

# Drama och humor som verktyg i matematikundervisningen

Ett gott skratt förlänger livet, sägs det. En klurig gåta eller rolig historia kan också fånga elevernas uppmärksamhet och leda till eftertanke. Här berättas om drama som representationsform och lektioner med matematiska vitsar och gåtor.

När vi talar om representationer i matematikundervisning är det vanligast att tänka på *skrivna* representationer, inte minst grafer, geometriska figurer och matematiska symboler. Piagets efterföljare Jerome Bruner tog även med *gestaltande* representationer på listan av representationer, jämte konkreta föremål (från klossar till linjaler) och vanligt språk. *Gester* kan i matematik användas för att illustrera exempelvis antal, riktning, vinklar, former och storleksjämförelser. Gestaltande aktiviteter, eller *drama*, är ett bredare begrepp än gester och kan kort beskrivas som något som sätter igång tankar hos deltagarna genom att kombinera estetik med pedagogik, gärna på ett lekfullt sätt. I en forskningsöversikt lyfter Yasemin Şengün och Tuba İskenderoğlu fram studier som visar att drama i matematikundervisning stimulerar elevernas attityd, kreativitet och lärande från låg- till högstadium. Därför tar denna artikel upp sketcher och humor som exempel på drama som eleverna själva kan författa och uppföra.

Har du hört om datavetaren som förväxlade Alla helgons dag och Juldagen?

I vanliga fall betecknar 31 okt och 25 dec datum, men en inom-matematisk bibetydelse för okt och dec är talbaserna 8 respektive 10. Med den tolkningen gäller faktiskt att  $31 \text{ okt} = 25 \text{ dec}$ . Denna datavetare skulle även kunna förväxla dessa storhelger med första advent om det råkar infalla den 27 nov (vilket nästa gång sker 2027), ty  $31 \text{ okt} = 27 \text{ nov} = 25 \text{ dec}$ .

## Matematiska sketcher som gruppläxa

Under min tid som gymnasielärare och lärarutbildare har jag ibland dramatiserat sketcher när det passar det begrepp som klassen just då arbetar med. Sketchens funktion är att problematisera ett begrepp: Varför behövs begreppet? Vad händer om begreppet definieras på ett annat sätt?

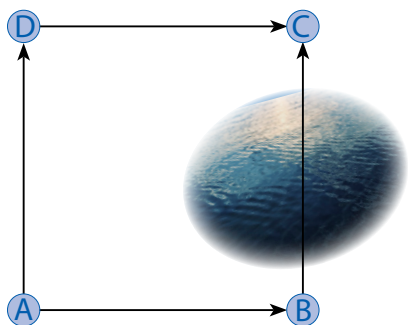
Ett exempel på en sådan sketch är att låtsas sätta ena foten i en spann med nollgradigt vatten och andra foten i en spann med femtiogradigt vatten och påstå att i genomsnitt har jag det ganska skönt. Denna sketch finns på min videologg *Mattemattityd* och poängen med den är att understryka att

för att beskriva en datamängd räcker det sällan med ett lägesmått. Utan ett spridningsmått är lägesmättet i sig självt ofta oanvändbart som information. Andra exempel på teman för sketcher är att problematisera begreppen kommutativ, associativ och distributiv för olika räkneoperationer. I all sin enkelhet ger följande elevproducerade sketcher en god illustration av vad dessa egenskaper betyder i aritmetik.

### Sketch om kommutativitet

En grupp gjorde en sketch om att multiplikation är kommutativ. Elev 1 spelade vaktmästare och fick besök av elev 2 och elev 3 som kom in och klagade över att datorn var  $20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$  och därför inte fick plats i datorväskan, vars innermått var drygt  $30\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ . Vaktmästaren förklarade att "ja, men om ni vrider  $20 \times 30$  ett kvarts varv så blir det  $30 \times 20$  och då får datorn plats i datorväskan". Elev 2 såg först tveksam ut men provade förslaget och elev 3 utbrast sedan "ja minsann, det fungerar ju faktiskt!".

Sedan finns det förstås exempel som komplicerar detta med den kommutativa lagen för addition och multiplikation. Tänk dig att du är ute och orienterar och ska ta dig från A till C på kartan. Om du springer längs vektorerna  $AB + BC$  blir du blöt om fötterna i kärret och därför är vägen  $AD + DC$  bättre.



På samma sätt är det skillnad på att i gymmet två gånger lyfta 50 kg ( $2 \cdot 50\text{ kg}$ ) och att 50 gånger lyfta 2 kg ( $50 \cdot 2\text{ kg}$ ). I dessa fall blir den geografiska slutpositionen respektive det totala fysikaliska arbetet detsamma, men skillnaden är att vi har lagt på bivillkor som gör att tolkningen blir olika, nämligen att vi behöver gummistövlar respektive muskler som är stora nog.

