något elever i anpassad grundskola får använda långt tid och många tillfällen för att träna. Att själv föra ett resonemang kan innebära att eleven förutsätter, testar, gissar, efterfrågar och söker mönster. Det kan också innebära att eleven förklarar, motiverar och drar slutsatser. Detta görs med fördel tillsammans med andra där läraren och elevassistenter måste lyssna och stötta aktivt. Att värdera ett resonemang innefattar att utifrån lösningsförslag, påståenden eller slutsatser som eleven själv eller andra beskriver, kunna avgöra om resonemanget är hållbart. Den enklaste frågan att ställa sig är om resonemanget verkar trovärdigt och svaret stämmer, i vissa fall kan frågor om sant eller falskt vara till hjälp.

Även om det är lättare att följa någon annans resonemang än att kunna föra ett eget resonemang är de två kompetenserna beroende av varandra, precis som att lyssna och tala hör ihop liksom att läsa och skriva. Genom att följa resonemang utvecklas kunskap om att föra resonemang. Elever som får övning i att föra resonemang blir också bättre på att följa resonemang. För att kunna värdera ett resonemang behöver eleven ha lite olika sorters resonemang att jämföra med, och få erfarenhet av både resonemang som håller och sådana som inte håller. För att lärande ska kunna ske måste därför elevresonemang som inte är hållbara eller logiska kunna diskuteras och revideras gemensamt. Det förutsätter en klassrumsnorm där ofullständiga svar och halvfärdiga resonemang ses som värdefulla lärandemöjligheter av både lärare och elever.

Sambandsord

Ett matematiskt resonemang innehåller nästan alltid ord som indikerar samband. Sambandsord visar hur två olika påståenden eller matematiska uttryck hänger ihop. Många av sambandsorden har också egna symboler i matematik och logik. Några exempel på sambandsord och sambandsuttryck är:

och, eller, om
eftersom, alltså
om ... så ...
då följer, leder till
motsäger, i motsats till
är lika med, samma som, är inte lika med
är större än, mindre än

När resonemang förs i klassrummet kan det vara bra att ibland stanna upp och titta på vilka ord som används för att hjälpa eleverna att utveckla ett mer precist språk. Utgå från ett sambandsord eller uttryck och samtala om hur det kan användas. Börja med ord som elever spontant använder sig av. Introducera sedan ett uttryck åt gången och arbeta med samma uttryck i olika situationer. En bra början är att förstå sambandet mellan "om ... så ...", som indikerar en ordningsföljd av skeenden där det första påverkar det andra. "OM jag glömmmer badkläderna SÅ kan jag inte bada." Troligen är det få elever som spontant använder detta sätt att medvetet resonera om de inte har fått utmaningar och anledning att göra det. Elever i anpassad grundskola behöver träna mycket på konsekvenstänkande, så förmåga att resonera kan komma till bruk i många sammanhang.

Kommunikation

En enskild person kan föra ett resonemang ”med sig själv”, men det finns större möjlighet att resonemanget utvecklas om det sker i kommunikation med andra människor. Nya utmaningar och frågeställningar behöver också tillföras så att resonemanget hela tiden leder till nya insikter. Elever behöver få övning i att kommunicera i, med och om matematik.

Elever som arbetar i par eller mindre grupper kan använda sig av resonemangsfrågor formulerade som ”Hur kan vi göra nu?” och ”Hur vet vi det?”. Ett enkelt sätt att öppna upp för både resonemang och kommunikation i klassrummet är att ställa frågor i stället för att gå igenom eller förklara ett visst innehåll. I stället för att läraren eller läromedlet berättar om något eller redovisar fakta, ställs en fråga. Jämför följande påstående och fråga: ”Titta här, på en meter går det tio decimeter!” och ”Hur många decimeter går det på en meter?”. Det förstnämnda kan många gånger verka mer effektivt, vi talar om för eleverna hur det är. Snabbt och enkelt. Tyvärr visar sig ofta behållningen i längden inte vara särskilt stor. Om eleverna i stället ges möjlighet att undersöka, pröva, resonera och samtala om hur många decimetrar det går på en meter är förutsättningarna betydligt bättre att de ska förstå och tillägna sig kunskapen. Det tar mycket tid att undersöka genom att rita av, klippa isär, lägga samman, plocka med olika material, fundera, jämföra, resonera, samtala och dokumentera. Men leder det till förståelse istället för utantillkunnande som snabbt glöms bort, är tidsvinsten ändå stor.

Även vid rent aritmetiska uppgifter kan frågor i stället för påståenden användas. Det går att bara påstå att tre plus fyra är lika med sju, $3 + 4 = 7$, men det leder troligen inte till något djupare lärande. Jämför med frågan: ”På vilka sätt kan 3, 4 och 7 höra samman?” Nu blir det mer intressant att undersöka med hjälp av plockmaterial, att rita egna bilder, att diskutera vilka informella symboler som kan användas, att ersätta de informella symbolerna med formella symboler som siffror och andra tecken. Dessutom blir det aktuellt med både addition och subtraktion.

