

En vanlig uppgift i ett ovanligt sammanhang

En standarduppgift om gymkorts kostnad används för att skapa reflektion och diskussion kring ett nytt matematikområde. Eleverna ges gott om tid att utforska egna metoder för att hitta olika lösningar.

I den nya kursplanen i matematik från 2022 finns härledda enheter och proportionalitet med som nya moment. Dessa moment är i fokus för ett matematikprojekt inom ULF vid Malmö universitet. ULF står för Utbildning, Lärande, Forskning och bedrivs vanligen som praktisknära aktionsforskning. Just denna artikel beskriver en lektion där elever i årskurs 7 arbetar med en gruppuppgift. Uppgiften är vald med syftet att låta eleverna utforska egna metoder för att komma fram till lösningsförslag. Uppgiften är även en introduktion till begreppet proportionalitet och kräver enhetsanalys. Vidare är det viktigt att fånga eleverna där de befinner sig för att uppbåda en ökad nyfikenhet och bringa en djupare förståelse samt för att bidra till fler lösningsstrategier.

Arbetsmetod i klassrummet

Vi har sedan tidigare arbetat en del med Jo Boalers uppgifter och teorier. Jo Boaler är professor vid Stanford University och författare till bland annat *Elefanten i klassrummet*. I planering av gruppuppgiften har vi tagit fasta på tre av hennes teorier. För det första menar Boaler att det som hon kallar "ensidig undervisning" där läraren visar och eleven imiterar hindrar elevers matematiska utveckling. Vi vill därför komma ifrån detta i både vår uppgift och i vår undervisning. Den andra av Boalers teorier som vi har arbetat efter är betydelsen av "felen" i matematiken. För att eleverna ska känna sig trygga i att arbeta med öppna frågeställningar är det viktigt att vi poängterar att fel kan leda till lärtillfällen och utveckling. Detta lyfter vi ofta för eleverna för att tydliggöra vikten av diskussion kring olika tankegångar och lösningsförslag. Den tredje teorin som vi tagit fasta på är att tidspress skapar stress och ett statiskt tänkande. Vi har därför gett grupperna gott om tid till uppgiften.

I elevgruppen är det flera som saknar tillit till sin egen förmåga och upplever det därmed jobbigt att diskutera matematik i ett större sammanhang. Därför är det viktigt att använda arbetsmetoder som skapar trygghet. För att trots det få igång bra diskussioner i klassrummet har vi skapat mindre grupper på tre personer och det har visat sig ge bra effekt för engagemang och inläring. För att elevgrupperna ska ta del av varandras tankegångar har vi använt oss av tvärgruppsdiskussioner. Ofta avslutar vi med helklassdiskussion. Ett passande namn för denna metod är PTA (*Par, Tvärgrupp, Alla*).

Som lärare är det givande att gå runt och lyssna på diskussionerna, ställa följdfrågor, reda ut eventuella frågetecken och bekräfta enskilda elever. Gruppernas tankar har stått i centrum och samband har eftersökts, rimlighet och enheter analyserats samt flera olika sätt att lösa eller redovisa en given uppgift har diskuterats.

Ämnesinnehåll med förarbete och redovisad uppgift

Som vi tidigare nämnde är fokus inom ULF-projektet enhetsanalys och proportionalitet. Vi har jobbat brett kring enhetsanalys och vår gymkortsuppgift, se nedan, fungerade som en inkörsport till proportionalitet utifrån grafer. Uppgifter inom enhetsanalys som behandlats sedan tidigare i årskurs 7 är bland annat en uppgift som handlade om att äta kakor på tid. Uppgiften mynnade ut i diskussioner kring lämpliga enheter såsom kakor/sekund eller sekunder/kaka. Eleverna har även arbetat med proportionalitet och härledda enheter, till exempel kronor per kilogram och kronor per liter. I vanliga fall presenterar vi inte räta linjens ekvation och proportionalitet ur diagram i årskurs 7, vilket innebär att uppgiftstypen var okänd mark för eleverna.

En central anledning till valet av gymkortsuppgiften är förhoppningen att upptäckarlusten hos eleverna ska generera förståelse och engagemang samt viljan att veta mer, effektivisera och se olika lösningsstrategier. Detta ger en grund inför kommande utvidgning av proportionalitetsbegreppet.

Gymkort

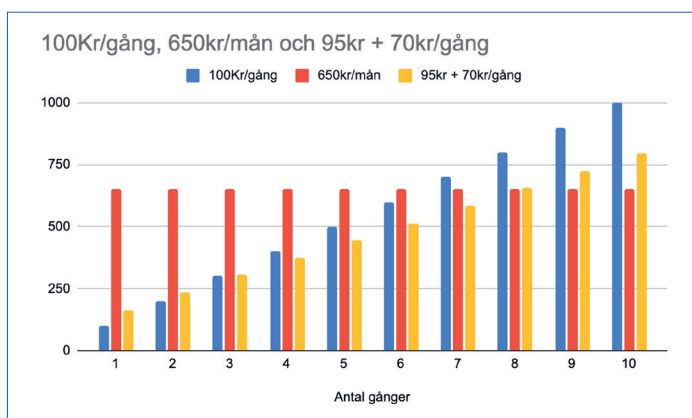
Du ska börja träna på gym i Lomma. Gymmet har olika betalningsalternativ som du kan välja mellan.

