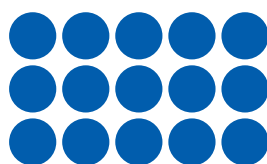
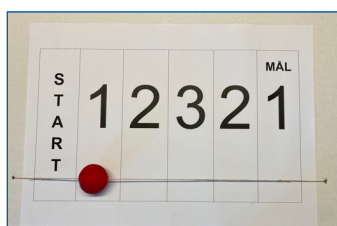
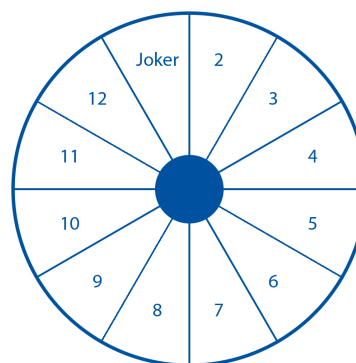
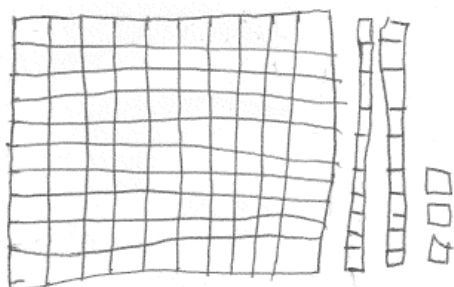
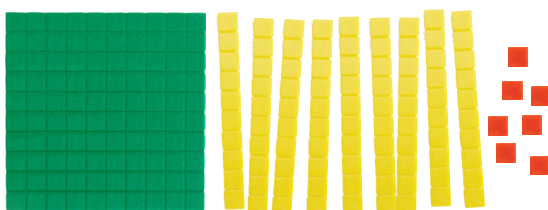


Tal som antal

Laborativt arbetssätt i matematik



eller

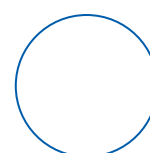
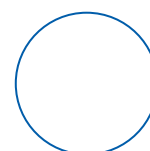
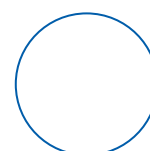
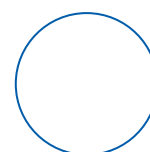
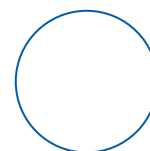
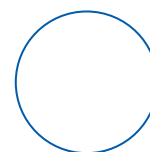
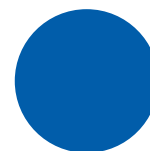
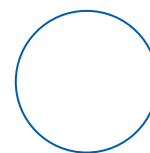


Ämnesområde: Träning med tärning

Årskurs 1–3: Regnbågsspelet

Årskurs 4–6: Stjärnräkning

Årskurs 7–9: Addera tvåsiffriga tal



Tal som antal

Tidigt i livet möter barn situationer som har med siffror, räkneord och tal att göra. Den här texten fokuserar på mötet med de tal som kallas naturliga tal, inklusive talet 0. Definitionen av ett enskilt naturligt tal i talraden kan vara att det är lika med det föregående talet plus 1. Talet 2 kan då definieras som $1 + 1$, talet 3 som $2 + 1$ och så vidare. För att få en uppskattning av *hur många* eller *hur mycket* används *tal som antal*. Mängden en/ett får barn erfarenheter av i uttrycket "en till". Det kan handla om att en gaffel eller stol fattas och måste ordnas fram eller i uppmaningar som att hämta en kloss till eller äta en köttbulle till. Uttrycket kan också vara begränsande. "Du får bara ta en aprikos till." Förståelse för större mängder växer fram successivt.

Tal och siffror dyker upp i vardagen på många sätt. I dagliga rutiner används ofta räkneord. Barn hör räkneord i samband med samtal om ålder. De möter skrivna nummer på köllappar och på tillhörande displayer. På kollektivtrafikens fordon anger siffersymboler vilken linje den trafikerar.

Många tal som barn möter är ordningstal. Redan under småbarnstiden möter barn uttrycket "först". Först är det mat och sedan dags för något annat. I vardagssammanhang använder vi uttrycket som "Jag bor på fjärde våningen" eller "Ta andra tvärgatan till vänster" för att beskriva var någon bor. Ordningstalen första, andra, fjärde och sjätte skiljer sig mer språkligt från räkneorden de hör ihop med än andra ordningstal, vilket undervisningen måste synliggöra. Låt eleverna placera sig själva eller några föremål på rad och ställa frågor om vilket objekt som står på tredje plats, sjätte plats och så vidare. Barn som växer upp i sammanhang där tal och räkning uppfattas som viktigt får erfarenheter som hjälper dem att lära och använda räkneorden. Föräldrar och andra i omgivning stödjer, utmanar och uppmuntrar barnets lärande. Att vuxna pratar om antal och använder räkneord har visat sig vara viktigare för barns framgångar i matematik än man tidigare anat (Levine et al., 2010).

Vikten av att förstå innebörden i det matematiska begreppet tal är välkänd. Kunskap om processen som leder från barns tidiga möten med räkneord till att de kan använda räkneord och tal för att göra antalsbestämningar och beräkningar är viktig för alla lärare i arbetet med att stödja och utmana elevers taluppfattning. Det engelska uttrycket för taluppfattning, number sense, signalerar möjligen tydligare än det svenska att det handlar om att utveckla en känsla för vad tal är och hur tal fungerar. Känslan utvecklas genom många och olika erfarenheter av relationer inom tal, mellan tal och mellan tal och omvärld.

Subitiserings – att uppfatta i en blink

Förmågan att mycket tidigt i livet kunna skilja mellan antal, åtminstone så länge det rör sig om små mängder, är välkänd. I en studie undersöktes spädbarns förmåga att erfara antal. De fick se samma antal objekt men i olika bilder där objekten var ordnade på olika sätt (Izard et al., 2008). Genom att mäta hjärnaktivitet konstaterade forskarna att inledningsvis var barnens intresse stort men det avtog när de fick se samma antal gång på gång, för att sedan öka när de fick se ett annat antal. Denna medfödda förmåga att uppfatta små antal kallas *perceptuell subitiserings*. Klein och Starkey (1988) konstaterade att möjligheten att skilja mellan en, två, tre eller fyra prickar är betydligt större än om antalet prickar är fler än fyra. Den medfödda förmågan till perceptuell subitiserings kopplas genom olika erfarenheter samman med ord i räkneramsan och man lär sig att uttrycka små antal med hjälp av räkneorden. Förhållande mellan ett räkneord och en talbild automatiseras. Elever med intellektuell funktionsnedsättning kan behöva extra träning i att utveckla subitiseringsförmågan även för så små tal som två, tre och fyra.

Konceptuell subitiserings innebär att vi direkt kan uppfatta även större antal än 3–4 objekt genom att uppmärksamma mönster och grupperingar, som prickarna på tärningar eller på dominobrickor. Talbilden är ett mönster, en helhet, men samtidigt en spatial gruppering av dess delar. Andra grupperingar kan vara kinestetiska, till exempel sådana vi visar med våra fingrar, eller som rytmiska mönster när vi trummar eller klappar.

Eriksson (2008) visar att elever med intellektuell funktionsnedsättning utvecklar precis samma mentala strukturer för aritmetik som forskning tidigare identifierat hos typiskt utvecklade barn. Implikationerna är att deras behov av undervisning torde likna de som elever utan intellektuell funktionsnedsättning har, men att de utvecklar sitt abstrakta tänkande långsammare. Detta resultat stämmer överens med tidigare forskning som påvisar liknande utveckling hos elever med och utan intellektuell funktionsnedsättning när det gäller grundläggande addition (Huffman et al. 2004) och bekräftas även av Göransson et al (2016).

Många studier visar att konkreta och visuella material är extra viktiga för elever med intellektuell funktionsnedsättning (Browder et al., 2008; Spooner et al., 2019). Enligt Clements (1999) är talbilder i form av prickar som ordnats som på pricktärning eller dominobrickor lämpliga att börja med i undervisningen. Neuman (2013; 2024) menar att handens fingrar bör användas som fingertal, vilket betyder att fingrarna skapar talbilder som eleven lär sig att känna igen och kan relatera till tals helhet och delar. Materialet Numicon innehåller fasta talbilder i form av prickar som åskådliggörs som bilder, som brickor med hål i och som klossar i hålen. Genom sina visuella och sensomotoriska egenskaper är de ofta lämpliga för elever i anpassad grundskola.

Neuman (2024) beskriver ingående iakttagelser av hur små barn först urskiljer en/ett. Sedan framträder två som par, därefter tre som fler än två eller många. Så småningom urskiljer barnet exakt tre som ett fler än två, och fyra som två par. Fem ses som lika många som hela handen, men när barnet ska urskilja högre tal görs det genom att de enkelt subitiserbara talen kombineras på olika sätt. Sex är fem och ett, eller tre och tre.