Det finns oändliga möjligheter att skapa synergieffekter mellan ämnena matematik och svenska/språk. I all vardaglig verksamhet finns det möjlighet att kommunicera och resonera om det som händer, sätta ord på aktiviteter och dokumentera med bild och text. Synliggör vardagliga händelser med hjälp av matematiska uttrycksformer som mått och mätningar vid bak, siffror för antal vantar som ska torka, tidsbestämning till nästa aktivitet, lägesbestämningar vid förflyttningar på skolan, enkel statistik om hur många som ska följa med och bada och vilka olika geometriska former pallarna har.

Lärares frågor

Det finns många skäl till att lärare ställer frågor i undervisningen. Väl förberedda frågor kan hjälpa eleverna att lära mer och genom att använda olika typer av frågor går det att anpassa dem till alla elevers särskilda behov.

Den kommunikation som sker i klassrum är dels mellan lärare och elev eller elever, dels mellan elever. Kommunikation mellan lärare och elever består inte sällan av att läraren ställer frågor och eleverna svarar. Detta arbetssätt kan utvecklas avseende både form och innehåll. För att få fler elever aktiva i en kommunikation kan läraren fungera som ”relästation”. Läraren ställer en fråga, får ett svar men varken bekräftar eller dementerar svaret utan skickar svaret vidare till en annan elev. ”Stina svarade 15. Vad tror du om det svaret, Philip? Eller fick du det till något annat?” Samtalet fortsätter tills eleverna är eniga om svaret. Detta sätt att hålla i gång elevers kommunikation är extra viktigt då elever med svårigheter att uttrycka sig finns i gruppen. Läraren eller elevassistenten fungerar då som tolk som hjälper till med översättning och modellerar elevens tankar på ett matematiskt sätt. Kommunikation mellan elever kan också starta med att eleverna två och två enas om ett svar. Läraren organiserar redovisning av svaren. ”Linus och Marit tycker vi ska börja med att räkna ut vad frukten kostar. Vilka fler tycker det? Varför? Varför inte? Hur fortsätter vi sen?”

Ibland är det inte ”mer prat” som utvecklar kommunikationen i klassrummet. Ibland behöver eleverna bara mer tid för att utveckla sina svar, utan att bli störda av onödiga följdfrågor. Lärare kan behöva lära sig att inte avbryta sina elever, vilket inte alltid är lätt (Bengtsson et al., 2013). Bright och Joyner (2008) diskuterar tre slags frågor med olika syften som alla handlar om att formulera effektivare frågor i undervisningen så att fler elever blir eller förblir engagerade i samtal om matematiska idéer.

1. *Engagerande frågor* inbjuder eleverna till att delta i diskussioner, att stanna kvar i samtal, att delge andra sina lösningar eller att "få upp svar på bordet". Frågorna är ofta öppna och riktade till alla i gruppen och fungerar bra som inledning på ett samtal. Liknande frågor ställs också senare för att få dem tillbaka in i samtalet då elever verkar tappa intresset. Exempel: Om du skulle vinna jättemycket pengar på ett lotteri, vad skulle du göra för pengarna?
2. *Återfokuserande frågor* hjälper elever "att hamna på spåret" igen eller komma ut ur återvändsgränder som inte leder någonstans. När en lärare uppmärksammar att en elev är på väg åt fel håll är det vanligt med korrigerande påståenden, läraren säger helt enkelt vad eleven ska göra i stället. Detta är oftast inte särskilt effektivt i längden. Istället är det bättre att ställa frågor som tvingar eleven själv att reflektera eller angripa problemet på ett nytt sätt. Exempel: Du har räknat $3 + 4 = 7$ rutor. Kan du visa vilka rutor det är? (Istället för: Här ska du multiplicera $3 \cdot 4$ så att alla rutor i rektangeln kommer med.)
3. *Klargörande frågor* hjälper eleverna att förstå sitt eget tänkande. De hjälper även läraren att förstå elevernas resonemang. De klagörande frågorna kan behövas då läraren är ganska säker på att eleven har förstått men har svårt att uttrycka det språkligt. De kan också användas då läraren behöver få eleven att "avslöja" mer om hur hen tänker för att ett resonemang ska kunna följas. I första hand är syftet med de klagörande frågorna att eleverna ska kunna bli tydliga med vad de menar, både för sig själva och för andra elever. Ibland kan det räcka med att läraren frågar: Vad menar du med "det"? Exempel: Hur kan du se att fönsterrutan är en kvadrat?

Lärarens agerande spelar stor roll för hur kommunikationen i klassrummet utvecklas. Kazemi och Hintz (2014) har beskrivit ett antal "talk moves" som används av lärare i USA. Dessa har inspirerat en grupp svenska forskare och lärarutbildare att utveckla ett ramverk som beskriver lärarens olika retoriska strategier i termer av kommunikativa drag (Kilhamn et al., 2019). De kommunikativa dragen består av tre olika sätt som läraren kan bemöta eleverna:

- återge vad en elev har berättat
- utmana eleven
- ifrågasätta ett påstående eller en slutsats.

Därtill kommer olika strategier för att få eleverna engagerade i samtal. Det kan ske genom att be eleverna: tänka tyst, prata parvis, beskriva vad de gör, återberätta vad någon annan beskrivit, föra ett resonemang eller lägga till. Frisk och Skodras (2020) beskriver vikten av goda samtalsrutiner för att skapa ett klassrumsklimat som leder till matematiska samtal. Exempel på rutiner som behöver etableras är att respektera varandras behov av tid att tänka färdigt och tid att uttrycka sig, samt att både titta och lyssna på den som pratar. Dessa rutiner gäller såväl lärare som elev och elevassistent. Elever i anpassad grundskola kan behöva extra stöttning för att komma igång med rutiner. Exempelvis kan parsamtal initieras med en första mening eller meningar formuleras där eleverna bara fyller i enstaka ord.