- Vilket alternativ vill du välja? Motivera.
- För vilka personer passar de olika alternativen? Motivera.

Lommas gym	
Betala per träning	100 kr/ gång
Månadskort	650 kr/ månad
Träning för medlemmar	Fast avgift 95 kr + 70 kr /gång

Flera grupper började diskutera och testa olika antal tillfällen på gymmet. Strax därefter började även många använda sig av tabeller för att lättare få struktur på sina exempel. Då grupperna jobbat med uppgiften ett tag blev följdfrågan om och i sådana fall hur uppgiften skulle kunna redovisas i form av ett diagram. Tre olika huvudtyper av diagram producerades i klassrummet vilket speglade elevgruppernas varierande sätt att tänka.

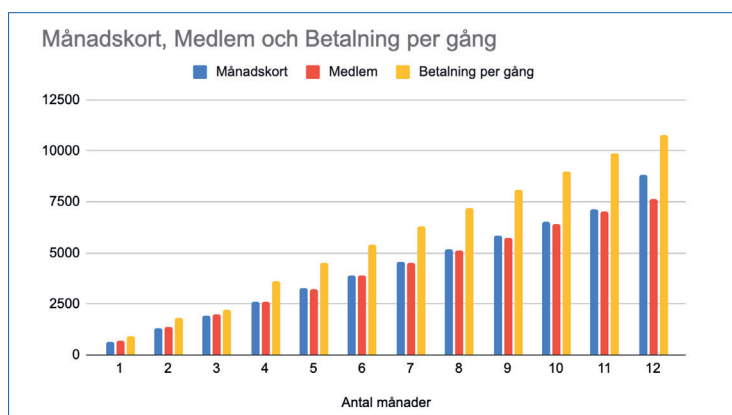
Elevlösning grupp A



Stolpdiagram för total kostnad under en månad.

Elevgrupp A föreställde sig ett stolpdiagram som redovisningsmetod. Detta ligger troligtvis nära till hands utifrån de erfarenheter eleverna har sedan tidigare. Under vårterminen har de i matematikundervisningen arbetat med bland annat stolpdiagram. Vid dessa tillfällen har eleverna använt sig av stolpdiagram med frekvens på den lodräta axeln och exempelvis antal syskon eller lästa böcker på den vågräta axeln. De verkar ha tagit inspiration av detta genom att ha antal gymbesök på den vågräta axeln och kostnaden på den lodräta axeln. Genom användandet av olika färger för de olika gymkortsalternativen kan en tydlig relation mellan deras färger för de olika gymkortsalternativen kan en tydlig relation mellan deras färger vid ett visst antal träningstillfällen urskiljas. Exempel på följdfrågor som senare diskuterades i helklass var: Hur förhåller sig stapeldiagrammet till linjediagrammet som en del andra grupper skapade? Vilket diagram är effektivast? Kan det vara olika effektivt vid olika situationer?

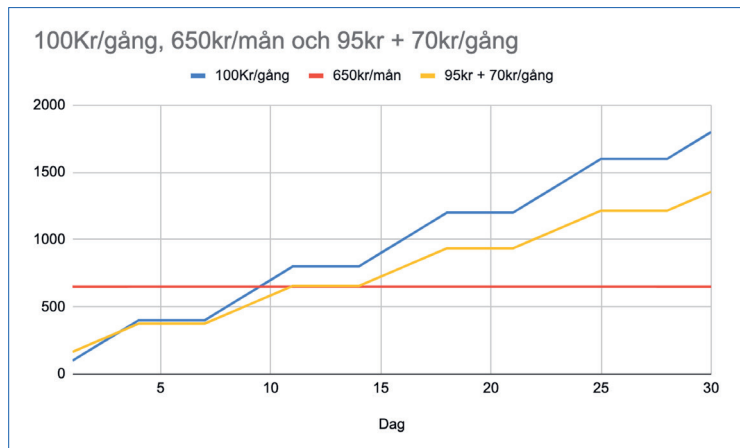
Elevlösning grupp B



Stolpdiagram för total kostnad under ett år.