Tal, siffror och antal

Ordet tal kan betyda att någon framför någonting muntligt, medan den matematiska betydelsen är en helt annan. Enligt Kiselman och Mouwitz (2008, s. 54) är ett tal ett "grundläggande matematiskt begrepp som i sin enklaste form anger antal eller ordning i en följd. Ett tal representeras av en eller flera siffror". Tal sägs ha olika storlek, men storleken är inte enkelt relaterad till antal siffror eller storleken på siffrorna. Exempelvis är 13 ett litet tal i förhållande till 4982 men stort jämfört med 0,042. Siffror är de tecken vi använder för att skriva tal. I vårt talsystem kan vi skriva alla naturliga tal och alla rationella tal med hjälp av de tio siffrorna 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9. Genom olika kombinationer av de tio siffrorna kan oändligt många tal skrivas. Tal kan också anges med andra tecken än siffror, till exempel π (pi).

Svårigheter och missuppfattningar kan uppstå tidigt. Vad är exempelvis skillnaden mellan siffror och tal? I det dagliga livet används inte sällan uttryck som förvirrar. I media och i samtal möter vi uttryck som "siffrorna är större än förväntat", "undrar hur stora siffrorna ska bli" eller "det var längesedan vi hade så låga siffror". Det är inte ovanligt att barn och unga elever kopplar sådana uttryck till siffrors fysiska storlek. För att motverka missuppfattningar är det nödvändigt att korrekta begrepp och uttryck används redan från början i matematikundervisningen. Vygotskij lyfter fram betydelsen av att vuxna i samspelet med barn och elever utmanar både språk och tänkande. Genom många möten med ord och begrepp, i meningsfulla och varierade situationer, införlivas dessa i elevens eget språkbruk och begreppsapparat. Ett medvetet och konsekvent språkbruk hjälper elever att utveckla förståelse för de båda begreppen. Eftersom elever med intellektuell funktionsnedsättning ofta har en långsammare språkutveckling och ett kortare arbetsminne än typiskt utvecklade elever behöver läraren tänka extra mycket på att uttrycka sig tydligt och korrekt.

Gelman och Gallistel (1978) har formulerat fem grundläggande principer om processen där förståelsen för den grundläggande taluppfattningen formas. Om eleven inte har en förståelse för dessa fem principer är det inte meningsfullt att gå vidare med siffror och beräkningar. I förskoleklass ägnas mycket tid åt dessa principer, men elever i anpassad grundskola kan behöva arbeta med dem långt upp i åldrarna.

- *Abstraktionsprincipen* innebär att föremål i väl avgränsade och definierade mängder kan räknas.
- *Ett-till-ett-principen* innebär att ett föremål i en mängd kan bilda par med ett föremål i en annan mängd. Är antalet i de båda mängderna lika eller olika?
- *Principen om godtycklig ordning* innebär förståelse för att när vi räknar antalet föremål i en mängd spelar det ingen roll i vilken ordning vi räknar dem eller hur föremålen är grupperade.
- *Principen om räkneordens ordning* handlar om att varje räkneord följs av ett annat bestämt räkneord.
- *Antalsprincipen*, också kallad kardinaltalsprincipen, innebär att när varje föremål i mängden har parats ihop med ett räkneord så utgör det sist sagda räkneordet antalet föremål i hela mängden. På frågan hur många det är i mängden, svarar många barn med att räkna alla en gång till.

Taluppfattning hos elever med Downs syndrom

Nye et al. (2001) har studerat förståelsen för ramsräkning, antalsräkning och kardinalitet hos förskolebarn med Downs syndrom. Ett huvudresultat är att språket hos barnen med Downs syndrom var mindre utvecklat än hos andra barn. Några av barnen med Downs syndrom använde inte alls räkneord spontant för att ta reda på antalet föremål i en mängd, men med visst föräldrastöd kunde de räkna några få. Forskarna menar att förväntningarna på vad dessa barn har möjlighet att lära sig om tal ökar om gruppen redan tidigt får lämplig stimulans och undervisning. Hughes (2006) har formulerat flera generella principer för undervisning av grundläggande taluppfattning hos elever med Downs syndrom. Först poängterar Hughes att dessa elever går igenom precis samma steg i utvecklingen av taluppfattning som andra elever och kan därför inkluderas i många av klassens aktiviteter då eleven är integrerad i grundskolan. Elever med Downs syndrom har ofta stora sociala förmågor men en mer begränsad språkutveckling än andra elever, vilket innebär att de har mycket att vinna på att delta i gruppaktiviteter där de får träna språket och kan utnyttja sin sociala kompetens. Spel och lekar för att träna matematik är därför bra, liksom användning av konkret och visuellt material. Elever med Downs syndrom har ibland ett sämre arbetsminne och kan behöva mer minnesträning än elever utan intellektuella funktionsnedsättningar. Samma aktiviteter kan med fördel göras flera gånger för att stödja minnet och hjälpa eleven att automatisera procedurer. Hughes framhåller på detta sätt överinlärning som en bra strategi.

Tals helhet och delar

I det tidiga arbetet med tal och antal är de konkreta inslagen vanliga och nödvändiga. Elevernas tänkande leds in på tals helhet och delar och i undervisningen används muntliga språkuttryck som representerar ett matematiskt sammanhang. Historiskt har olika vägval påverkat människans lärande i matematik. Det romerska systemets struktur och symboler för fem, femtio och femhundra gav gott stöd för att uppfatta tal men sämre stöd för att utföra beräkningar. Neuman (2024) ser en tydlig koppling mellan fingertalen och de romerska siffersymbolerna och menar att dessa kan hjälpa elever att se det odelade femtalet och tiotalet som de viktigaste byggestenarna för att förstå större tal.



Dagmar Neumans fingertal, hur fem och tio kan tolkas i relation till romerska siffror.

Många menar att det indoarabiska systemets tiobas är lite för stort för människans förmåga att uppfatta antal "i en blink". Av det kan man dra slutsatsen att helheten fem och dess delar är en viktig grund. Säkerhet i de första tio talens helhet och delar, det vi ibland kallar liten additions- och subtraktionstabell, och att kunna göra omgrupperingar är nödvändigt för att hantera mer komplexa tal. Talrader av exempelvis kulor eller muntlilink kan gärna vara färgsatta så att femtalet framträder. En vanlig variant är att ha omväxlande fem röda och fem vita kulor. Då blir femtalet synligt och tiotalet framträder som två femmor. Materialet Numicon använder en tioplatta bestående av två rader med fem i varje för att skapa talbilder av alla tal upp till tio. Det finns olika system för hur tecken för tal ser ut när de används som språkligt stöd. Det viktiga är att elever utvecklar förmågan att se tal som talbilder.

McIntosh (2020) föreslår att man i undervisningen ska gruppera kombinationerna, så att de som bygger på en viss strategi behandlas tillsammans. Den struktur han rekommenderar för undervisningen är följande:

1 mer (+1)	2 + 1; 3 + 1; 4 + 1; 5 + 1; 6 + 1; 7 + 1; 8 + 1 och omvänt 1 + 2; 1 + 3 ...
2 mer (+2)	3 + 2; 4 + 2; 5 + 2; 6 + 2; 7 + 2 och omvänt 2 + 3; 2 + 4 ...
3 mer (+3)	4 + 3; 5 + 3; 6 + 3 och omvänt 3 + 4; 3 + 5 ...
Inga fler (+0)	1 + 0; 2 + 0; 3 + 0; 4 + 0; 5 + 0; 6 + 0; 7 + 0; 8 + 0; 9 + 0 och omvänt 0 + 1; 0 + 2 ...
Tiokamrater	10 + 0; 9 + 1; 8 + 2; 7 + 3; 6 + 4; 5 + 5; 4 + 6; 3 + 7; 2 + 8; 1 + 9
Dubblor	0 + 0; 1 + 1; 2 + 2; 3 + 3; 4 + 4; 5 + 5

Undervisningen bör inriktas på att eleverna ska kunna härleda subtraktionskombinationerna ur additionskombinationerna, till exempel

$$3 + 2 = 5 \Rightarrow 5 - 3 = 2; 5 - 2 = 3.$$

Neuman (2024) menar att om eleven lär sig att betrakta ett tal som en helhet uppdelad i delar med hjälp av fingertalen kommer denna härledning att ge sig själv. När 5 ses som bestående av 2 och 3 är det direkt synligt att summan av delarna är fem och att differensen mellan fem och den ena delen är den andra delen. Det är viktigt att eleverna också automatiserar stor additionstabell, där att lägga till tio och dubblor utgör viktiga byggstenar (McIntosh, 2020).