Rutiner som kan skapa ett gott klassrumsklimat.

Lästips och förslag på kompletterande aktiviteter

För att hitta artiklar från Nämnaren, sök på ncm.gu.se/nbas.

Den är rund runt hela – konstruera och förklara med Pinneman
Monica Kable, Nämnaren 2010:3

Barn möter matematik i leken
Anna Kärre, Nämnaren 2013:2

Även kvadraten är en rektangel
Åsa Brorsson, Nämnaren 2013:2

Organisera och skapa goda matematiska samtal
Susanne Frisk & Christina Skodras, Nämnaren 2020:1

Planera för matematiska samtal
Susanne Frisk & Christina Skodras, Nämnaren 2020:3

Strävor

För att hitta aktiviteter från Strävorna, sök på ncm.gu.se/stravorna.

Form – plocklåda

Med hjälp av en plocklåda ges elever möjlighet att se kopplingar mellan två- och tredimensionella former. De ska urskilja hur botten på olika förpackningar ser ut för att på sikt få förståelse för hur vissa geometriska kroppar konstrueras. I denna aktivitet används enbart förpackningar som har likadan form på bottenytan som på ytan på toppen. De ska vara både parallella med varandra och vinkelräta i förhållande till sidoytorna. Med andra ord ska förpackningarna ha form av det vi i dagligt tal kallar kub, rätblock, prisma och cylinder.

Form – logiska block

När vi ser oss omkring är form en framträdande egenskap. För att kunna känna igen, tolka och beskriva omvärlden behövs begrepp och språkliga uttryck om form, med gemensam och liktydig tolkning. Elever behöver erfarenheter som utvecklar deras uppmärksamhet på och möjlighet att beskriva och benämna former, på ett efterhand allt mer detaljerat sätt. De behöver få syn på vad som är lika och vad som skiljer olika former åt, samt kunna motivera hur de vet det.

Form – tangrampussel

Här finns en skiss till en serie grundläggande lektionsaktiviteter med tangrampussel. I första hand ges exempel på hur elevernas uppmärksamhet kan riktas mot likheter och skillnader mellan de olika former som finns i pusslet. Flertalet av aktiviteterna passar bäst att göra tillsammans lärare och elev/elever, men det finns även ett antal elevsidor för mer eller mindre enskild färdighetsträning. Flera av delaktiviteterna handlar om spegelsymmetri.

Var är den?

Förslag ges på några aktiviteter som sammantaget syftar till att vidga och fördjupa elevers rumsuppfattning, och hur den kan uttryckas språkligt och med symboler. Fokus läggs på position, alltså frågor om *var* och *vart*. Aktiviteterna på elevsidorna är av ett par olika slag. Den första är en enskild övning. Därefter följer tre sidor som är i princip lika och utan inbördes ordning. Tanken är att de flesta elever gör en av sidorna, men för elever som behöver ”mer av samma” är det möjligt att arbeta med två eller tre sidor. Slutligen finns två sidor med hemliga meddelanden. Även här är tanken att de flesta elever gör en av sidorna. Spara ner pdf:en på skrivbordet så syns det var elevsidorna är skrivbara.

Att erfara och beskriva omvärlden

Om verkligheten ska bli begriplig behövs erfarenheter och kunnande om hur olika företeelser hör samman. För att kunna orientera sig själv i omvärlden och för att kunna känna igen och beskriva sin närmaste vardagsmiljö är det nödvändigt att kunna relatera till form, position, riktning och förflyttning. Elever behöver många erfarenheter av att mäta, tolka och uttrycka sig utifrån olika rumsliga perspektiv och med olika uttrycksformer: *Under det runda bordet i det lilla rummet står den röda kassen som du letar efter.* Lägesorden blir viktiga då positioner ska beskrivas. Färg är naturligtvis ingen position, men ofta en viktig aspekt då föremål ska beskrivas. Detsamma gäller exempelvis ytors struktur.

I formell matematikundervisning möter elever i regel tvådimensionella former före de tredimensionella, men i verkligheten är det oftast tvärtom. Rummet eleverna vistas i har längd, bredd och höjd. Föremål har volym och rymd, medan ytor har area och sträckor har längd. Eleverna behöver kunna särskilja längd, area och volym och lära sig att känna igen, tolka och beskriva samt göra vissa mätningar och beräkningar av såväl tvådimensionella former som tredimensionella kroppar.

Progression

Aktiviteterna inleds med arbete med logiska block som får representera tvådimensionella former. Sedan utökas aktiviteterna till arbete med tredimensionella kroppar och avslutas med ett mer formellt arbete med tvådimensionella figurer då eleverna ska tillverka ett bokmärke.

Ämnesområde: Position – var?

Viktiga lägesord som i, på, under och mellan uppmärksammas och övas. Materialet som används är logiska block, vilket gör att eleverna även får träna på geometriska former och färg.

