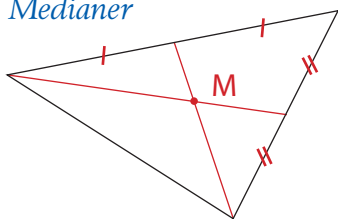


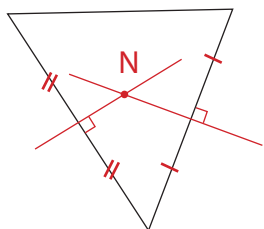
Sagt & gjort

Undersök och finn den optimala lösningen

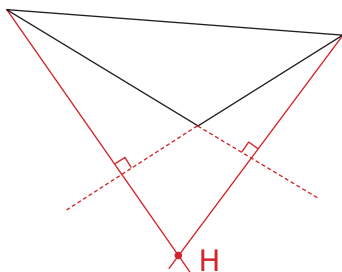
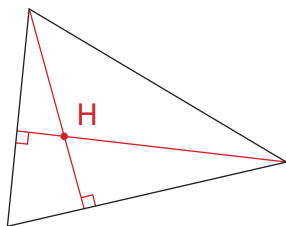
Medianer



Mittpunktsnormaler



Höjder



Matematik handlar om att hitta system och strukturer, kanske i något som kan tyckas onyttigt och lite nördigt, men som ändå visar sig vara intressant och utmanande.

En klass fick undersöka den inbördes placeringen av olika linjer i godtyckliga trianglar, det vill säga rita höjder, medianer och mittpunktsnormaler.

Det var möjligen känt av eleverna att i de tre fallen skär linjer av samma slag (eller deras förlängning) varandra i samma punkt innanför eller utanför triangeln. Det skulle lätt kunna visas på en exakt teckning.

När eleverna hade blivit bekanta med att rita de tre sorternas linjer noggrant kunde de inse att det i fortsättningen inte var nödvändigt att rita till exempel alla tre medianerna för att markera punkten M, utan de kunde nöja sig med två medianer. De kunde då gå vidare till själva undersökningen.

Undersökning av trianglar

Eleverna skulle rita en godtycklig (helst stor) triangel och så långt det var möjligt undvika att triangeln för mycket liknade en rätvinklig, likbent eller liksidig triangel. Detta var inget krav, men det skulle underlätta undersökningen.

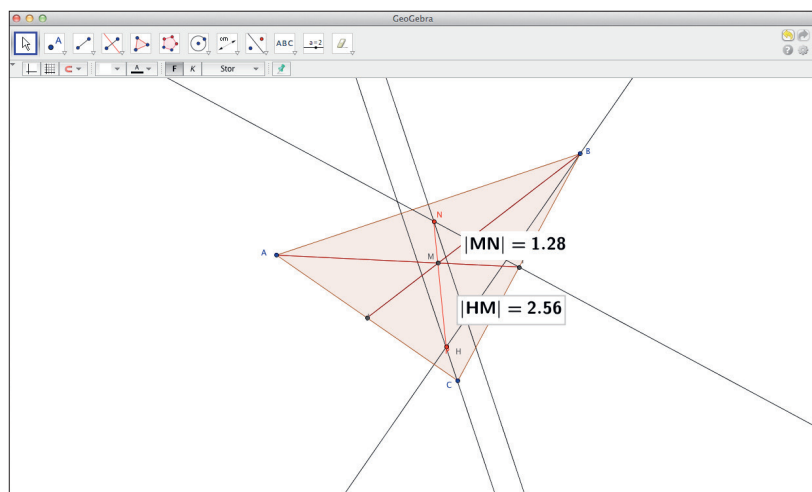
- ♦ Rita triangelns medianer.
Deras gemensamma skärningspunkt kallas M.
- ♦ Rita triangelns mittpunktsnormaler.
Deras gemensamma skärningspunkt kallas N.
- ♦ Rita triangelns höjder.
Deras gemensamma skärningspunkt kallas H.

I alla trianglar finns det två olika kopplingar mellan punkterna M, N och H. Hitta dessa samband.

Resultat

Det är naturligt att använda ett geometriprogram som Geogebra för undersökningen då det är lätt att ändra formen på triangeln och på så sätt få en idé om samband mellan M, N och H.

Det visar sig att punkterna M, N och H alltid ligger på en rät linje. Dessutom gäller det att avstånden från H till M är dubbelt så stor som avstånden mellan M och N.



Euler-linje

Det här handlar inte om ett faktiskt matematiskt bevis, utan om att göra ett samband mer troligt. Linjen HMN kallas för en Euler-linje efter den schweizisk-tyske matematikern Leonhard Euler, som bevisade sambandet mellan punkterna. Hur han bevisade det är dock inte känt.

Svend Hessing



Leonhard Euler (1707–1783)

Denna text har tidigare varit publicerad i *Matematik 2021:2* som är Nämningens danska motsvarighet.