Elever som inte automatiserar de första tio talens helhet och delar fastnar ofta i ett-och-ett-räkning, det vill säga för $4 + 2$ räknar de med konkret material, eller med hjälp av fingrarna, först upp fyra och sedan ytterligare två innan de räknar fram svaret genom att räkna om alla sex. Andra dubbelräknar genom att säga nästa räkneord och samtidigt hålla ordning på hur många ord de har sagt. För $2 + 7$ räknar de tre^{ett}, fyra^{två}, fem^{tre}, sex^{fyra}, sju^{fem}, åtta^{sex}, nio^{sju}, en komplicerad och i längden ohållbar kognitiv utmaning. Det blir omöjligt att hålla isär de parallella räkneramsorna och det är därför ingen framgångsrik strategi. Att arbeta med talbilder, vare sig dessa består av fingrar, Numicon, tärningsprickar eller andra material, är att föredra framför denna typ av dubbel fingerräkning.

Grunden för att förstå och kunna använda räknelagar som underlättar beräkningar ligger i att inledningsvis veta vilka två tal som tillsammans bildar en bestämd helhet. Ett exempel:

$$7 + 8 \Rightarrow \text{omgruppera till } 5 + 2 + 8 = 10 + 5 \text{ alternativt } 7 + 7 + 1 = 4 + 1.$$

På lång sikt är omgruppering till jämna tiotal och hundratal det mest användbara och generella vid räkning med vårt talsystem.

En kritisk punkt är hur det systematiska arbetet med de tio första talen följs upp i större talområden. Det är inte självklart för elever att $300 + 500$, $13 + 5$, $103 + 5$, respektive $800 - 500$, $48 - 5$, $48 - 45$ och så vidare bygger på helhet och delar i talet 8. De ser inte alltid sambanden mellan $3 + 5$; $5 + 3$ och $8 - 5$; $8 - 3$. Undervisningen måste redan från början betona detta. Det är fel att tro att elever som har förståelse för helhet och delar i ett litet talområde på egen hand kan generalisera till större talområden. Det är medveten och strukturerad undervisning som hjälper dem att nå den förståelsen.

Laborativt arbetssätt i matematik

Alla elever bör få möta en variation av arbetssätt i matematikundervisningen, de ska både utforska matematiken på egen hand och tillsammans med kamrater, men också ges en god, välstrukturerad undervisning och handledning. För att tillägna sig god begreppsbildning kan elever använda olika material när de möter det matematiska innehållet med hjälp av olika representationer och arbetar längs hela skalan konkret – abstrakt (Rystedt & Trygg, 2013).

Laborativt eller konkretiserande arbetssätt

Ett laborativt arbetssätt jämförs ibland med ett konkretiserande arbetssätt. I ett laborativt arbetssätt kan alla elever delta och starta från den nivå de befinner sig på och arbeta konkret för att efterhand abstrahera. Ett konkretiserande arbetssätt innebär en omvänd arbetsgång. Alla elever startar i den formella och abstrakta matematiken som exempelvis kan bestå av uppgifter i en lärobok. För de elever som inte klarar detta får läraren arrangera ett konkretiserande innehåll, vilket i praktiken kan betyda att dessa elever får använda laborativa material medan övriga elever fortsätter på den abstrakta nivån. Alla elever gynnas av att matematiken utgår från visuellt och konkret material. Svenska studier visar att det gäller även, och kanske speciellt, för elever i den anpassade grundskolan (Eriksson, 2008; Göransson et al., 2016).

Undervisningsstrategier som identifierats har som framgångsrika av Göransson et al. (2016) innebär att undervisningen utgår från elevernas vardag och material som finns omkring dem, att undervisningen innehåller sensomotoriska inslag, att elevernas egna upplevelser av det matematiska innehållet görs till utgångspunkt i lärandet och att undervisningen innehåller inslag av samtal där elever får förklara för varandra. Dessa strategier är en direkt beskrivning av vad som ingår i ett laborativt arbetssätt.

Att planera och genomföra en laborativ aktivitet

Till vardags säger vi ofta att eleverna ska "gå från det konkreta till det abstrakta". Så kan det vara, men vi bör även hålla öppet för den andra riktningen, alltså från det abstrakta till det konkreta. Att konkretisera och åskådliggöra ett abstrakt och generellt matematiskt uttryck är många gånger betydligt mer utmanande, för såväl lärare som elever, än att följa en arbetsgång från det konkreta till det abstrakta. Vilken riktning vi än väljer är det ändå vad som händer mellan dessa båda ytterligheter som är det mest avgörande för att det ska uppstå en möjlighet för eleven att lära. En laborativ aktivitet bygger i huvudsak på tre steg:

1. *Gemensam introduktion*, som innebär att elever får en inblick i vad som ska hända eller vad de ska göra.
Introduktionen ska skapa förväntan och nyfikenhet. Den bör också resa frågor som motiverar eleverna att undersöka såväl material som aktivitet och vad arbetet kan leda till. Därmed inte sagt att läraren behöver berätta vad som ska hända eller vad eleverna förväntas lära sig. I vissa aktiviteter kan det vara klokt med en introduktion då läraren använder material som motsvarar det eleverna ska använda, men i annat format. Ska eleverna undersöka ett tändsticksmönster kan det finnas fördelar med att läraren i stället har bambukäppar – det syns bättre och visar att det inte är stickorna i sig som är det viktiga.
2. *Laborativt arbete*, som kan ske enskilt, i par eller i olika stora grupper.
I praktiken blir det vanligtvis en kombination. Detta steg kan många gånger vara det som är enklast för läraren att planera då det ofta finns detaljerade arbetsbeskrivningar i böcker, på arbetsblad och på webben. Eleverna ska inte enbart arbeta praktiskt med konkret material, de ska även ges möjlighet att arbeta halvkonkret, halvabstrakt och abstrakt, se nedan.
3. *Gemensam uppföljning och diskussion*, som har visat sig vara ett mycket kritiskt steg.
Om eleverna enbart plockar i ordning efter sig i slutet av steg 2 är risken stor att aktiviteten mest får karaktär av görande. När läraren i stället avslutar en aktivitet på ett genomtänkt sätt med en uppföljande diskussion finns möjlighet att förstärka inläringen och undanröja missuppfattningar. Genom att jämföra begreppsuppfattningar och Lösningsstrategier kan elever också byta upp sig till effektivare tankesätt. Läraren har i detta steg även rollen som tolk av elevens arbete, speciellt för elever som har svårt att uttrycka sig. Läraren lyssnar på eleverna och representerar deras tankar på tavlan både med matematiska symboler och med de konkreta eller visuella material som eleven använt. Representationerna bör också hjälpa eleven att strukturera idéerna så att de blir matematiskt hållbara. Om en elev exempelvis utför två beräkningar i rad och uttrycker detta som att "fem plus tre är åtta, plus två är tio" är det inte ovanligt att likhetstecknet används fel och eleven skriver $5+3=8+2=10$. Istället för att låta det passera eller påpeka elevens fel kan läraren tolka elevens svar och dela upp beräkningen i två delar så att likheten stämmer hela vägen:
 $5+3=8$ $8+2=10$

Om elever mottagna i anpassad grundskola undervisas i en integrerad klass är det viktigt att alla elevers olika strategier ges utrymme i det gemensamma samtalet (Roos, 2020).

Fyra nivåer

Ett sätt att beskriva och göra elever medvetna om vad som händer på vägen mellan konkret och abstrakt är att tydligt arbeta med nivåerna halvkonkret och halvabstrakt.

Konkret nivå. Arbete med fysiskt material, ofta i plast, trä eller papper, som kan hanteras manuellt. Sakerna kan vändas och vridas, de går att uppleva med flera sinnen. I många fall är det konkreta materialet en abstraktion av ett annat verkligt föremål, till exempel leksaker och plockmaterial som är tillverkade i annan skala än det som de representerar. Elevens sensomotoriska upplevelser bidrar till lärandet när de arbetar med material som det går att ta på och när den egna kroppen används för att känna rörelse och storhet. Det talade ordet är viktigt när både lärare och elever formulerar det som sker. Ett sätt att erfara räkneramsan och ordningstalen är att gå steg framåt på en talrad eller en rad med rutor och känna varje nytt tal i kroppen samtidigt som talen i räkneramsan sägs högt.

Halvkonkret nivå. Första steget för att lämna den helt konkreta nivån är att använda bilder. Dessa kan vara elevers egna naturtrogna teckningar (är det en cykel syns det att det är en cykel), men lika gärna fotografier eller andra illustrationer som exempelvis memorykort eller annat bildstöd.