Årskurs 1–3: Form – logiska block

Användningen av logiska block kan, trots sin relativa enkelhet, varieras på nästan oändligt många olika sätt. Eleverna kan se, känna och jämföra bitarna i aktiviteter som "Vilken ska tas bort?", "Vad kommer sedan?", "Vilken form gömmer sig?" och så vidare.

Årskurs 4–6: Form – plocklåda

I plocklådor avsedda för små barn ska tredimensionella kroppar stoppas i hål som är tvådimensionella. I denna aktivitet har matematikinnehållet utökats. Det görs bland annat en tydlig koppling mellan formen på bottenarean på kartongerna med hålen i plocklådan. Därefter diskuteras längd, bredd och höjd på kartongerna.

Årskurs 7–9: Ett geometriskt bokmärke

Vid tillverkningen av det geometriska bokmärket får eleverna använda grundläggande kunskaper om omkrets och area.

Position – var?

Språket innehåller många lägesord som är avgörande då någon ska beskriva eller förstå var föremål finns. Orden i, mellan, under, på och så vidare förutsätter att det finns något att relatera till. Syftet med den här aktiviteten är att uppmärksamma och träna på att beskriva positioner med hjälp av lägesord. Valet att använda logiska block medför också att eleverna får öva på att känna igen några grundläggande geometriska former samt färgerna rött, gult och blått.

Material

Logiska block. Det finns några olika versioner av logiska block men här har det ingen betydelse om det är originalversionen eller någon senare modifierad variant som används. Andra laborativa matematikmaterial som åskådliggör geometriska former kan fungera lika bra.

Introduktion

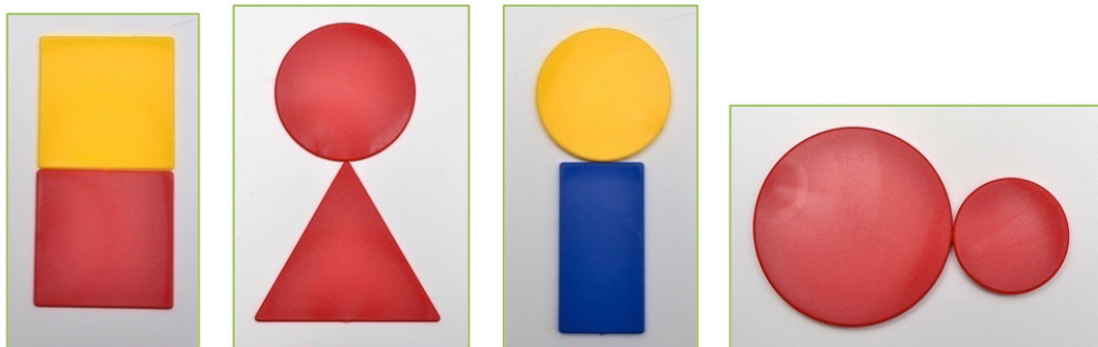
Samtala om och visa i handling och med gester hur några saker i rummet förhåller sig till varandra: Pennburken står *på* bordet. Kritorna ligger *i* lådan. Pallen står *under* skrivbordet. Fönsterlampan står *mellan* två blomkrukor.

Lyft fram att de små orden på, i, under och mellan är viktiga för att beskriva var någonting finns. Åskådliggör orden konkret genom att peka, gestikulera och eventuellt använda bildstöd.

Beskrivning

Följande punkter följer en logisk gång, men flera av punkterna kan utgöra en fristående aktivitet.

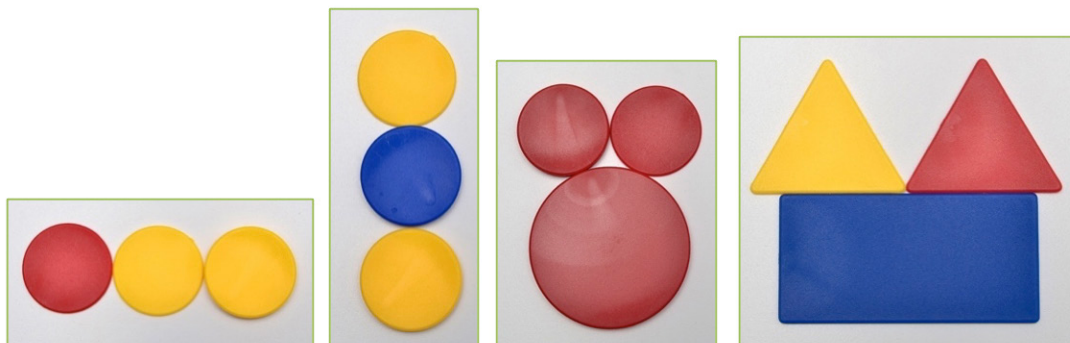
Placera två logiska block så att de vidrör varandra:



Några exempel på placering av två logiska block.

- Låt varje elev härma och göra en likadan placering med logiska block. Samtala om de olika formernas läge. Lyssna in hur eleverna spontant uttrycker lägen. Aktivera lägesord som överst, högst upp, nederst, längst ner, ovanför, nedanför, under, över och vid sidan om. Låt om möjligt eleverna beskriva bilden muntligt med eller utan teckenstöd, med hjälp av form, storlek, färg och position. Fotografera elevernas placeringar.

