



UPPSLAGET

Avlasta minnet med 2x2-rutor!

Uppslaget beskriver hur 2x2-rutor kan hjälpa oss att organisera den information som finns i uppgifter för att avlasta vårt minne. Rutorna kan användas till både enklare och mer komplicerade problem.

Ditt korttidsminne klarar av mellan fyra och tio saker samtidigt. Om det blir överbelastat blir det kaos. Men det finns något som kan minnas mycket bättre än vad du kan – pappret. Det kan minnas information i många sekel. Däremot är det inte så bra på att tänka, men det är du bra på. En bra arbetsfördelning mellan dig och pappret är alltså att pappret minns och du tänker.

Ovanstående brukar jag ofta predika för mina elever. För att ytterligare betona vikten av att skriva ned saker ordentligt brukar jag också låta eleverna göra ett minnestest där jag läser upp slumpmässiga siffror och eleverna får se hur många de kommer ihåg. Men HUR skriver vi ned saker så att pappret kan komma ihåg det åt oss och hjälpa till med att organisera all information?

Ett av de enklaste sätten att organisera information som ger väldigt mycket stöd för tanken, och dessutom stöder proportionellt tänkande, är 2x2-rutor. De kan appliceras på många olika typer av problem. Här är några sätt att använda dem.

Exempel 1

Hur många dollar får du för 4000 kr om du får betala 10,30 kr för en dollar?

	dollar	svenska kronor
Det du vet	1	10,30
Det du vill veta	x	4000

Från tabellen ställer du upp en ekvation:

$$\frac{1}{x} = \frac{10,30}{4000}$$

Du löser den genom att först multiplicera bort nämnarna (eller korsmultiplicera):

$$1 \cdot 4000 = 10,30 \cdot x \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 4000}{10,30} = 388 \text{ dollar}$$

Exempel 2

Hur många knop är 45 km/h om 1 knop = 1,852 km/h?

	km/h	knop
Det du vet	1,852	1
Det du vill veta	45	x

Från tabellen ställer du upp en ekvation:

$$\frac{1,852}{45} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1 \cdot 45}{1,852} = 24,3 \text{ knop}$$

Exempel 3

Hur mycket kostar 20 kg potatis om 3 kg kostar 19 kr?

	kg	kronor
Det du vet	3	19
Det du vill veta	20	x

Från tabellen ställer du upp en ekvation:

$$\frac{3}{20} = \frac{19}{x} \Rightarrow x = \frac{19 \cdot 20}{3} = 126,67 \text{ kr}$$

Exempel 4

I en rätvinklig triangel är kateterna 14 cm och 20 cm. I en annan triangel, likformig med den första, är den korta katet 9 cm. Hur lång är den långa kateten?

	kort katet i cm	lång katet i cm
Lilla triangeln	9	x
Stora triangeln	14	20

Från tabellen ställer du upp en ekvation:

$$\frac{9}{14} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = \frac{9 \cdot 20}{14} = 12,86 \text{ cm}$$

Förr i tiden använde man Regula De Tri. Potatisproblemet skulle då ha beräknats så här:

- ♦ 3 kg kostar 19 kr
- ♦ 1 kg kostar då $\frac{19}{3}$ kr
- ♦ 20 kg kostar då $\frac{20 \cdot 19}{3}$ kr = 126 kr 67 öre

Den största skillnaden mot Regula De Tri är alltså att vi ställer upp en ekvation för beräkningen. Likheten är att vi använder ett system för att organisera informationen.

2x2-rutor kan roteras och spegelvändas utan problem. Efter att nämnarna multiplicerats bort fås ändå samma ekvation. Om x är i nämnaren kan du alltså med fördel bara invertera ("vända upp och ned") på båda leden samtidigt. Kan du bevisa att det alltid fungerar?

Även mer komplicerade problem kan lösas:

Exempel 5

En mor är 50 år och hennes dotter är 14 år. Om hur många år är modern tre gånger så gammal som dottern?

Låt x vara hur många år som efterfrågas.

	nu (år)	om x år
Mor	50	$50 + x$
Dotter	14	$14 + x$

Du ställer upp en ekvation och löser den:

$$(50 + x) = 3(14 + x) \Rightarrow x = 4 \text{ år}$$

Exempel 6

Vi har 5,0 kg saltblandning där saltkoncentrationen är 20 %. Hur mycket havsvatten med koncentrationen 3,5 % ska vi hålla i för att blandningen ska få koncentrationen 12 %?

Låt x vara mängden havsvatten vi håller i.

	nu (kg)	sen (kg)
Salt	$2 \quad 0,2 \cdot 5 = 1$	$4 \quad 1 + 0,035x$
Allt	$1 \quad 5$	$3 \quad 5 + x$

De blå siffrorna anger i vilken ordning det är lämpligt att fylla i tabellen. Du ställer upp en ekvation och löser den:

$$0,12 \cdot (5 + x) = 1 + 0,035x \Rightarrow x = 4,7 \text{ kg}$$

I Ma4 (snart Matematik fortsättning, nivå 2) använder vi 2x2-rutor för att organisera oss när vi använder kedje- och produktreglerna.

Exempel 7

 Derviera $f(x) = 5 \sin x$

	yttre funktion	inre funktion
Funktioner	$f = 5 \sin z$, där	$z = x^3$
Derivator	$f' = 5 \cos z$	$z' = 3x^2$

Du substituerar tillbaka och multiplicerar ihop yttre och inre derivator och arrangerar om.

$$f'(x) = 15x^2 \cdot \cos x^3$$

Exempel 8

 Derviera $h(x) = x^3 \cdot e^{-2x}$

	vänster= f	höger= g
Funktioner	$f = x^3$	$g = e^{-2x}$
Derivator	$f' = 3x^2$	$g' = -2e^{-2x}$

Du bildar:

$$(fg)' = f'g + fg' = 3x^2 e^{-2x} - 2x^3 e^{-2x} = (3x^2 - 2x^3) e^{-2x}$$

Vitsen med rutorna är alltid att hjälpa eleven att organisera all information som finns i uppgifterna och därigenom avlasta arbetsminnet så att eleven kan tänka bättre.

Jonas Hall