Halvabstrakt nivå. Eleverna lämnar sina föreställande bilder till förmån för egna informella symboler. Leksaksbilen som tidigare har ritats omsorgsfullt med hjul, dörrar och strålkastare kan nu ersättas av en ruta eller ett streck. Det viktigaste är att eleven själv vet vad den valda symbolen representerar. Det är ett kritiskt steg i förmågan att abstrahera och symbolisera att inse att en och samma sak eller symbol kan representera olika saker vid olika tillfällen, och att det som är gemensamt för alla dessa är den matematiska idén. Multilink kan användas för att räkna bilar, kompisar eller dagar som passerat sedan lovet – det gemensamma är kvantiteten, att om fem kuber räknats upp är det fem av vad det än var som räknades. Förståelse av att röra sig framåt i en talrad kan på den här nivån kopplas till en tallinje där talen finns utskrivna med lika mellanrum, där talet 0 finns med och där man kan se att det finns andra tal även mellan de tal som står utskrivna.

Abstrakt nivå. Eleven går från sina egna informella symboler till den formella matematiken med siffror, andra symboler, räknelagar och regler. Förhoppningsvis har eleven då med sig en förståelse för vad de formella uttrycken står för. I annat fall finns det möjlighet för eleven att gå tillbaka både i sin dokumentation och i sina tankar för att se varifrån ett formellt uttryck härstammar.

De fyra nivåerna har inga vattentäta skott mellan sig. Naturligtvis kan eleverna ha med sig laborativa material eller bilder som stöd för tanken på senare nivåer, men det finns några betydelsefulla saker att uppmärksamma. De mellanliggande stegen halvkonkret och halvabstrakt måste få ta tid. Elever i anpassad grundskola behöver ofta extra mycket tid för att gå från en nivå till en annan och kan behöva stöd i det halvkonkreta eller halvabstrakta långt efter att de i vissa sammanhang klarar av en högre nivå. För oss vuxna som redan behärskar ett matematiskt innehåll eller begrepp är det lätt att bli lite otåliga och skynda på eleverna för mycket. Det är också nödvändigt att se till att undervisningen, eller enskilda elever, inte fastnar på den konkreta nivån, eller att de tvingas ta ett obegripligt skutt direkt från det konkreta till den abstrakta nivån. Det kan då resultera i att det laborativa arbetet enbart har blivit ett tidsödande görande som inte fyller någon verklig funktion för elevens lärande. Detta relativt linjära arbetssätt både kan och bör varieras. De fyra nivåerna kan ses som olika matematiska uttrycksformer där eleverna använder material, bilder, ord, informella och formella symboler. I forskningslitteratur förekommer ofta arbetsgången CRA. Det är en successiv progression från "concrete material" (C) via "representations" (R) till slutligen alltmer "abstract" kunnande (A) (Bouck, et al., 2017; Strozier et al., 2015). I svensk forskning har CRA utvecklats till fyra faser där den fjärde fasen handlar om återkoppling (Sternier, 2020).

Olika slags material

Laborativa matematikmaterial kan delas in i tre grupper:

1. *Vardagliga föremål* som finns i hemmen, på skolor och arbetsplatser, i samhället och i naturen kan användas i matematikundervisningen. Användbara föremål kan vara klossar, leksaker, frukter, bestick, pinnar och annat som kan räknas och grupperas. Andra vardagliga föremål är redskap för att mäta, exempelvis måttband, hushållsmått, våg och termometer.
2. *Pedagogiska material* är speciellt framtagna och producerade för att användas i matematikundervisningen. Några vanliga exempel är tiobasmaterial, multilink, geostrip, Cuisenairestavar, Numicon och logiska block. Ett särskilt intresse har riktats mot matematikundervisning med Numicon för barn med Downs syndrom (Bird & Buckley, 2001; 2002; Nye, 2006; Wing & Tacon, 2007). Forskningen visar att materialet är mycket lämpligt för dessa elever, även om vissa utmaningar har identifierats av Nye et al. (2005). Utmaningar kan vara att vissa elever saknar den finmotorik de behöver för att arbeta med materialet, att det sker en sammanblandning mellan färgkodningen i Numiconmaterialet och Cuisenairestavarna eller att eleverna kan ha svårigheter med att överföra kunskaper från materialet till mer abstrakta matematiska situationer.

3. *Spel* kan avse både kommersiella spel och sådana som är konstruerade och tillverkade av lärare och elever. Det kan vara allt från traditionella spel som schack och Fia till hypermoderna digitala spel. Spelkort och tärningar är användbara till mycket.

Varje lärare behöver välja laborativa material både avseende åldersanpassning och enskilda elevers fysiska möjligheter att hantera material och uttrycka sig. Lärare, föräldrar och ibland även elever uttrycker tankar om att laborativa matematikmaterial är eller upplevs som barnsliga. När förståelse finns för värdet av det stöd som ett laborativt material kan ge förändras ofta den bilden. Matematiklärare på ett högstadium uttryckte förvåning över att det var elever i 9:an som var mest förtjusta i att använda ett plockmaterial som de hade köpt in till lågstadielever. På naturvetarprogrammet på ett gymnasium stod en plastback fylld med pärlor som visade sig utgöra en statistisk modell för senaste riksdagsvalet. Inom exempelvis samhällsplanerarutbildning på högskolan används Lego och leksaksbilar för att bygga modeller av trafikflöden.

Material som används av lite äldre elever bör väljas så att de inte uppfattas som barnsliga, för naturligtvis är det så att tonåringar hellre vill arbeta med material som berör deras egna intressen och vardag än att få material med söta husdjur, rara blommor, dockor och andra leksaker. Från mångårig erfarenhet av kurser för lärare i ett laborativt arbetssätt vet vi ändå att "barnligheten" blir ett försvinnande problem när lärare inser vinsten med att använda laborativa material i kloka didaktiska sammanhang.

Varje lärare behöver tänka igenom val av material i förhållande till den enskilda elevgruppen eller en särskild elev. Elever vill ha material som känns relevant för dem, så låt dem vara med och föreslå vad de vill arbeta med. En lärare som jobbar inom grundläggande vuxenutbildning berättade att hon i stället för färgade stickor hellre använder vanliga tändstickor i ask eftersom det signalerar "vuxenhet". Många av hennes elever har med sig dåliga erfarenheter från sin skolgång. När klasskamraterna arbetade i boken fick de sitta ensamma, och i någon mening utpekade, med material. Vi har försökt ha detta i beaktande då vi arbetat fram förslagen för undervisning, men det blir ändå upp till varje enskild lärare att välja de material som passar eleverna bäst.

Att många material är färgglada hoppas vi att alla, som har möjlighet att se färg, uppfattar som ett estetiskt tilltalande och fantasieggande attribut. Vad som kan vara bra att tänka på är om färg tillför något eller distraherar i respektive aktivitet. Ibland kan olika färger förtydliga ett innehåll, andra gånger kan det vara förvirrande och då bör alla kuber, markörer eller dylikt ha en och samma färg. Det som bör undvikas är att färgkoda på ett sådant sätt att elever tror att ental alltid är gröna, tiotal gula och hundratal blå. Det är också värt att tänka på att många har ett defekt färgseende som gör att vissa färger är svåra att särskilja. Vanligast är så kallad röd-grön-blindhet, då färgerna grönt, brunt och rött sammanfaller.

Med andra ord räcker det inte att bara se till att det finns gott om laborativa matematikmaterial i ett klassrum eller i en lärosal, inte ens om läraren ser till att eleverna verkligen använder det, i meningen att de gör något med det. Istället måste såväl material som aktiviteter sättas i ett sammanhang som är relevant för eleverna och där de själva kan se vilka framsteg de gör. Elever ska få ha tillgång till material så länge de behöver, även om det långsiktiga målet är att de i sinom tid med gott självförtroende helt ska kunna släppa ett material och förlita sig på att de ändå förstår matematikinnehållet.

Lästips och förslag på kompletterande aktiviteter

För att hitta artiklar från Nämnaren, sök på ncm.gu.se/nbas.

Subitisering

Judy Sayers & Anette de Ron, Nämnaren 2015:1

Subitisering – en grundläggande beståndsdel i räkneförmågan

Eva Ekeblad, Nämnaren 1990:1

Abakus – ett möjligt mattelyft?

Pelle Lindblå, Nämnaren 2012:4

Matematik med elefantsången

Lena Landgren, Nämnaren 2021:2

Sagt & gjort: Hur långt ska vi behöva backa?

Camilla Stenroth och Christina Nordell, Nämnaren 2023:4

Uppslaget: Lek med tärningar

Ann-Marie Eriksson, Nämnaren 2011:4

Strävor

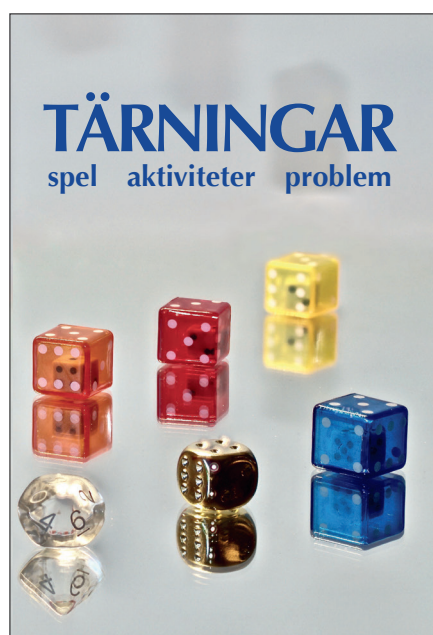
För att hitta aktiviteter från Strävorna, sök på ncm.gu.se/stravorna.