- Fortsätt lägga tre, och eventuellt ännu fler, logiska block och låt eleverna härma och göra en likadan placering. Fotografera elevernas placeringar.



Några exempel på placering av tre logiska block.

- Var finns den? Sätt upp eller projicera några foton från föregående aktiviteter på väggen. Samtala om bilderna och ställ frågor:
 - Var finns en gul kvadrat ovanför en röd kvadrat?
 - Var finns en stor cirkel under två små cirklar?
 - Var finns två trianglar ovanför en blå rektangel?
 - Var finns en blå cirkel mellan två gula cirklar?
Låt eleverna peka och visa.
Samtalen stärker den språkliga förmågan men också tolkningen av former och deras positioner.
- En elev väljer ett foto och vilken kamrat som ska beskriva blockens placering.
- Låt eleverna bygga en egen bild av några former. En kamrat härmar och gör en likadan bild.

Variation

- Arbeta med hela klassen och rikta uppmaningar till eleverna: vänd ryggen åt dörren, vänd ansiktet åt Zerah, lägg pennan under stolen, ställ boken på stolen ... Fortsätt tillsammans, men rikta uppmaningarna till enskilda elever: sätt dig mellan Jasmine och bänken.
- Sitt i ring runt en elev. Låt eleven mitt i ringen berätta, från sin position, var några av kamraterna befinner sig. Byt och upprepa. Lyssna noga på vilka lägesord eleverna använder. Vilka behöver ni komplettera med?
- Placera ett objekt med tydlig fram- och baksida (en docka, ett djur, en bil, en bok) mitt i ringen. Var sitter Johan, Kari, Lisa, i förhållande till dockan? Använd begrepp som bakom och framför, åt ena sidan, åt andra sidan.

Elevers dokumentation

Fotografera några elevernas lagda block. Vad kan eleven nu? Vad kan utvecklas?

Form – logiska block

Vid användning av logiska block begränsas antalet möjliga kombinationer av form, storlek, tjocklek och färg. Ändå finns det nästan oändliga många sätt att variera användningen av dem. Syftet med den här aktiviteten är att träna på att beskriva och benämna former på ett allt mer detaljerat sätt och med en tolkning som är gemensam och liktydig för alla. Eleverna ges möjlighet att upptäcka vad som är lika och vad som skiljer olika former åt, samt kunna motivera hur de vet det.

Material

Logiska block. Det finns några olika versioner av logiska block men här har det ingen betydelse om det är originalversionen eller någon senare modifierad variant som används. Ett papper med fyra stora rutor.

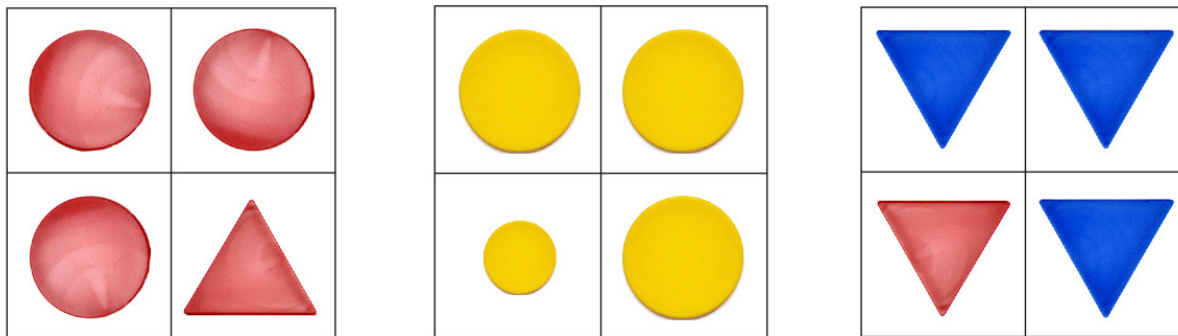
Introduktion

Gemensamma samtal stärker förmågan att uttrycka olika egenskaper. Samtala om vad som menas med en egenskap och titta på vilka egenskaper de logiska blocken har. Jämför med egenskaper som till exempel en boll, en tröja eller en keramikmugg har.

Följande undervisningsaktivitet är inledningsvis en förenklad variant av Brasses Lattjolajbanlåda. En alternativ introduktion kan vara att titta på ett klipp från TV-serien *Fem myror är fler än fyra elefanter* som finns tillgängligt på Öppet arkiv och som Youtubeklipp.

Beskrivning

Lägg fyra former, tre som är lika till form, storlek eller färg och en som skiljer sig från den valda egenskapen, i en Lattjolajban-låda, det vill säga direkt på ett papper med fyra rutor.



Några exempel där form, storlek eller färg avviker.

- En av formerna ska bort för att den är olik de andra tre. Vilken är det? Låt eleverna visa och om möjligt motivera sina val. Utveckla genom att lägga till allt fler valmöjligheter. Om alla de gula cirklarna inledningsvis är tjocka kan en av de stora bytas mot en tunn. Det finns då två svar som är korrekta.

Följande punkter kan genomföras i den ordning som passar eleverna bäst.