I elevgrupp B som också använde sig av stolpdigram uppstod diskussioner om hur medlemsavgiften på 95 kronor i det ena gymkortsalternativet skulle hanteras. Slutligen beslutades det att medlemskapet borde gälla ett år innan det förnyas och slutsatsen drogs därmed att avgiften på 95 kronor minskade i betydelse om träningsperioden antogs vara ett år och inte en månad. Gruppen var ensam om att ha dessa funderingar uttalade från början vilket är en intressant indikator på att tankegångarna gick i både det lilla och stora perspektivet. Med tanke på rimlighet räknade gruppen med nio tränings-tillfällen per månad året om. De valde därför att utgå från det i sitt diagram och kom fram till följande: *Under ett år tjänar man 1145 kr på ett medlemskort istället för månadskort. Efter 4 månader tjänar man inte längre på månadskort. Att betala per gång lönar sig aldrig då man tränar 9 ggr/månad.* (Gruppen visade sig dock ha ett räknefel på månad tolv och skillnaden mellan månadskort och medlemskortet är endast 145 kr). Denna redovisning och slutsats blir grunden till nya frågor att besvara och att jobba vidare med. Exempelvis motivering till brytpunkten för att det under ett år ska bli mest kostnads-effektivt med ett månadskort.

Elevlösning grupp C



Linjediagram för totalkostnad som funktion av månadens datum.

Elevgrupp C valde att göra varianter där x-axeln inte består av antal träningsstillfällen utan istället månadens alla dagar. Det innebär att "vilodagarna" utan träning också framgår i diagrammet. Gruppen utgick från ett schema med träning fyra dagar följt av vila i tre dagar. Vid första anblicken blev vi överraskade över detta sätt att tänka. Valet av diagram blir inte lika förvånande efter fundering kring vad eleverna har i ryggsäcken. Det var inte alltför länge sedan som eleverna var ute och vandrade och ritade en graf över sin promenad. Dessutom har eleverna genom åren sett flera olika varianter av dessa diagram. Intressanta diskussionsfrågor här blir exempelvis om det har betydelse hur man tränar. Fyra dagar och sedan vila tre dagar eller varannan dag? Har antalet dagar i månaden betydelse?

Sammanfattning

Uppgiften *Gymkort* är i sig en standarduppgift. Det som gör den intressant är målet med uppgiften. Eleverna har sedan tidigare arbetat med olika diagram, härledda enheter och med begreppet proportionalitet, men här är det första gången de uppmanas till olika redovisningsformer. Att utsätta eleverna för en ny frågeställning och redovisningsform leder till att läraren får insyn i elevernas sätt att tolka problemet, vilka matematiska uppfattningar som råder och vilka verktyg de använder. Det tilltalar oss att jobba med större uppgifter som inbjuder till olik tänkande och diskussioner om till exempel fördelar och nackdelar. Det är viktigt att låta dessa diskussioner ta tid och att användning av olika metoder för att komma fram till och analysera "svarsförslag" premieras.

Klassen är van att jobba i olika konstellationer med mer omfattande problem av varierande slag och vid tillfällena för dessa övningar har ett stort engagemang och intresse för matematik hos eleverna noterats. Trots att alla arbetar med samma uppgift blir det en naturlig individuell anpassning då alla arbetar utifrån sina erfarenheter och utvecklas därifrån. En del uppgifter vi jobbar med är direkt inledande inför nästkommande arbetsområde medan det i andra fall, som i exemplet ovan, ger en försmak av kommande matematikundervisning.

Kort analys av uppgiften

Medlemsavgiften på 95 kronor gav eleverna något att fundera över då det inte var många som stött på begreppet tidigare. I uppgiften framgår det inte heller hur ofta denna avgift ska betalas så den diskussion som följde var högst befogad. Förslaget att den ska betalas vid varje tillfälle avväjdes snabbt då påståendet ansågs osannolikt efter jämförelse med de övriga kortens prissättning. Kvar fanns då alternativet att avgiften betalas månadsvis, årsvis eller efter en längre tid. Slutsatsen drogs att det oftast handlar om årsvisa medlemskap men att variationer finns. Lärdomen som vi tar med oss är att poängtera hur viktig kommunikationen är då öppna uppgifter kan tolkas på flera sätt. När uppgiften konstruerades gjordes "en standarduppgift" inom samband och förändring utan reflektion över hur medlemsavgiften skulle hanteras. Utformningen gjorde uppgiften mer intressant och öppen vilket visades av elevernas kloka funderingar och reflektioner.

Att utgå från eleverna

Erfarenheterna av gymkortsuppgiften visar hur berikande det är för alla parter att låta eleverna arbeta utifrån förkunskaper och egna tankar istället för att ha en lärarstyrd genomgång följt av en rad likadana uppgifter. Många elevers tankar läses då till ett begränsat sätt att ta sig an uppgifter. Utan förståelse och förankring i förkunskaper blir konsekvensen en kortvarig utantillkunskap.

Avslutningsvis är det av högsta vikt att eleverna får tid att reflektera över sina egna och andras tankar och att man utan en känsla av att bli bedömd kan diskutera fördelar, nackdelar, tydlighet och effektivitet mellan olika slags redovisningar. Efter detta är det dags att befästa sina nya kunskaper och arbeta med liknande uppgifter men utifrån olika infallsvinklar. Så fortsätter vi att försöka finna den perfekta vägen mellan omfattande, resonerande uppgifter och repetition med befästade kunskaper.

