

Uppgifter och facit till Julkalendern 2024

1.
Vilket tal finns bakom snögubben?



$$- 3 + 2 = 5$$

Facit: 6

2.
De fem kolibri-fåglarna, som vi ser klockan 15 i Kalles jul på julafton, sitter på en gren. Några av dem tittar åt vänster, andra tittar åt höger. Var och en av dem kvittrar lika många gånger som det antal kolibrier som de ser. Hur många gånger kvittrar de tillsammans?



Facit: 10 gånger

Lösning: Den första fågeln kan se fyra fåglar. Den andra fågeln kan se en fågel. Den tredje fågeln ser två fåglar. Den fjärde fågeln ser tre fåglar. Den femte fågeln ser ingen av de övriga fåglarna. Detta ger summan $4 + 1 + 2 + 3 = 10$. De kvittrar 10 gånger.

3.
Tomtefar och tomtemor spelade flera schackpartier i mellandagarna. Den som förlorade gav vinnaren tio kronor i varje spelomgång. Ingen omgång blev oavgjord. Tomtefar vann tre gånger och ändå hade han 70 kronor mindre än vad han hade när de startade. Hur många omgångar spelade de?

Facit: 13 omgångar

Lösning: Om tomtefar vann tre omgångar så fick han 30 kronor. För att förlora de 30 kronorna behövde han förlora tre omgångar. Efter sex spelomgångar har tomtefar lika mycket pengar som han hade från början. För att han skall förlora ytterligare 70 kronor så krävs sju spelomgångar. Detta blir totalt 13 spelomgångar.

4.

Två påståenden om det naturliga talet A är sanna och två påståenden är falska:

A är delbart med 5.

A är delbart med 11.

A är delbart med 55.

A är mindre än 10.

Vilket tal är A ?

Facit: 5.

Lösning: Om det första påståendet är sant kan enbart det sista påståendet vara sant. Alla andra kombinationer gör att fler påståenden än två är sanna samtidigt. Talet 5 är det enda talet som är mindre än 10 och samtidigt delbart med 5.

5.

Tomtenissarna bor i ett hus med fem våningar. Det finns 8 lägenheter på varje våning. Varje lägenhet har ett fönster mot gatan och två fönster mot gården. Alla tomtenissar hänger en stjärna i sitt gatufönster men bara i $\frac{1}{5}$ av lägenheterna hänger stjärnor mot gården. Av dessa är det hälften som har stjärnor i båda sina gårdsfönster. I hur många fönster i tomtenissarnas hus hänger det stjärnor?

Facit: 52 fönster

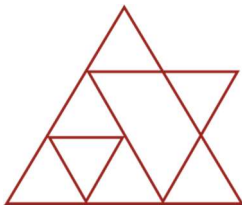
Lösning: $5 \cdot 8 = 40$ lägenheter ger 40 gatufönster

$\frac{1}{5}$ av 40 är 8, så 8 fönster mot gården har stjärna. 4 har stjärnor i båda gårdsfönstren.

$40 + 8 + 4 = 52$ fönster

6.

Hur många trianglar finns det i bilden?



Facit: 10 trianglar

Lösning: En stor triangel, två mellanstora trianglar och sju små trianglar.

7.

Tomten har flera paket han måste slå in redan i oktober.

Om han slår in exakt två paket varje dag så kommer han att bli färdig på en söndag.

Om han slår in exakt tre paket varje dag så kommer han att bli färdig på en onsdag. Hur många paket ska han slå in i oktober?

OKTOBER							2024
Mån	Tis	Ons	Tors	Fre	Lör	Sön	
		1	2	3	4	5	
6	7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	19	
20	21	22	23	24	25	26	
27	28	29	30	31			

Facit: 24 paket

Lösning: Om tomten slår in 2 paket per dag och blir färdig på en söndag, så måste det antingen vara 10, 24, 38 eller 52 paket. Om tomten slår in 3 paket per dag och blir färdig på en onsdag, så måste det vara antingen 3, 24, 45, 66 eller 87 paket. Det enda tal som är gemensamt i de båda listorna är 24.

8.

Fyra maskar kan äta ett äpple på 12 dagar. Ytterligare två maskar ansluter till gruppen med maskar. Hur många dagar tar det för den nya gruppen att äta ett äpple?

Facit: 8 dagar

9.

Vilket tal ska ersätta frågetecknet?

