

Nygamla talmoduler

Matematiklyftet är avslutat men de moduler som togs fram revideras och finns numera på Skolverkets lärportal. Här ges en beskrivning av de nyligen reviderade talmodulerna och förslag på hur de kan användas utifrån en skolas egna behov av fortbildning eller en enskild lärares önskemål att fördjupa sina kunskaper.

För att stärka kvaliteten i matematikundervisningen och öka eleverns måluppfyllelse i matematik genomfördes Matematiklyftet läsåren 2013/14–2015/16 för lärare som undervisar i matematik. En utvärdering av IFAU 2021 visar att cirka 60 % av grundskolans matematiklärare deltog.

En av de mest bärande delarna i satsningen var modulerna, de texter som lärare skulle läsa, diskutera med kollegor tillsammans med beskrivningar av aktiviteter som skulle planeras gemensamt och genomföras med egna elever. Ord som modul, del och moment kommer troligen länge att förknippas med Matematiklyftet. Redan tidigt i satsningen fanns planer på att göra modultexterna mer fristående så att de skulle fungera för lärares kollegiala fortbildning även efter avslutad satsning. Bland de riktlinjer som getts till oss som fått i uppdrag att revidera moduler kan nämnas att texter som direkt handlade om Matematiklyftet skulle tas bort liksom direkta referenser till läroplanen eftersom den både har reviderats och helt säkert kommer att utvecklas i framtiden. Det har också handlat om att få med material riktat till förskoleklassen i moduler som vänder sig till lärare för årskurs 1–3.

De första talmodulerna och de senaste

NCM var med och arbetade fram de första modulerna om tal och tals användning och som inledde hela Matematiklyftet. Sedan dess har mycket hänt och både form och innehåll behövde revideras. De reviderade talmodulerna (F–3, 4–6 och 7–9) innehåller dels nyskrivna texter, dels bearbetade texter från de ursprungliga modulerna. Den största förändringen märks i hur modulerna nu är strukturerade och två principer har varit vägledande i vårt arbete:

- ♦ en vilja att lyfta fram det matematiska innehållet
- ♦ en önskan om progression.

Matematiskt innehåll och didaktiska perspektiv

De åtta delarna i respektive modul är nu namngivna efter det matematiska innehåll som tas upp istället för efter de didaktiska perspektiv som presenteras. Didaktiska perspektiv finns fortfarande med, men genomsyrar nu texterna i flera olika delar samtidigt som de presenteras i egna texter som ett komplement till de mer innehållsfokuserade texterna.

Följande tabell visar hur innehållet fördelar sig över de åtta delarna:

	Matematikinnehåll	Didaktiskt perspektiv
Del 1	Tal (olika sorters tal)	<i>Formativ bedömning</i>
Del 2	Talsystem	
Del 3	Likhet – olikhet	<i>Klassrumsnormer</i>
Del 4	Additiva strukturer	<i>Laborativa material</i>
Del 5	Representationer av tal	
Del 6	Multiplikativa strukturer	<i>Att leda helklassamtal</i>
Del 7	Problemlösning	
Del 8	Resonemang	

Utöver de fyra didaktiska perspektiv som finns uttalade i delarna 1, 3, 4 och 6 bärs modulen också upp av andra didaktiska perspektiv. Dessa handlar om att fokusera kommunikation och resonemang, att använda matematiska modeller och representationer, att arbeta med väl genomtänkta och strukturerade exempel, samt att utmana elever på olika sätt. Ett utforskande arbetsätt återkommer därför i många texter.

Varje del i modulen innehåller två texter att läsa plus en aktivitet att genomföra. Ofta har de båda texterna lite olika karaktär där den ena fokuserar matematiken och den andra det didaktiska perspektivet, men i vissa delar är matematiken och didaktiken hopflätade. Aktiviteten är beskriven på ett sådant sätt att den ska gå lätt att anpassa till olika årskurser inom stadiet.

Progression

Det finns en inbyggd progression på två sätt i de tre talmodulerna. Först är det en progression mellan modulerna genom att olika talområden behandlas i olika årskurser:

- ♦ Modulen för F–3 fokuserar hela tal och tal som antal. När bråk kommer in i på slutet handlar det främst om bråk som del av helhet och del av antal.
- ♦ Modulen för 4–6 introducerar rationella tal med fokus på tal i bråkform.
- ♦ Modulen för 7–9 går djupare in på decimaltal och berör också negativa tal, procent och potenser. På slutet utökas resonemangen kring bråk till en algebraisk kontext.

Den andra progressionen finns inom varje modul genom att första delen tar avstamp i grundläggande taluppfattning, som sedan utökas till hela talsystem och vidare till operationer med tal där addition och subtraktion behandlas före multiplikation och division. Slutligen ges en mer övergripande syn på tals användning i problemlösning och resonemang i modulens två sista delar.

Olika sätt att arbeta med modulen

I rapporten *Lyfter Matematiklyftet matematikkunskaperna?* konstateras att elevernas kunskaper, särskilt på låg- och mellanstadiet, har förbättrats men att skolornas fortbildningskultur inte påverkats i önskvärd omfattning:

Satsningen lyckades inte varaktigt påverka fortbildningskulturen i skolan, vilket var en av målsättningarna. Lärare diskuterade oftare undervisningsfrågor med varandra medan satsningen pågick, men de kollegiala samtalen ebbade ut strax efter att insatsen avslutats. Detta trots att Skolverket även fortsättningsvis tillhandahåller Matematiklyftets utbildningsmoduler på en lärportal. Troligen måste skolledningen tillhandahålla en tydlig struktur för fortbildning och avsätta både tid och resurser för att matematiklärare ska fortsätta utveckla sin undervisning genom kollegialt lärande. (s 24)

Vi vill här föreslå några olika sätt som modulens texter kan användas för att inspirera och bidra till egen eller kollegial fortbildning och utveckling.