- Ta fram ett logiskt block och be eleverna hitta ett likadant. Uppmärksamma de block som eleverna väljer. Är formen lika, men storlek, tjocklek eller färg skiljer sig åt? Diskutera innebörden i likadan. Upprepa med fler block. Låt eleverna beskriva blockets egenskaper: form, färg, tjocklek och storlek (area). Kan alla enas om att för att vara likadan, måste alla egenskaper vara lika?
- Välj själv ett block och be eleverna att välja var sitt block. Titta på två av de valda blocken, diskutera gemensamt vad som skiljer och vad som är lika. Fortsätt så att alla får jämföra sitt block med någon annans block.
- Låt en elev välja ett block att börja med. Nästa elev ska hitta ett block med samma form men där en eller flera av de övriga egenskaperna skiljer. Fortsätt så det blir en lång rad.



Samma form men där en eller flera egenskap skiljer sig från det första blocket.

- Låt en elev välja ett block att börja med. Nästa elev ska hitta ett block där alla egenskaper utom en är lika. Fortsätt så det blir en lång rad:



Alla egenskaper utom en är lika.

- Ta fram ett block och be eleverna leta reda på ett block där en egenskap skiljer sig från förebilden. Starta med ett fåtal väl valda block att välja mellan. Låt eleverna berätta om blocket de har valt och vilken egenskap som skiljer sig från förebilden, till exempel samma form, samma färg, samma storlek men annan tjocklek. Genom aktiviteterna riktar elevernas uppmärksamhet mot likheter och skillnader mellan olika former men också mellan block med samma form som skiljer sig åt i färg, tjocklek eller area.

Variation

- *Vilken form gömmer sig?* Lägg ett logiskt block under ett papper så att bara en liten del av det syns. Dra sakta bort pappret medan eleverna beskriver vilka former det skulle kunna vara och vilka det inte kan vara. Kan det vara en ...? Varför? Varför inte? Låt eleverna motivera genom att ange egenskaper som styrker eller bestrider förslagen. Fortsätt med andra former klippta i kartong.
- Lägg ett logiskt block i en tygpåse. Lägg också några block framför eleverna. Låt en elev i taget stoppa ner handen i påsen och känna på formen. När alla känt efter, visar de vilken form på bordet som är likadan. Är alla överens? Om inte, låt eleverna känna på formen i påsen igen. Vilken är det? Ta upp formen ur påsen och jämför – stämmer det? Vad heter formen? Alternativt kan varje elev direkt peka ut eller plocka till sig den form de tror eller vet att de har känt på i påsen.

- *Vilket block tänker jag på?* Lägg en väl genomtänkt uppsättning av logiska block framför eleverna. Ge ledtrådar, som efterhand avgränsar tänkbara block. Det är litet (hälften av blocken kvar). Det är tunt (halverar återstoden). Det är blått (en tredjedel av blocken är kvar). Det är en kvadrat (ger avgörande information).

Elevers dokumentation

Dokumentera elevernas arbete med foton och låt dem göra muntliga beskrivningar av de former och egenskaper som foton visar. Hjälp åt att formulera en textrad till varje foto. Spara foton och låt eleverna återberätta sina erfarenheter vid nästa tillfälle. Återkom till elevernas foton i den fortsatta undervisningen om form och egenskaper. Vad kan eleven nu? Vad kan utvecklas? Vad verkar eleven nöjd eller missnöjd med?

Form – plocklåda

Föremål är tredimensionella men kan återges på papper eller på en skärm som tvådimensionella. Solen är ett klot men ritas som en cirkel. Tärningen är en kub men avbildas som en kvadrat. Likheter och skillnader mellan den tredimensionella formen och den tvådimensionella figuren är inte alltid uppenbara. Den här aktiviteten är en utveckling av de plocklådor i trä och plast som finns att köpa i leksaksaffärer. Syftet med aktiviteten är att elever ges möjlighet att se kopplingar mellan två- och tredimensionella former och hur de benämns. Här ligger fokus på den geometri som kan beskrivas av två- och tredimensionella figurer och former.

Gör gärna eleverna delaktiga vid tillverkningen av plocklådorna och be dem bidra med tomma förpackningar. Dessa kan fyllas till viss del med exempelvis torkade bönor för att de ska stå stadigare.

Material

Kartonger med utskurna hål och små förpackningar med olika bottenytor.



Exempel på två olika plocklådor.

Introduktion

Samtala med eleverna om vilka geometriska former de känner till. Vilka namn på tvådimensionella former kan de? Vilka namn på tredimensionella kroppar kan de? Vilka former kan de peka ut på de förpackningar som de ska använda? Kan de koppla någon form till egna erfarenheter eller sammanhang?

Beskrivning

Låt eleverna placera förpackningarna i en plocklåda.

1. När alla förpackningar är placerade i plocklådan, låt eleverna jämföra hålet i kartongen med förpackningens botten.
 - Vad ser ni?
 - Vilka likheter och skillnader finns?
 - Vilka slutsatser kan ni dra?
2. I nästa steg är uppgiften att enbart se och känna på en förpackning för att avgöra och peka ut vilket hål det skulle gå att placera den i. Låt eleverna motivera med ord och gester hur de avgör vilken förpackning som passar var. Undersök sedan om det var en korrekt motivering.

