

Theodorus kvadratrotspiral

Författaren beskriver hur kvadratrotspiralen konstrueras och inspirerar till matematiska konstverk. Den är enkel att konstruera med bara en linjal och en rät vinkel att börja med.

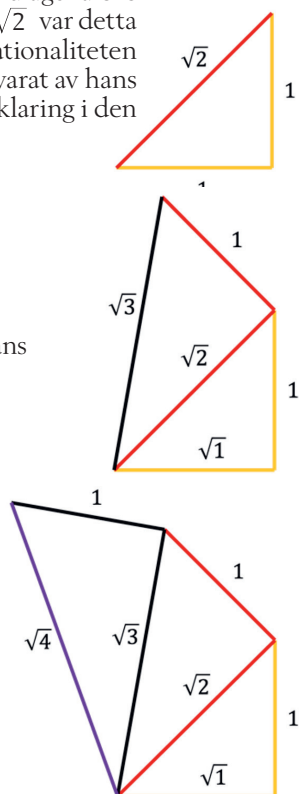
Theodorus från Kyrene (ca 465 fKr – 398 fKr) var en grekisk filosof och matematiker, och dessutom Platons lärare i matematik. I Platons dialog Theaitetos berättas om hur Theodorus visade att kvadratroten ur de positiva heltalen 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15 och 17 är irrationella tal. På den tiden fanns inte begreppet irrationellt tal. Denna egenskap för $\sqrt{2}$ beskrevs som att:

diagonalen i en kvadrat med sidan en längdenhet är inkommensurabel med kvadratens sida.

Det betyder att det inte går att uttrycka kvoten av diagonalens längd och sidans längd som ett rationellt tal. För $\sqrt{2}$ var detta känt sedan tidigare. Hur Theodorus visade irrationaliteten är inte helt klarlagt eftersom ingenting finns bevarat av hans arbete. Att han stannade vid $\sqrt{17}$ kan få sin förklaring i den kvadratrotspiral som är uppkallad efter honom.

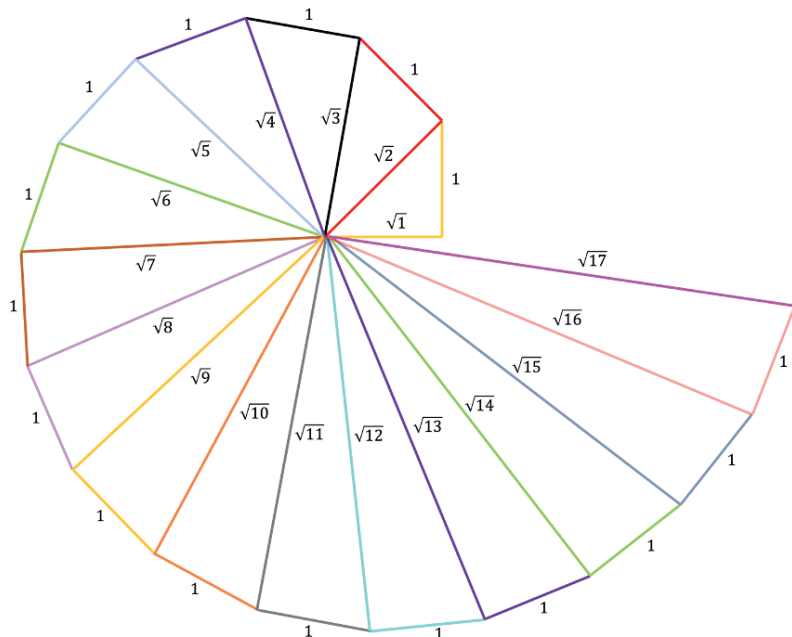
Spiralen konstrueras på följande sätt

- ♦ Börja med en likbent rätvinklig triangel med kateterna vardera en längdenhet. Hypotenusans längd beräknas med Pythagoras sats till $\sqrt{2}$.
- ♦ Låt hypotenusan bli katet i en ny rätvinklig triangel. Den andra kateten fixeras till en längdenhet. Den nya hypotenusans längd beräknas med Pythagoras sats till $\sqrt{3}$.
- ♦ Fortsätt på samma sätt med en ny rätvinklig triangel.

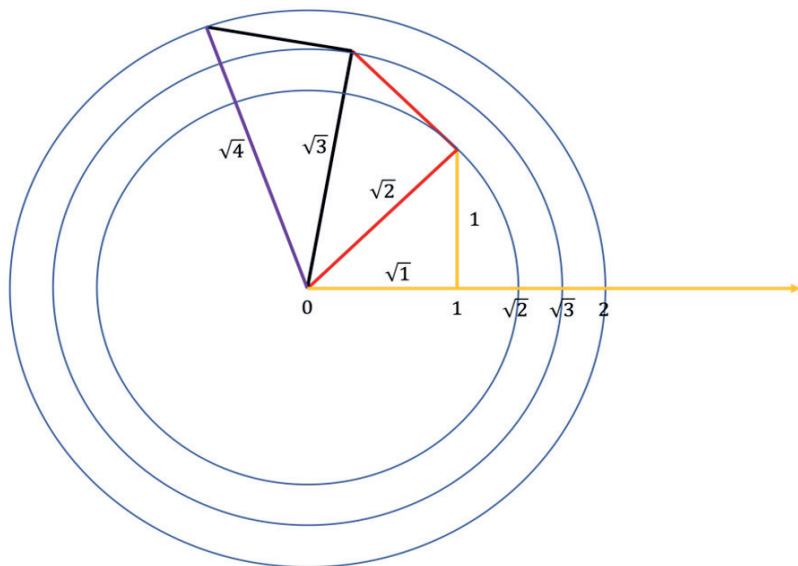


16 trianglar blir nästan ett varv

Efter ett antal upprepningar erhålles Theodorus kvadratrots spiral. Ett matematiskt konstverk! Kvadratroten ur de hela talen visualiseras på elegant sätt.



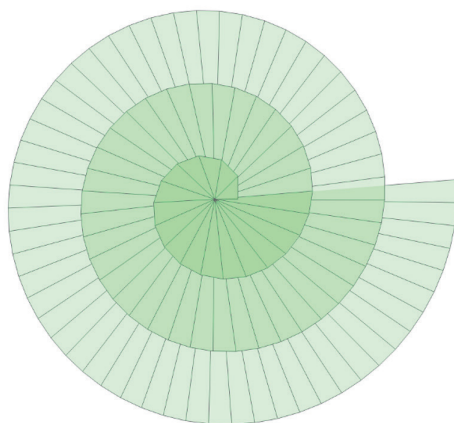
Kanske stannade Theodorus vid $\sqrt{17}$ för att nästa rätvinkliga triangel skulle överlappa den första. Koncentriska cirklar med medelpunkt i triangelnars gemensamma punkt avsetter kvadratrötterna $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4} \dots$ på tallinjen enligt figuren.



Hypotenusorna sammanfaller aldrig

Om triangelarna tillåts överlappa varandra kan spiralen växa hur långt som helst.

År 1958 bevisade Kaleb Williams att inga hypotenusor någonsin kommer att sammanfalla, oavsett hur långt spiralen fortsätter.



Skapa ett konstverk med kvadratspiralen