3	2	1	9
7	6	1	1
3	6	5	1
?	1	8	4

Facit: 2

Lösning: Det som kännetecknar talens inbördes placering är att varje rad och varje kolumn har alla summan 15. I hörnet där frågetecknet står blir kolumnen den tillhör: $3 + 7 + 3 + ? = 15$, det vill säga $? = 2$. (raden den tillhör: $? + 1 + 8 + 4 = 15$, även här blir $? = 2$).

10

Tomtens ren kämpar mot ett snömonster i Tomteland. Snömonstret har två huvuden och en svans. Om renen skär av ett huvud på monstret växer tre nya huvuden ut men en svans ramlar av. Om renen skär bort en svans växer två nya svansar ut och ett huvud ramlar av. Om renen lyckas skära av först en svans och sedan ett huvud tio gånger i rad, hur kommer snömonstret se ut då?

Facit: 1 svans och 12 huvuden.

Lösning:

Snömonster			
		Huvud	Svans
	Start	2	1
	minus en svans	1	2
	minus ett huvud	3	1
	minus ett huvud	5	0
	minus ett huvud	7	0
	minus ett huvud	9	0
	minus ett huvud	11	0
	minus ett huvud	13	0
	minus ett huvud	15	0
	minus ett huvud	17	0
	minus ett huvud	19	0
	minus ett huvud	21	0

11.

Tomtemor har tre ordböcker, engelska, tyska och italienska, och två uppslagsverk på en hylla. Hur många sätt finns det att ordna böckerna om hon vill hålla ihop ordböckerna och uppslagsverken?

Facit: 24 sätt

Lösning: Att ordna endast ordböckerna kan vi göra på sex sätt, och att ordna uppslagsverken kan vi göra på två sätt. Dessutom finns det två sätt att placera ordböcker först och uppslagsverk sen, eller tvärtom. Alltså 2 sätt.

Totalt antal kombinationer blir då $6 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ sätt.

12.

I en skog växer magiska julgranar. Några granar har tre röda kulor och fem gula kulor. Lika många granar har tre gula kulor och fem röda kulor. Totalt finns det 100 gula kulor i skogen. Hur många röda kulor finns det?



Facit: 100 röda kulor

Lösning: Lika många träd av varje av de båda sorterna. Ett par av träd, en av varje sort, innehåller lika många gula som röda kulor. Alltså finns det lika många av varje färg totalt om vi räknar dem i alla träd.

13.

I tomteverkstaden finns en burk med pepparkakor. Tomtefar åt upp en fjärdedel av dem och sedan åt tomtemor upp en tredjedel av de som fanns kvar. Vilket är det minsta antal pepparkakor som kan finnas kvar i burken?

Facit: 2 pepparkakor

Lösning: x = antalet pepparkakor från början. Antalet pepparkakor som finns kvar:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{x}{2}$$

$\frac{x}{2}$ är ett heltal och x är delbart med 4 vilket ger att $x = 4$. Hälften av 4 finns kvar, det vill säga 2 pepparkakor.

14.

Tio tomtenissar står i rad efter längd. Sex tomtenissar är längre än Nisse och fyra tomtenissar är kortare än Arne. Vem är längst, Arne eller Nisse?

Facit: Arne

Lösning: x x x N A x x x x x

↑
längst

15.

Anna köpte en struva till var och en av gästerna som kom till hennes kalas. Efter att $\frac{2}{3}$ av gästerna hade tagit var sin struva fanns det 12 struvor kvar. Hur många gäster var det på Annas kalas?

Facit: 36 struvor

Lösning: $\frac{1}{3}$ av gästerna har inte tagit någon struva. 12 struvor motsvarar $\frac{1}{3}$ av alla struvor. $12 \cdot 3 = 36$ struvor totalt.

16.

Varje bokstav i TOMTE står för en av siffrorna 1, 2, 3, 4. Olika bokstäver står för olika siffror. Det jämna talet TOMTE är delbart med tre. Hur stor är siffersumman av talet TOMTE?

Facit: 12

Lösning: Varje siffra förekommer minst en gång. $1 + 2 + 3 + 4 = 10$. För att talet skall vara delbart med tre måste siffersumman vara delbar med 3. Om talet 2 förekommer två gånger får vi siffersumman 12 vilken är delbar med tre.
Exempel: TOMTE är 23124 eller 21324

17.