### Sketch om associativitet

En annan grupp undersökte begreppet associativ i relation till addition. De låtsades fundera över om en sträcka  $1 + 2 + 3\text{ dm}$  blev olika lång om man först bytte  $1 + 2\text{ dm}$  mot  $3\text{ dm}$  och sedan adderade  $3 + 3\text{ dm}$  eller först bytte  $2 + 3\text{ dm}$  mot  $5\text{ dm}$  och adderade det till  $1\text{ dm}$ .

### Sketch om prioritetsregler

En elevgrupp illustrerade prioritetsreglerna för addition och multiplikation som en sketch i en butik. Två personer kommer in i butiken och ska köpa en tv-skärm à 5 000 kr och två HDMI-kablar à 100 kr stycket. Säljaren räknar ihop beloppet som  $5\,000 + 100 \cdot 2 \rightarrow 10\,200$  kronor. Följande dialog utspelade sig:

- Köpare A Det låter mycket. Om jag först betalar endast tv:n och sedan en kabel i taget blir det ju bara 5 200 kronor.
- Köpare B Det verkar spela roll i vilken ordning man räknar eftersom ordningen  $2 \cdot 100 + 5\,000 = 5\,200$  kronor blir det lägre priset. Vi måste nog komma överens om hur multiplikation och addition fungerar tillsammans.

## Matematiska vitsar i undervisningen

Under min tid som gymnasielärare har jag ibland berättat en vits som passar det ämnesområde som klassen arbetar med eller sedan tidigare är bekanta med. Om några elever verkar förstå det roliga eller åtminstone nördiga i vitsen, så frågar jag om de vill förtydliga för resten av klassen vad som är det humoristiska med vitsen. En gång blev en vits särskilt lyckad. Vitsen var av den sort där personerna är en ingenjör, en fysiker och en matematiker som använder metoder typiska för sin profession:

En ingenjör, en fysiker och en matematiker skulle var och en få så mycket mark de kunde omsluta med 160 m taggtråd. Ingenjören vek taggtråden i fyra lika längder, mätte upp räta vinklar och gjorde en kvadrat. Fysikern räknade ut den cirkelradie som hör till omkretsen 160 m och gjorde en cirkel. Matematikern knipsade av en meter taggtråd, vred det runt midjan och sa "jag står utanför".

Klassens reaktion var att efter några enstaka sekunder småskrattade några och några andra drog på munnen. Efter ytterligare nära 20 sekunder började en elev storskratta ohejdat och drog med sig delar av klassen i skrattet. Vitsen är en matematisk variant av Drottning Didos problem och "homestead act 1862" i USA där nybyggare mycket billigt fick köpa en halv kvadratkilometer land mot att de odlade upp den. Enligt en grekisk legend fick Drottning Dido så mycket land som hon kunde omsluta med en oxhud. Hon skar oxhuden i strimlor och omslöt ett område stort nog att bygga en borg runt vilken Kartago byggdes.

Att använda matematiska vitsar i undervisningen kan vara både utmanande och skapa viss uppsluppenhet. Härnäst beskriver jag några olika typer av matematiska visar och avslutar artikeln med att föreslå hur en gruppaktivitet som utgår från en vits kan se ut.

### Ord med flera betydelser

En typ av vitsar är gåtor i form av ordlekar med en inom-matematisk betydelse och en utom-matematisk betydelse av samma ord. Ett exempel på en sådan ordlek är följande gåta:

Vilket är det mest udda primtalet?

Två, eftersom alla andra primtal är udda.

Den utom-matematiska betydelsen av ordet *udda* är ju *avvikande* och talet två avviker ju från övriga primtal genom att i matematiska mening vara ett jämnt istället för ett udda tal. Sådana vitsar har fördelen att de går att välja så att de passar det matematikområde som klassen arbetar med eller har kunskaper om. De går att översätta mellan olika språk om orden har samma dubbla betydelse. Vitsen fungerar dock inte om man kallar udda tal för ojämn. Gåtor som leker med inom-matematiska och utom-matematiska betydelser kan ibland fungera för att introducera en och annan matematikterm.

Vad är motsatsen till en krokig vinkel? En rak vinkel

Svaret syftar på vad begreppet rak vinkel ( $180^\circ$ ) innebär. En annan variant av dubbeltydiga vitsar är att leka med matematiska symboler som kan ha en annan betydelse i vardagsspråk, som i följande vits.

Vet du hur många sekunder det är på 6 veckor? Ja, 10!

Detta svar är faktiskt korrekt även om det kräver en del räknande för att se att det stämmer.  $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 60^2 \cdot 24 \cdot 7 \cdot 6$ . Denna vits lyfter skillnaden mellan den inom-matematiska betydelsen av utropstecken och den språkliga betydelsen av samma tecken.

### *Korrekt begrepp i fel sammanhang*

En museibesökare får av den sommarvikarierande guiden reda på att en historisk lämning är 8500 år och fem veckor. Museibesökaren frågar hur man så noggrant kan bestämma åldern. Sommarvikarien svarar: "När jag började här för fem veckor sedan var den 8500 år gammal".