3. När eleverna är införstådda med hur botten ser ut på förpackningarna kan övriga sidor på några förpackningar undersökas:

- Klipp upp en förpackning som består av sidor i form av olika rektanglar.
- Klipp längs höjden på ett rör och se att det är format av en rektangel.
- Klipp isär en förpackning i form av en kub och se att den består av sex kvadrater.
- ...

4. Samtala om begreppen längd, bredd och höjd på förpackningarna. Ett bra sätt att visa att en förpackning rymmer lika mycket vad vi än väljer att kalla sidorna är att titta på ett öppnat paket med bitsocker. Hur förpackningen än orienteras – ståendes, liggandes eller lutad mot något – så innehåller den hela tiden samma antal sockerbitar. Sockerbitspaketet kan exempelvis ersättas av ett Jengaspel som ofta finns på fritids.



Variation

- Gå på formjakt i klassrummet, på skolgården eller på en promenad. Utgå från en bestämd bottenyta och leta efter andra föremål och förpackningar som har en likadan botten men sen varierar i höjd och utbredning.
- Samtala om när det i vardagslivet är bra att veta hur olika förpackningar ser ut och är konstruerade. Vilka andra situationer i elevens skolvardag kan stärka detta kunnande?

Elevers dokumentation

Låt varje elev välja en förpackning att beskriva så noga som möjligt.

- Hur många sidor har den?
- Är alla sidor lika?
- Vilken form har sidorna?
- Hur ser botten ut? Vilken form har den?
- Kan någon annan sida vara botten?
- Vad kallas den tredimensionella kroppen?
- Ge exempel på andra föremål i skolan eller hemma som har samma form.

Låt eleverna berätta för varandra om sina förpackningar.

Vilka förpackningar, former eller kroppar skulle de vilja lära sig mer om?

Ett geometriskt bokmärke

Syftet med den här aktiviteten är att bearbeta och jämföra de två begreppen omkrets och area. Utöver det matematiska innehållet i aktiviteten får eleverna övning i att följa en arbetsbeskrivning, vilket här görs gemensamt med läraren som ledare, att resonera om de olika stegen och att omsätta innehållet till praktisk verksamhet.

Om eleverna behöver väldigt olika lång tid kan det vara bra att dela dem i mindre grupper där alla arbetar i ungefär samma takt eller se till att det finns en brevidaktivitet som är enkel att både starta med och snabbt avbryta.

Material

Till bokmärket behövs enfärgat och mönstrat papper som har kopierats så det är centimeterrutat på baksidan, linjal, sax, lamineringsplast, bomullsgarn eller snöre, limstift och revolvertång eller hålslag. Elevbladet *Arbetsgång till ett geometriskt bokmärke* är utan lärarkommentarer och kan finnas till stöd för eleverna under arbetets gång.

Introduktion

Visa några olika bokmärken så att alla är med på vad slutresultatet ska bli.

Beskrivning

Varje elev tillverkar ett eget bokmärke men arbetet sker gemensamt, punkt för punkt.

Läs varje punkt gemensamt, stanna upp och låt eleverna resonera om vad de ska göra. Förslag på diskussionsfrågor finns inom parentes i varje punkt.



Bokmärkets båda sidor.

1. Rita en rektangel på enfärgat papper.
Detta blir själva bokmärket. En sida ska vara 4 cm och omkretsen 32 cm. Klipp ut.
(Om en sida är 4 cm, hur långa ska de övriga sidorna vara? Diskutera också att det är enklare att utnyttja papprets hörn och kanter än att rita rektangeln mitt på pappret.)

2. Rita en kvadrat på det mönstrade papprets baksida.
Kvadratens area ska vara 9 cm^2 . Klipp ut.
(Vad är area? Vad menas med cm^2 ? Vilka tal kan multipliceras så svaret är 9?)
3. Rita en rektangel på det mönstrade papprets baksida.
Rektangelns area ska vara 18 cm^2 . Tänk på att den ska få plats på bokmärket.
(Vilka tal går att multiplicera så svaret blir 18? Fungerar det med $1 \cdot 18$? $2 \cdot 9$? $3 \cdot 6$?)
4. Limma fast kvadraten och rektangeln på bokmärkets ena sida.
5. Rita en rektangel på det mönstrade papprets baksida.
Den ena sidan ska vara 5 cm och omkretsen 16 cm. Klipp ut och klipp sedan itu rektangeln på diagonalen.
(Vad är en diagonal? Vad kallas den här typen av trianglar?)
6. Rita en likbent triangel på det mönstrade papprets baksida.
Triangeln ska ha basen 3 cm och höjden 4 cm. Klipp ut.
(Var är basen? Var är höjden? Vad är en likbent triangel?)
7. Limma fast trianglarna på bokmärkets andra sida.
Limma de kongruenta trianglarna så det klart syns att det är en rektangel som är klippt itu.
(Vad menas med att trianglarna är kongruenta?)
8. Laminera bokmärket. Klipp rent och runda hörnen.
Använd revolvertång eller håslag och gör ett hål mitt på ena kortsidan.
9. Gör en snodd i bomullsgarn eller klipp av ett snöre som är cirka 40 cm lång.
Trä i snodden eller snöret.

