



Konstruera geometri med GeoGebra

I detta temanummer om digitala verktyg presenterar vi tre nya GeoGebra-problem. Uppgifterna innehåller geometriska konstruktioner som skapas i GeoGebra. Därefter görs en uppskattning av förhållandet mellan olika areor. Slutligen beräknas en given area med hjälp av programmet. En utökning av problemet för gymnasienivå är att beräkna arean utan att ta hjälp av programmet.

4452 Liksidig triangel och tre hexagoner

I figuren är en liksidig triangel $\triangle ABC$ med sidan 7 le given.

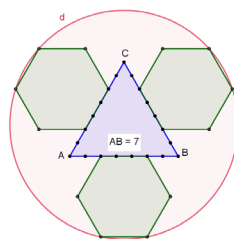
Sidorna i triangeln är delade i sju lika långa delar.

Vidare är tre hexagoner ritade mot triangelns sidor som är 3 le.

Runt hexagonerna är cirkeln **d** ritad.

Konstruera figuren med hjälp av GeoGebra och uppskatta storleken på arean av cirkeln **d**. Skriv ner din uppskattning.

Använd sedan GeoGebra för att beräkna ett exakt värde på arean av cirkeln **d** och jämför med din uppskattning.



4453 Flera liksidiga trianglar

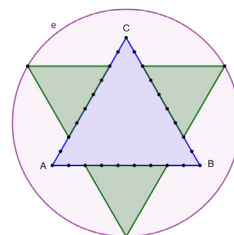
I figuren är en liksidig triangel $\triangle ABC$ med sidan 9 le given.

Triangelns sidor är delade i nio lika långa delar.

Mot varje sida ritas en liksidig triangel med sidan 5 le som figuren visar. En cirkel **e** är ritad kring triangelarna.

Konstruera figuren med hjälp av GeoGebra och uppskatta storleken på arean av cirkeln **e**. Skriv ner din uppskattning.

Använd sedan GeoGebra för att beräkna ett exakt värde på arean av cirkeln **e** och jämför med din uppskattning.



4454 Kvadrat med cirkelbåge

I figuren är en kvadrat ABCD med sidan **a** le given.

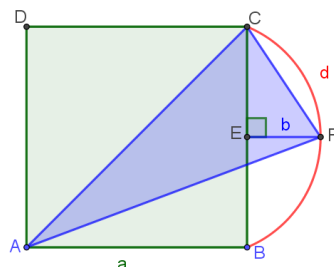
Punkten E är mittpunkten till sidan BC.

Avståndet från E till cirkelbågen **d** är $EF = b$, där $b = 1/3 a$.

Konstruera figuren med hjälp av GeoGebra.

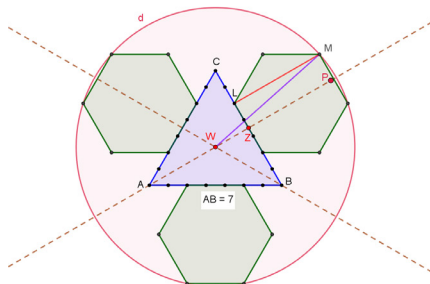
Gör en uppskattning av triangelns area och beräkna kvoten $\frac{\text{Area}_{\triangle AFC}}{\text{Area}_{ABCD}}$ och skriv ner ditt svar.

Använd sedan GeoGebra för att beräkna ett exakt värde på kvoten och jämför med din uppskattning.



Svar

4452 Svar: $Area_{cirkel} = \frac{163}{3} \cdot \pi$



Länk: www.geogebra.org/m/n36ffxvy

Lösningsförslag utan GeoGebra

4452

$$AZ^2 = 7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 \quad AZ = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$WZ = \frac{1}{3} \cdot AZ = \frac{7}{6} \cdot \sqrt{3}$$

$$LM^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(120^\circ) = 27$$

$$LM = ZP = 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$WP = WZ + ZP = \frac{7}{6} \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} = \frac{25}{6} \cdot \sqrt{3}$$

$$WM^2 = WP^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{625}{36} \cdot 3 + \frac{9}{4} = \frac{625}{12} + \frac{9}{4} = \frac{163}{3}$$

$$R = WM \quad R^2 = \frac{163}{3}$$

$$Area_{cirkel} = \frac{163}{3} \cdot \pi$$

4453

$$AL^2 = 9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot 9^2 = 60,75$$

$$AL = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9$$

$$NL = \frac{1}{3}AL = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot 9 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

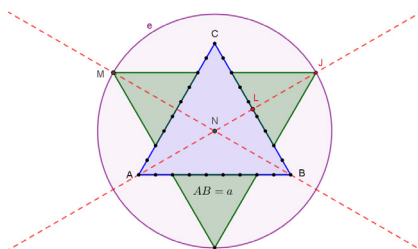
$$LJ^2 = \left(\frac{5}{9}a\right)^2 - \left(\frac{5}{18}a\right)^2 = \frac{75}{324} \cdot 91$$

$$LJ = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$r = NL + LJ = \frac{8\sqrt{3}}{2} \quad r^2 = 48$$

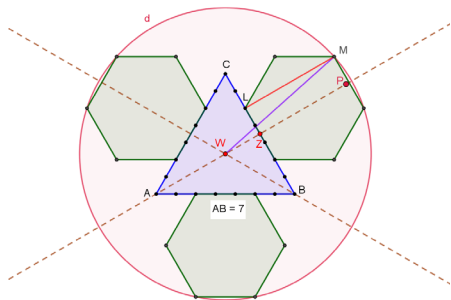
$$Area_{cirkel} = 48 \cdot \pi$$

4453 Svar: $Area_{cirkel} = 48 \cdot \pi$



Länk: www.geogebra.org/m/n36ffxvy

4454 Svar: Kvoten = $\frac{5}{12}$



Länk: www.geogebra.org/m/urtcn85b

4454 Svar: Kvoten = $\frac{5}{12}$

$$b = \frac{1}{3} \cdot a$$

Från $\triangle ABC$ vet vi att $\beta = 45^\circ$
 $AC = \sqrt{2} \cdot a \quad \tan(\gamma) = \frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{3}a}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$

$$\gamma = 33,69^\circ \quad \beta + \gamma = 78,69^\circ$$

$$CF^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{1}{3}a\right)^2 = \frac{13}{36}a^2 \quad CF = \frac{\sqrt{13}}{6}a$$

$$Area_{AFC} = AC \cdot CF \cdot \frac{\sin(78,69^\circ)}{2} =$$

$$\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{13}}{6} \cdot a \cdot \frac{\sin(78,69^\circ)}{2}$$

$$K_{\text{vot}} = \frac{Area_{AFC}}{Area_{ABCD}} = \frac{\sqrt{26}}{12} \cdot \sin(78,69^\circ)$$

$$= 0,4166665685.$$

Güner Ahmet