Bilparkering

Uppdelning av hela tal med de fyra stegen *konkret* – *halvkonkret* – *halvabstrakt* – *abstrakt*.

Tornblåsaren

Tornblåsaren är ett spännande tärningsspel som avgörs helt genom tur eller otur med tärningskast. Spelet medför, så som det beskrivs här enbart färdighetsträning, men på ett sätt som många elever tycker är kul och gärna håller på med ofta och länge. Addition i talområdet 1–12 och multiplikation upp till $12 \cdot 6$. En utveckling av spelet är att använda det vid introduktion av parenteser.



Tärningar – spel, aktiviteter och problem

Att använda tärningar har djupa historiska rötter och bruket är spritt över hela världen. Tärningar är den gemensamma nämnaren för de aktiviteter, spel och problem som presenteras i detta häfte. I de utvalda aktiviteterna finns ett tydligt matematikdidaktiskt syfte och ofta går det att vrida och vända på spelreglerna så att elevers resonemang och kommunikation kan komma i fokus. Hur eleverna skriver siffror och gör beräkningar spelar oftast ingen större roll, men det kan vara en nog så stor utmaning för läraren att göra spelreglerna tydliga. Att demonstrationsspeja är ett sätt att starta så att alla kan delta.

Allt innehåll i häftet finns publicerat på NCM:s webbplats men utspritt på olika ställen som exempelvis Strävor och Uppslag i Nämnaren. I häftet har de samlats och gjorts enkelt tillgängliga.

Läs mer på: bestallning.ncm.gu.se

Aktiviteter med tärningar

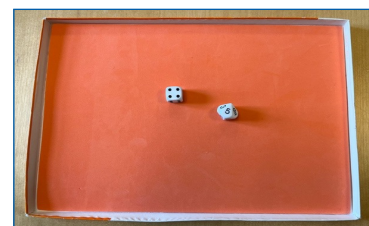
För elever som behöver möta ett och samma matematiska innehåll många gånger och under lång tid blir det extra viktigt med variation så att intresse och nyfikenhet kan upprätthållas. Tärningsspel kan ofta både förenklas och göras mer utmanande genom att olika tärningar och skiftande varianter av spelplaner används.



När någon säger ordet tärning tänker de flesta på en sexsidig pricktärning med en kantlängd på ungefär 1,5 cm i svart, vitt eller någon klar färg, men det finns också många andra slags tärningar. ”Tomma” sexsidiga tärningar finns dels omärkta i trä eller plast, dels med whiteboardsidor som man både kan rita och skriva på. Andra tärningar har från fyra upp till hundra sidor, olika färg och olika storlek och är märkta på olika sätt.

Det blir kraftiga ljud när hårda tärningar slås på ett bord, särskilt om flera elever samtidigt använder tärningar. Ett enkelt sätt att dämpa ljudet är att använda ett mjukt underlag som diskunderlägg, bordsfilt eller fleece. För att undvika att tärningarna hamnar på golvet är det bra att slå dem i en låda som har exempelvis dekorgummi i botten. Då blir slagen ljudlösa och kanterna hindrar tärningarna från att fara i väg för långt.

Om större tärningar används, minst 5 cm i kantlängd och gärna med upphöjda eller urgröpta pricka som den stora blå i bilden ovan, kan elever som ännu inte är säkra på tärningsmönstrens antal både delta i spelet och öva sin förmåga att subitiserat. Fråga först vad tärningarna visar, låt sedan eleven räkna en prick i taget på tärningen och berätta hur många det är. Jämför två tärningsmönster med varandra och prata om skillnaderna.



Progression

I följande aktiviteter finns en progression från att elever känner igen räknearamsans första tal via addition i talområdet 1–6 och multiplikation som upprepad addition till att arbeta med flera representationer vid addition av flersiffriga tal där tärningar är utgångspunkt.

Ämnesområde: Träning med tärning

I ett spel övar eleverna förmågan att känna igen, subitiserat och parbilda talbilder, mängder och siffror.

Årskurs 1–3: Regnbågsspelet

Med hjälp av två tärningar skapas additionskombinationer som ger eleverna tillfälle att träna på additioner upp till $6 + 6$.

Årskurs 4–6: Stjärnräkning

I små steg får elever möta multiplikation som upprepad addition. En variation på spelet kan även introducera rektangelmodellen för multiplikativ struktur.

Årskurs 7–9: Addera tvåsiffriga tal

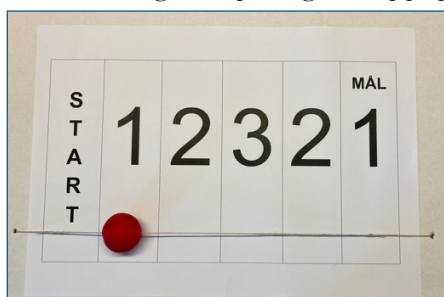
Från att elever skapar egna tvåsiffriga tal med tärningar fortsätter arbetet med att de representerar talen och additionen med tiobasmaterial och positionskort.

Träning med tärning

För elever som kunskapsmässigt befinner sig på en mycket grundläggande matematisk nivå är det inte aritmetiken som varierar i någon nämnvärd utsträckning utan det är i stället kontexter och material som får varieras. Mycket enkla varianter av tärningar och tärningsspel kan väcka elevernas intresse. Syftet med den här aktiviteten är att använda tärningar för att på olika nivåer träna förmågan att känna igen, subitiserar och parbildar talbilder, mängder och siffror.

Material

Spelplan med fem rutor i rad märkta 1, 2, 3, 2, 1 och pricktärning märkt med en, två respektive tre prickar två gånger, tärningslåda och plockmaterial anpassat till elevernas finmotoriska förutsättningar. Kopiera gärna upp spelplanen till A3-format.



Spelplan där spelmarkören (vaddkulan) sitter fast med resårband och tärning märkt med en, två och tre prickar.

Introduktion

Titta igenom aktiviteten och se om det finns ord eller regler som behöver förklaras innan spelet börjar. Skapa om möjligt förväntningar på spelets utgång. Vem kommer att vinna? Vem brukar ha mest tur?

Beskrivning

Anpassa spelpjäs, tärning och storlek på spelplanen så att varje elev så långt som möjligt själv kan slå tärningen och flytta spelpjäsen. Spelet kan antingen genomföras tillsammans som en aktivitet eller som ett spel med två deltagare som har var sin spelplan.

- Samtala med eleverna om att spelet handlar om att känna igen tal som är lika men som visas på olika sätt – med prickar, ett antal föremål eller siffror. Iakttä under spelets gång hur eleverna agerar för att tolka och parbildar olika uttryck. Använd iakttagelserna som underlag för fortsatt undervisning.
- Låt en elev slå tärningen och ta fram så många föremål som tärningen visar. Jämför tillsammans att antalet prickar på tärningen och antalet föremål är lika. Låt eleven leta upp siffran på sin spelplan.
- Låt eleven placera sin spelpjäs på 1 på den egna spelplanen när första slaget som visar en prick kommer.
- Låt eleverna slå tärningen växelvis och upprepa arbetsgången slå tärning, plocka fram föremål, hitta siffran på spelplanen, flytta spelpjäsen om det är rätt siffra.
- Fortsätt flytta spelpjäsen när tärningen visar 2, 3, 2, 1 antal prickar.

Anpassning

Aktiviteten kan anpassas efter elevernas olika förutsättningar. Exempelvis kan spelplanen utökas till 11 rutor, $1 \Rightarrow 6 \Rightarrow 1$ som matchar en vanlig sexsidig pricktärning. Ett mellansteg kan vara att använda en fyrsidig tärning och en spelplan $1 \Rightarrow 4 \Rightarrow 1$.

För att förstärka intrycket att "det går uppåt" när man räknar 1, 2, 3 och "det går neråt" när man vänder och fortsätter räkna 2, 1 kan en enkel spelplan i trappform användas. Lägg exempelvis tjocka böcker eller kartonger på vandra så en trappa bildas. Använd ett litet gosedjur, en mugg eller något annat som eleven gillar som spelpjäs.

Elevers dokumentation

Notera elevernas reaktioner på spelet. Använd exempelvis smileys med glad och ledsen gubbe.

- Vad var lätt?
- Vad var svårt?