I ren matematik är denna addition helt korrekt, men i tillämpad matematik är ofta fysikaliska mätvärden avrundade. En variant på just detta är att en ren matematiker kan påstå att  $0,5 = \frac{1}{2}$  medan en tillämpad matematiker endast vågar påstå  $0,5 \approx \frac{1}{2}$ .

Felet att förväxla tillämpad och ren matematik är vanligare än man kan tro. Många recept använder anglosaxiska enheter (imperial units) och översätter 4 ounces med 113 gram när avrundning till 100 gram (i varje fall 110 g) förmodligen skulle fungera lika bra. Samma sak gäller när du förväntas sätta ugnen på  $232^\circ\text{C}$  (400 Fahrenheit) när  $225^\circ\text{C}$  är det som vi vanligen använder.

Nästan alla människor har fler fingrar än genomsnittet.

Vitsen ovan och många andra har formen av aforismer som komiskt lyfter fram egenskaper som annars kan vara svåra att lägga märke till hos ett begrepp. Just denna vits illustrerar att i några sammanhang passar typvärde bättre som lägesmått än aritmetiskt medelvärde, som för denna aforism förmodligen är ungefär 9,99.

### *Stereotyper av matematiker*

En biolog, en statistiker och en matematiker är på promenad vid en svensk fågelsjö och får se en svart svan. Fantastiskt, en raritet! utropar biologen. Statistikern svarar: Asch, det går väl inte att dra några säkra slutsatser av bara en observation. Matematikern replikerar: Men det enda vi egentligen vet är att ena sidan på svanen är svart.

Denna typ av vitsar understryker skillnader i hur olika professioner arbetar. För en biolog kan det räcka med ett belegg i form av ett fotografi av god kvalitet. För en matematiker är kraven på bevis däremot mycket strikta.

### *Homofoner*

Homofoner är likljudande ord. Ta exempelvis denna engelska ordvits:

Why is 6 afraid of 7? Because 7 8 9.

Översatt till svenska blir svaret att "7 åt upp 9", vilket ju inte är fallet om siffrorna utläses på svenska. Ordleken bygger enbart på homofoner och sådana går sällan att översätta mellan olika språk. De saknar egentligt matematiskt innehåll, så därför är de möjligen perifert intressanta för lektioner om homofoner i engelska men knappast i matematik. Detsamma gäller vitsar där olika matematiska symboler ska utläsas för att bilda en icke-matematisk mening:

$\sqrt{(-1)} 2^3 \sum \pi$  utläst som "I ate some pie".

## Gruppkativitet om att förklara matematiska vitsar

En gruppaktivitet om matematiska vitsar kan ha följande upplägg. Läraren berättar en vits som eleverna får hjälpa till att förklara det roliga i. Nästa steg är att ge en gruppvis läxa med följande instruktion.

1. Eleverna får anvisningar om vilket som är den matematiska frasen som de behöver ta reda på för att förstå vitsen. I den inledande vitsen om taggtråden kan anvisningen exempelvis vara att slå upp ordet *komplement till mängd* och att illustrera detta grafiskt i ett Venndiagram.
2. Eleverna får också förslag på källor, exempelvis matematiska ordböcker såsom *Matematiktermer för skolan*.
3. Eleverna får ta hjälp av vem som helst, men matematikläraren ger hjälp tidigast skoldagen efter att de fått läxan och senast lektionen före redovisningen.
4. Alla grupper ska redovisa läxan inför klassen en vecka senare.

Matematiska sketcher kan introduceras på ett liknande sätt, men då är uppgiften för eleverna att göra en (gärna rolig) sketch av ett matematiskt begrepp, samband eller påstående.

### Didaktiskt olämpliga skämt

En typ av vitsar är beräkningar med grova fel som tar ut varandra, exempelvis.

$$\frac{64}{16} = \frac{\cancel{6}4}{\cancel{1}6} = \frac{4}{1} = 4$$

Sådana vitsar är olämpliga eftersom en och annan elev misstar detta som en korrekt lösning. Ett undantag från detta är när man vill visa vad som händer när man dividerar med noll. Ekvationen  $A + A = A$  har ju lösningarna noll och oändligheten. Men om vi dividerar med  $A$  så blir ekvationen  $2 = 1$ , alltså en motsägelse. Sensmoralen är: Dividera aldrig med 0 och inte heller med  $\infty$ .

#### LITTERATUR

- MacHale, D. (2022). *Comic Sections Plus: The Book of Mathematical Jokes, Humour, Wit and Wisdom*. Logic Press.
- Şengün, Y. & İskenderoğlu, T. (2010). A review of creative drama studies in math education: aim, data collection, data analyses, sample and conclusions of studies. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 9, 1214–1219. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.309>
- Videologgen Mattemattityd  
<https://play.mau.se/channel/Mattemattityd/611359>