Alla djur på gården är antingen svarta eller fjäderklädda. Då vet vi säkert att:

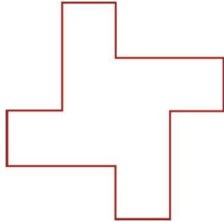
- A. Det finns en svart höna på gården.
- B. Det finns en vit höna på gården.
- C. Det finns inte en vit hund på gården.
- D. Det finns inte en svart hund på gården.
- E. Vissa svarta djur är fjäderklädda.

Facit: C

Lösning: Om villkoret gäller att djuren antingen är fjäderklädda eller svarta så kan det inte finnas en vit hund på gården.

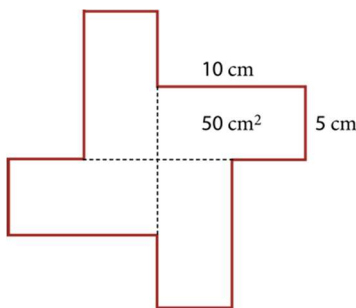
18.

Jultomten vill baka pepparkakor som har formen av en månghörning där de fyra längre sidorna är dubbelt så långa som de åtta kortare sidorna. Alla vinklar i månghörningen är räta och figurens area är 200 cm^2 . Vilken är månghörningens omkrets?



Facit: 80 cm

Lösning:



Pepparkakan delas i fyra lika stora rektanglar med arean 50 cm^2 . Den korta sidan är x och den långa sidan är då $2x$. Det ger ekvationen $2x^2 = 50 \text{ cm}^2$. Det ger $x^2 = 25$. Den korta sidan är då 5 cm lång och den långa sidan 10 cm lång. Det finns fyra långa sträckor och åtta korta sträckor. Detta ger omkretsen:
 $(4 \cdot 10 + 8 \cdot 5) \text{ cm} = 80 \text{ cm}$.

19.

Tomtens klocka går baklänges. Den visade lunchtid (klockan 12) korrekt, men klockan 12:25 visade tomtens klocka 11:35. Vilken tid visade tomtens klocka 14:44?

Facit: 09:16

Lösning: Från klockan 12 till 14:44 har det passerat 2 timmar och 44 minuter. Om man backar från klockan 12 hamnar vi på klockan 9:16.

20.

Hur många av siffrorna i uttrycket $222 + 333 + 444 + 555$ måste minst bytas ut mot en nolla för att summan ska vara 897?

Facit: 5 siffror

Exempel på lösning: $_22 + 330 + _40 + 505$

21.

Nissarna ersätter stjärnorna i uttrycket $1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7$ med tre gångertecken och tre plustecken. Vilket är det största värde som nissarna kan hitta?

Facit: 846

Lösning: $1 + 2 + 3 + 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 6 + 840 = 846$

22.

Klockan 03:00 står minutvisaren och timvisaren vinkelrätt mot varandra. Efter hur lång tid står visarna återigen vinkelrätt?

Facit: 32 och $\frac{8}{11}$ min.

Lösning: För yngre elever räcker det att diskutera ungefär hur lång tid som har gått och gärna genom att visa med en klocka.

Äldre elever kan utmanas i att hitta den exakta tiden. Timvisaren rör sig med en hastighet av 0,5 grader per minut, medan minutvisaren rör sig med en hastighet av 6 grader per minut. Vi kan leta efter när vinkeln mellan timvisaren och minutvisaren är nittio grader, vilket är strax efter halv fyra. Om vi letar efter när vinkeln mellan dem är nittio grader efter halv fyra, så kan vi skriva ett samband för deras vinklar och sedan lösa ekvationen. x är antal minuter som har gått från det att klockan var 3:00.

$$0,5x + 180 = 6x$$

$$x = 32 + \frac{8}{11}$$

I Nämnaren nummer 1(2025) har vi en artikel kring detta problem.

23.

En julfrågesport består av fyra frågor där varje fråga poängsätts från 1 till 10. Rudolf fick i snitt 9 poäng. På sin sämsta fråga fick han 6 poäng. Hur många poäng fick han på sin näst sämsta fråga?

Facit: 10 poäng

Lösning: Medelvärdet på fyra frågor är 9. Totalt fick han alltså $9 \cdot 4 = 36$ poäng. Rudolfs sämsta resultat på en fråga blev 6, vilket de tre andra gav $36 - 6 = 30$ poäng. Då måste Rudolf få full poäng på de andra tre och därför gav den näst sämsta uppgiften 10 poäng.

24.

Datum för julafton kan skrivas så här: 24-12-24

Siffersumman är delbar med 3.

Hur många datum under år 2024 har en siffersumma som är delbar med 3?

Facit: 120 datum

Lösning: 10 varje månad = 120