Spelplan till Träning med tärning

S T A R T

1

2

3

2

1

MÅL

Regnbågsspelet

Under de första skolorn är det många talkombinationer elever ska möta och i så stor utsträckning som möjligt bli säkra på. Tärningar kan vara användbara för att skapa nya uppgifter och träna räknefärdigheter. Syftet med den här aktiviteten är att använda ett tärningsspel för att öva elevers säkerhet i additionskombinationer upp till $6 + 6$.

Material

En spelplan till varje elev, färgkriter (alternativt stämplat, ströppelpenslar eller schablonroller) och två sexsidiga pricktärningar till varje elevpar. Välj lämplig storlek på spelplanen utifrån varje elevs möjlighet att färglägga. Det finns två storlekar bifogade och det går att kopiera till både större och mindre spelplaner om det passar bättre.

Introduktion

Första gången spelet används kan det vara bra att ta upp orden addera, cirkel och cirkelsektor, även om sistnämnda ord ofta ersätts med 'tärtbit'. Försättningsvis används spelet främst för färdighetsträning och då är en introduktion i regel inte nödvändig.

Beskrivning

I spelet ska eleverna slå två tärningar, summera och om möjligt färglägga en cirkelsektor på sin spelplan. Det är inte nödvändigt för spelet men uppmuntra gärna eleverna att skriva de additioner de utför i respektive cirkelsektor. Vanligast är att två elever spelar mot varandra, men det är fullt möjligt att göra om spelet till en aktivitet som genomförs enskilt eller gemensamt i gruppen.

Spelregler

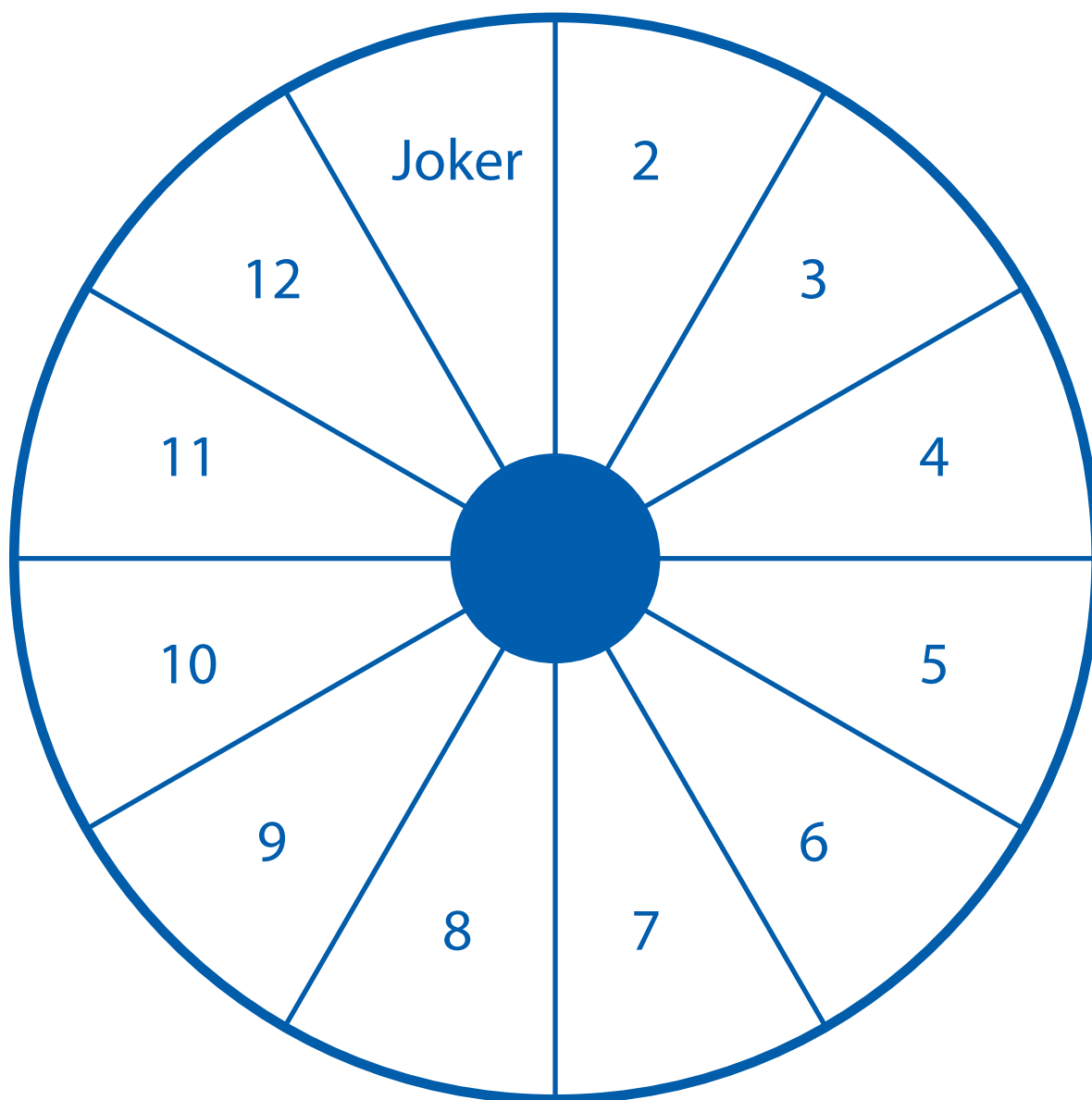
- Den som startar spelet slår två vanliga pricktärningar och adderar talen (kamraten är med och kontrollräknar).
- Spelaren färglägger den cirkelsektor (tärtbit) på sin spelplan som har det talet
- Näste spelare upprepar förfarandet.
- Cirkelsektorn där det står Joker kan användas när som helst.
- Den som inte kan färglägga får stå över.
- Den som först har färglagt hela sin cirkel vinner.

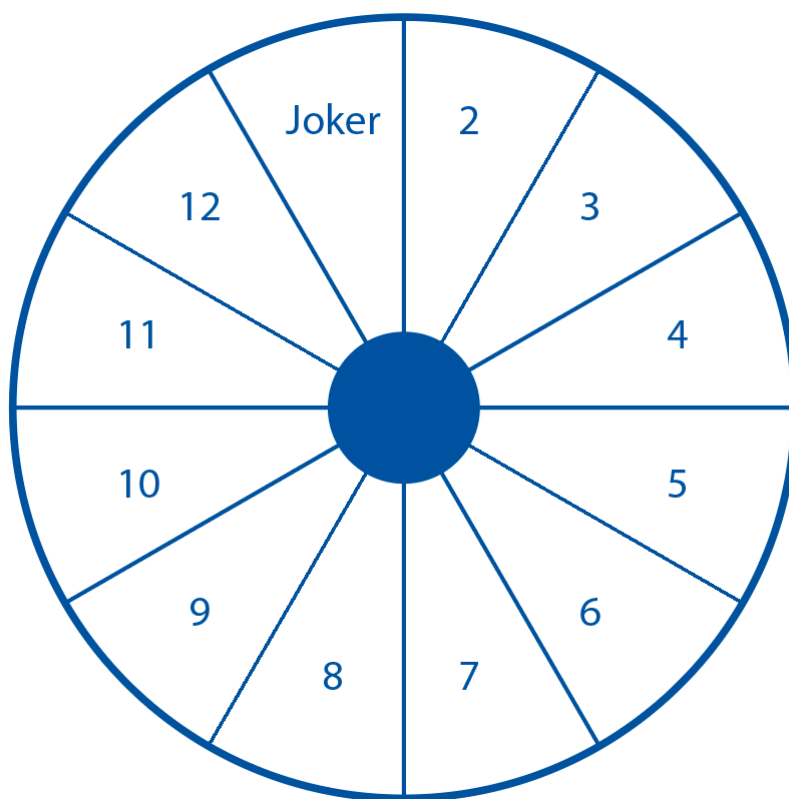
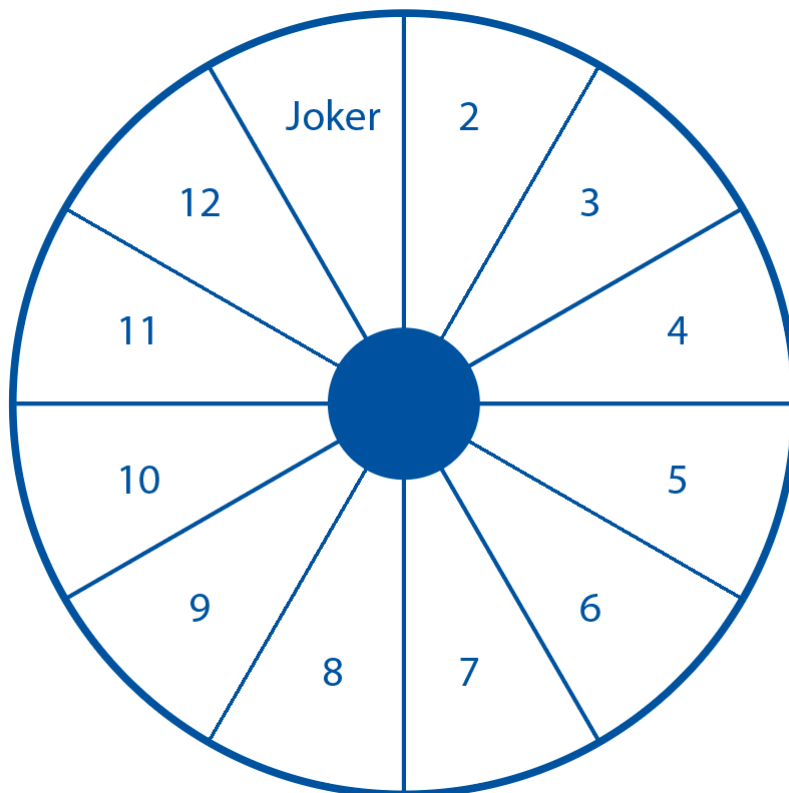
Elevers dokumentation