Variation

- Kopiera större rutor på det mönstrade papprets baksida och gör ett extra stort bokmärke eller något annat som har mått enligt rutorna, använd begreppet längdenhet istället för centimeter.
- Använd digitala hjälpmedel till elever som inte kan hantera sax och linjal, men ta om möjligt tillfället i akt att låta dem träna på att rita med linjal och klippa.
- Gör enklare bokmärken med enbart kvadrater och rektanglar.
- Gör alternativa beskrivningar som innehåller andra former och som ger ett annat slutresultat än bokmärke, till exempel gratulationskort.
- Låt eleverna göra egna bokmärken inom givna ramar som storlek, begränsat antal geometriska former eller annat matematiskt innehåll som exempelvis bråkdelar.
- Låt varje elev låna ut sitt personliga bokmärke till en kompis som gör en beskrivning av det.

Elevers dokumentation

Låt eleverna titta på sitt eget bokmärke och beskriva muntligt eller skriva om något som de har upptäckt eller lärt sig. Komplettera med foton av bokmärket.

Arbetsgång till ett geometriskt bokmärke

1. Rita en rektangel på enfärgat papper.
Detta blir själva bokmärket.
En sida ska vara 4 cm och omkretsen 32 cm.
Klipp ut.
2. Rita en kvadrat på det mönstrade papprets baksida.
Kvadratens area ska vara 9 cm^2 .
Klipp ut.
3. Rita en rektangel på det mönstrade papprets baksida.
Rektangelns area ska vara 18 cm^2 .
Tänk på att den ska få plats på bokmärket.
4. Limma fast kvadraten och rektangeln på bokmärkets ena sida.
5. Rita en rektangel på det mönstrade papprets baksida.
Den ena sidan ska vara 5 cm och omkretsen 16 cm.
Klipp ut och klipp sedan itu rektangeln på diagonalen.
6. Rita en likbent triangel på det mönstrade papprets baksida.
Triangeln ska ha basen 3 cm och höjden 4 cm.
Klipp ut.
7. Limma fast trianglarna på bokmärkets andra sida.
Limma de kongruenta trianglarna så det klart syns att det är en rektangel som är klippt itu.
8. Laminera bokmärket.
Klipp rent och runda hörnen.
Använd revolvertång eller håslag och gör ett hål mitt på ena kortsidan.
9. Gör en snodd i bomullsgarn eller klipp av ett snöre som är cirka 40 cm lång.
Trä i snodden eller snöret.

Nu är bokmärket klart!

Kollegial kompetensutveckling

Rumsuppfattning & Resonemang och kommunikation

Enskild läsning

När du läser texterna, reflektera och anteckna

- din förståelse för vilken betydelse elevers kunskap om position och lägesord kan ha i deras vardag
- hur du kan arbeta för att främja elevernas kommunikation i klassrummet
- egna exempel på påståenden som kan ändras till engagerande frågor som ger förutsättningar för undersökande arbete med fokus på rumsuppfattning.

Kollegial inledande träff

1. Diskutera era medtagna anteckningar. Ta en punkt i taget och låt var och en läsa upp sina anteckningar. Öppna därefter upp för en kort diskussion innan ni går vidare till nästa punkt.
2. Samtala om vilken aktivitet som passar era elevgrupper bäst. Genomför tillsammans vald aktivitet. Är alla ense om vad aktiviteten går ut på? Diskutera vilka förberedelser som behövs, till exempel val av material, vad ni tror att eleverna kommer att göra och vad de kan lära sig. Använd er av texten *Resonemang och kommunikation* för att diskutera vilka delar av aktiviteten som kan främja elevernas kommunikation.

Under och direkt efter lektionen

Genomför den planerade aktiviteten.

Anteckna vad under aktiviteten som gick bra och något som eventuellt förvånade dig. Anteckna några frågor som du ställde under aktiviteten. Anteckna även något om elevernas kommunikation mellan varandra och med dig, något som de sa eller resonerade om.

Kollegial uppföljande träff

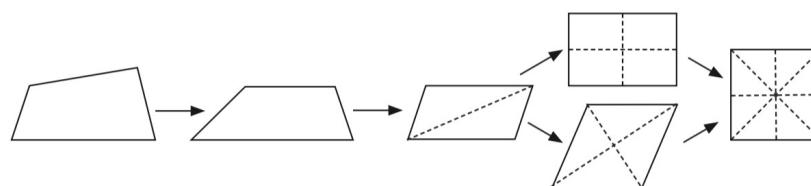
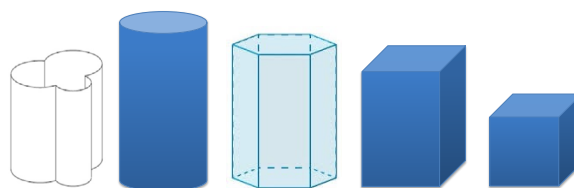
Var och en berättar vad i aktiviteten som gick bra och vad som var förvånande. Välj något av det som kom fram och diskutera vidare.

Samtala sedan om frågeställningar och kommunikation mellan elever eller mellan lärare och elever. Jämför era berättelser med texten *Resonemang och kommunikation*. Vad var särskilt framgångsrikt?

Fördjupning

De kartonger som används i plocklådorna har i de flesta fallen formen av kub, rätblock, prisma och cylinder.

Cylindern är den mest generella formen och kuben den mest specifika formen. Jämför med fyrhörningar där kvadraten är den mest specifika formen:



Undersök tillsammans definitionerna på de olika formerna.