Samtala med eleverna efter avslutat spel om de har upptäckt något de vill berätta om. Ett svar kan vara att vissa kombinationer är enklare och andra svårare. Någon kanske påpekar att det går att få samma svar på olika sätt. Hjälps åt att skriva upp olika kombinationer som eleverna har upptäckt, som $6 = 3 + 3 = 1 + 5 = 2 + 4 = \dots$ Låt eventuellt eleverna ordna kombinationerna till talen 1–12 i en tabell.

Samtala om varför spelet heter Regnbågsspelet och varför det står Joker istället för 1 i en av cirkelsektorerna.

Spelplan till Regnbågsspelet





Stjärnräkning

När elever inledningsvis möter multiplikation sker det ofta genom upprepad addition. Syftet med den här aktiviteten är att med hjälp av ett tärningsspel ge förståelse för multiplikation som lika mängder. En utvidgning av spelet kan också leda till att eleverna får möta multiplikation som en rektangel.

Material

Tärning, papper och penna, eventuellt självhäftande figurer, stämplar, muggar och markörer eller annat lämpligt plockmaterial.

Introduktion

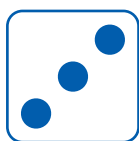
Gå igenom spelreglerna. Kom överens om hur många omgångar som ska spelas eller hur länge spelet ska hålla på. Om fler än en omgång spelas kan även en sammanräkning av spelomgångarna göras. Diskutera då lämpligt sätt att bokföra poängen.

Beskrivning

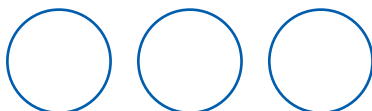
1. Bestäm vem som ska börja.
2. Den förste spelaren slår tärningen och ritar lika många cirklar som det tal tärningen visar. Använd gärna en mugg som ritmall.
3. Kamraten slår och ritar sina cirklar.
4. Den förste spelaren slår nästa slag och ritar lika många stjärnor (eller annan valfri symbol, använder stämpel eller självhäftande figurer) som tärningen visar i varje cirkel.
5. Kamraten slår och ritar sina stjärnor.
6. Titta gemensamt på hur stjärnorna kan räknas och skrivas, dels som upprepad addition och dels som en multiplikation.
7. Vem har flest stjärnor? ... Grattis, du har vunnit!

Ett exempel

På första slaget visar tärningen:



Rita tre cirklar:



På andra slaget visar tärningen:



Rita fem stjärnor i varje cirkel:



Skriv som en addition: $5 + 5 + 5 = 15$ stjärnor

Skriv som en multiplikation: $3 \cdot 5 = 15$ stjärnor

Anpassningar

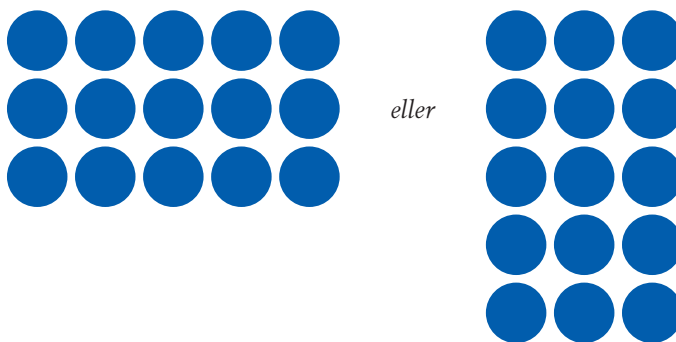
Om det är svårt att rita stjärnor, visa det enklare sättet att först rita ett kryss och sedan lägga till ett extra streck. Låt annars eleverna rita valfria enklare figurer och döp då gärna om spelet till Prickspelet, Krummelurräkning eller något annat fantasifullt.



Ett alternativ till att rita är att göra som i beskrivningen ovan men istället använda muggar och markörer:

- Vid första tärningsslaget plockas det antal muggar fram som tärningen visar.
- Vid andra tärningsslaget fylls varje mugg med det antal markörer tärningen visar.
- När muggarna är fyllda, se till att inga lösa markörer ligger på bordet.
- Lägg additionen och multiplikationen med sifferkort, håll ut markörerna och kontrollräkna gemensamt.

En utvidgning är att tömma muggarna och lägga markörerna (enligt exemplet ovan) i rektangelform:



Samtala om rader och kolumner, titta på att multiplikation är kommutativ, det vill säga det går att se rektangeln från två håll och utläsa multiplikationen på två sätt, exempelvis $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$.

Elevers dokumentation

Låt varje elev spara sina spelomgångar som dokumentation. Samtala med eleverna vilka upptäckter de har gjort. Låt eleverna försöka formulera med egna ord vad som händer i spelet, speciellt vid sammanräkningen i sista steget.

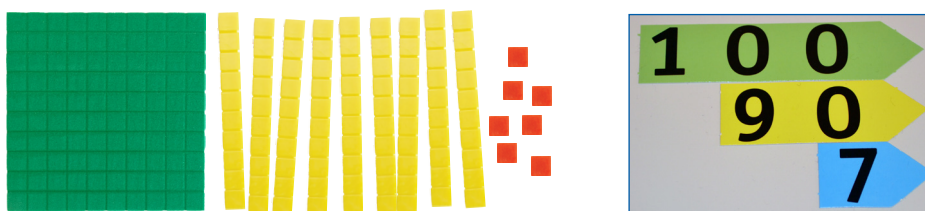
Spelas spelet ofta upptäcker eleverna efter hand att det går att få ganska många poäng även om det första tärningskastet bara visar 1 eller 2.

Addera tvåsiffriga tal

På alla nivåer i skolsystemet lyfter lärare fram tiobasmaterialet som ett viktigt laborativa material för arbete med grundläggande förståelse för positionssystemet även på decimalsidan. För att det arbetet ska ge bästa möjliga utfall behöver eleverna inledningsvis vara vana vid att hantera tiobasmaterialet för heltal. I denna aktivitet handlar det om tvåsiffriga tal, men arbetet bör utvecklas även till tre- och fyrsiffriga tal. Syftet med den här aktiviteten är att kunna följa en tydlig arbetsgång och genom stegen *konkret – bildmässig – symbolisk* träna additioner av tvåsiffriga tal.

Material

Tiosidiga tärningar, tiobasmaterial, positionskort, papper, penna och elevbladet *Addera tvåsiffriga tal*.



Tiobasmaterial och positionskort.

Introduktion

Diskutera aktivitetens rubrik. Förstår alla ordet addera? Tvåsiffriga tal?
Gör flera exempel gemensamt så att alla vet hur aktiviteten kan genomföras.

Beskrivning

Arbetsgången *konkret – bildmässigt – symboliskt* följs genom att slå tärningar för att skapa tal och representera dem med tiobasmaterial, övergå till att rita och visa med positionskort och avsluta med ett skriftligt svar. Var lyhörd och anpassa efter hand arbetsgången beroende på de olika behov eleverna har.

Titta särskilt på additioner som behöver växling. "Nu har vi 12 små kuber, räcker de till någon tiostav? Den här gången har vi lagt 16 tiostavar, är det möjligt att växla till en hundraplatta?"

Det ska ta tid att lägga material och rita av, men i de fall det är omöjligt kan eleverna få tillgång till färdigritat och utklippt tiobasmaterial. Fungerar det inte att limma kan häftmassa vara ett bra alternativ.

Se för övrigt arbetsgången på elevbladet *Addera tvåsiffriga tal* som främst är avsedd som ett stöd då eleverna efter det gemensamma arbetet ska arbeta allt mer självständigt.

Elevers dokumentation

Utöver den dokumentation eleverna gör på arbetsbladet under arbetets gång bör de ges möjlighet att reflektera över sitt arbete.

- Uppmärksamma hur eleverna hanterar de olika materialen. Låt dem berätta om vad som varit lätt eller svårt.
- Uppmärksamma också eventuella missuppfattningar som du har upptäckt.
- Fråga eleverna om några additioner var enklare än andra. Samtala om vad som gjorde dem enklare och varför andra additioner kan upplevas som svårare.

För att ytterligare stärka det bildmässiga steget bör visuellt material användas vid uppföljningen. Använd exempelvis magnetburet tiobasmaterial att sätta upp på tavlan eller projicera

materialet med dokumentkamera. Det viktigaste är att eleverna först får arbeta med konkret material och att det sedan blir en bildmässig fortsättning, både i deras egen dokumentation och i den gemensamma uppföljningen.

Anpassningar

Aktiviteten kan med fördel genomföras under en längre period.

Inled med att enbart jobba med två tiosidiga tärningar i olika färger och bestäm vilken färg som visar ental och vilken som visar tiotal. Slå tärningarna och titta på vad det blir för tal. Eleverna kan exempelvis skriva varje tal på en liten notislapp och efter ett antal slag sortera dem från lägsta till högsta tal.

Övergå till två tärningar i samma färg. Nu får eleverna själva välja vilken tärning som ska representera entalet respektive tiotalet.

När eleverna behärskar detta moment, över gå till att slå tärningarna, bestämma vilket tal de representerar och åskådliggör talet med tiobasmaterial. Eleverna kan arbeta i par, en slår tärningarna, den andre lägger motsvarande tiobasmaterial. När det sitter kan de slå och plocka fram material två gånger och sedan hjälpas åt att "addera materialet".

Ta fram elevsidan, nu kan de följa steg 1–5 som också inkluderar att skriva tal och additioner. Upprepa 1–5 vid flera tillfällen innan positionskortet tas fram. Öva först på att slumpmässigt lägga tvåsiffriga tal med positionskortet och utläsa dem.

Övergå till att arbeta med hela arbetsgången. Låt det ta tid!

Utveckling

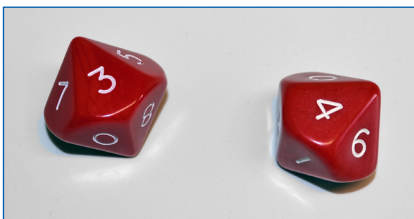
Förkorta efter hand arbetsgången. På sikt ska eleverna kunna gå direkt från att slå tärningar till att genomföra additionerna antingen som huvudräkning eller med bara papper och penna som stöd.

När denna arbetsgång är mycket väl inarbetad är det möjligt att övergå till decimaltal. Det stora steget då är att eleverna ska kunna uppfatta tiobasmaterial som ett representationsmaterial där hundraplattan representerar en hel (1), tiostaven en tiondel (0,1) och den lilla kuban en hundradel (0,01). Positionskortet fungerar inte för decimaltal, istället kan andra laborativa positionsmaterial användas. Botanisera på webbplatser som säljer laborativa matematikmaterial.

Elevblad Addera tvåsiffriga tal

Följ punkterna.
Fotona visar ett exempel.
Du får säkert andra tal.

1. Slå båda tärningarna.



Bestäm vilket tvåsiffrigt tal de visar.
Anteckna talet.

34

2. Slå båda tärningarna en gång till.



Bestäm ett nytt två siffrigt tal.
Anteckna talet.

89

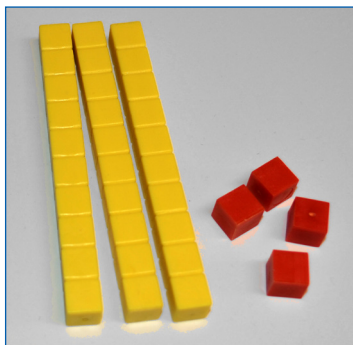
3. Skriv de båda talen som en addition.

34 + 89

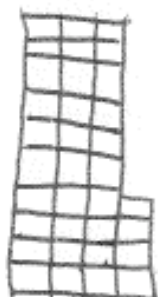
Här kan du skriva dina tal:

4. Använd tiobasmaterial.

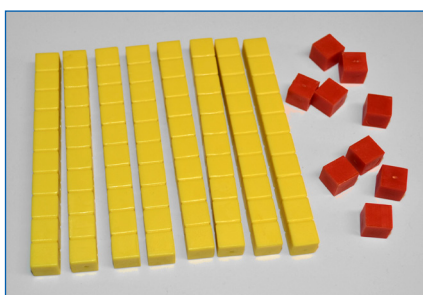
Lägg det första talet.



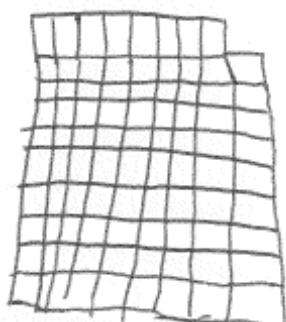
Rita av.



Lägg det andra talet.



Rita av.



Här kan du rita:

5. Addera:

Lägg tillsammans tiostavarna.

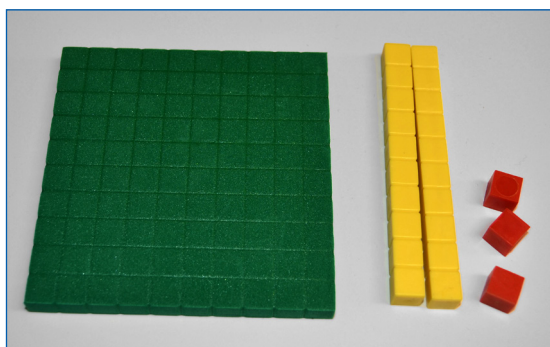
Finns det fler än 10 tiostavar?

Växla till hundraplatta.

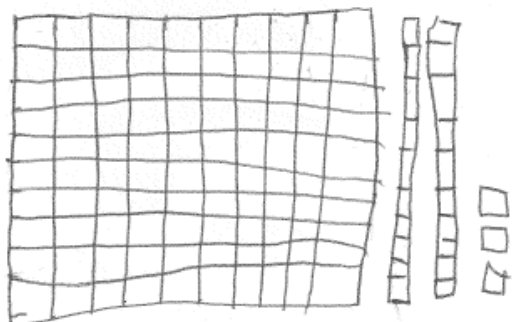
Lägg tillsammans enkuberna.

Finns det fler än 10 enkuber?

Växla till tiostav.



Rita av.



6. Lägg summan med positionskort.



7. Skriv svaret.

$$34 + 89 = 123$$

Här kan du rita och skriva:

Kollegial kompetensutveckling

Tal som antal & Laborativt arbetssätt i matematik

Enskild läsning

När du läser texterna, reflektera och anteckna

- din förståelse av orden tal, siffra, antal, talrad, tallinje, räkneord, ordningstal, talbild, subitiserings och omgruppering
- vilka laborativa material som kan vara lämpliga att använda för att arbeta med några av Gelman och Gallistels fem principer
- i vilka olika vardagliga och ämnesrelaterade situationer som eleverna kan få träna på de fem principerna.
- Hur du brukar undervisa om naturliga tal? Vad i texten om laborativ matematikundervisning använder du idag och vad kan du utveckla? Vilka vinster och utmaningar ser du i att använda ett laborativt arbetssätt?

Kollegial inledande träff

1. Diskutera era medtagna anteckningar och undersök först om ni är eniga om de olika ordens innebörd. Lyft sedan fram allas idéer på laborativa material och situationer där de fem principerna kan tränas. Resonera slutligen om hur ni idag använder er av laborativt material i undervisning av tal och vad som eventuellt kan behöva utvecklas och varför.
2. Samtala om vilken aktivitet som passar era elevgrupper bäst. Genomför tillsammans vald aktivitet. Är alla ense om vad aktiviteten går ut på? Diskutera vilka förberedelser som behövs, till exempel val av material, vad ni tror att eleverna kommer att göra och vad de kan lära sig. Diskutera progressionen i det matematiska innehållet mellan de olika aktiviteterna. Resonera även om hur olika delar av texten om laborativt arbetssätt i matematik är synliga i aktiviteterna.

Under och direkt efter lektionen

Genomför den planerade aktiviteten.

Anteckna och/eller fotografera hur eleverna använder sig av det laborativa materialet och olika representationsformer. Anteckna hur du uppfattar att eleverna förstår det matematiska innehållet.

Kollegial uppföljande träff

Delge varandra era anteckningar och fotografier på hur eleverna använde det laborativa materialet.

- Vad var framgångsrikt?
- Fanns det några utmaningar i användandet av materialet eller någon representationsform? Beskriv!

Diskutera sedan era anteckningar om hur eleverna förstod det matematiska innehållet.

- Vilka likheter och skillnader i elevernas förståelse blev synliga?
- Hur kan ni arbeta vidare med det matematiska innehållet samtidigt som det blir variation för eleverna?