Kollegial studiecirkel en termin – eller längre

Den ursprungliga tanken med modulerna var att de skulle fungera som en struktur kring kollegial kompetensutveckling i studiecirkelform. I en sådan studiecirkel samlas en grupp kollegor som alla undervisar i matematik. De träffas regelbundet och följer modulens delar och moment i tur och ordning. Varje del innehåller fyra moment: egen läsning; kollegiala samtal och planering; aktivitet i klassrummet; kollegial uppföljning. Till varje del finns tre texter att läsa och samtala om varav en är en konkret aktivitet som ska genomföras i klassrummet. Till varje moment finns också frågor att reflektera över eller ta som utgångspunkt i den kollegiala diskussionen.

Allra bäst fungerar arbetet med modulen om alla undervisar på samma stadium eftersom alla då läser samma texter och genomför samma eller snarlika aktiviteter. Men eftersom de olika stadierna har fått texter inom samma matematiska och didaktiska innehållsområde så går det också att samtala om innehållet i respektive del även om man läst lite olika texter. Då kan likheter och skillnader mellan olika årskurser när det gäller matematiska och didaktiska frågor komma upp som samtalsämne. Av särskilt intresse kan i så fall vara att fundera över progression mellan årskurser och stadier.

För att arbetet ska fungera bra är det helt avgörande att alla som deltar har en egen elevgrupp att genomföra aktiviteten tillsammans med. För en lärare som vill delta utan att för tillfället ha tillgång till en egen elevgrupp kan en lösning vara att delta i eller observera lektionen hos en kollega. Eftersom var och en av de åtta delarna i en modul tar ungefär två veckor kommer en hel termin att behövas för att genomföra hela modulen.

På grund av statliga bestämmelser om ekonomiskt stöd till skolorna under Matematiklyftet var det nödvändigt att en skola genomförde arbetet med en modul under en termin. Nu finns helt andra möjligheter för en skola att planera utifrån den egna verksamheten. Det finns exempel på skolor där en modul istället genomförs under ett helt läsår. En nackdel med det kan vara att det blir för glest mellan träffarna. Andra skolor har istället valt att arbeta med fyra delar mitt under höstterminen och de övriga fyra delarna vid lämplig tidpunkt under vårterminen. På så sätt kan hänsyn tas till terminsstart och -slut samt exempelvis provperioder.

Taluppfattning och tals användning F-åk 3

1. Tal och antal
2. Talsystem och räkneramsor
3. Likhet – olikhet
4. Additiva strukturer
5. Representationer av tal
6. Multiplikativa strukturer
7. Problemlösning med tal
8. Resonemang med bråk

Den här modulen beskriver och problematiserar undervisning om taluppfattning i skolans tidigare år. Syftet med modulen är att ge en djupare förståelse av elevers utveckling av taluppfattning och nya insikter i hur undervisningen kan planeras, genomföras och följas upp.



Taluppfattning och tals användning, åk 4–6

1. Heltal och bråk
2. Talsystem och talkörer
3. Likhet – olikhet
4. Additiva strukturer
5. Representationer av tal
6. Multiplikativa strukturer
7. Problemlösning med bråk
8. Resonemang med bråk

Välkommen till en modul som beskriver och problematiserar undervisning om taluppfattning i årskurs 4–6 med fokus på tal i bråkform. Syftet med modulen är att ge en djupare förståelse av elever utveckling av taluppfattning och nya insikter i hur undervisningen kan planeras, genomföras och följas upp.



Taluppfattning och tals användning, åk 7–9

1. Heltal och decimaltal
2. Talsystem och Fermiproblem
3. Likhet – olikhet
4. Additiva strukturer
5. Representationer av tal
6. Multiplikativa strukturer
7. Problemlösning med decimaler och potenser
8. Resonemang om bråk och algebra

Välkommen till en modul som beskriver och problematiserar undervisning om taluppfattning i årskurs 7–9 med fokus på tal i decimalform. Syftet med modulen är att ge en djupare förståelse av elevers utveckling av taluppfattning och nya insikter i hur undervisningen kan planeras, genomföras och följas upp.



Hämta inspiration till ett arbetsområde eller en lektion

Som enskild lärare kan du använda en modul som inspiration inför ett nytt arbetsområde eller som variation i undervisningen. Välj ett matematiskt innehåll och gå in i lämplig ålderskategori för att hämta både texter och lektionsförslag och testa något nytt. Rubrikerna på varje del signalerar vilket matematiskt innehåll som fokuseras och i inledningen till varje del förklaras helt kort vad texterna och aktiviteten tar upp, så det bör vara enkelt att hitta det du söker.

Fördjupning av ett innehåll

Ett annat sätt att arbeta med texterna tillsammans är att välja ett innehåll och fördjupa sig i det. Välj exempelvis Del 4: Additiva strukturer. Plocka ut samtliga texter som hör till Del 4 i de tre modulerna och läs dem. Sammantaget ger de en mer övergripande bild av innehållet och kan ge nya tankar om hur innehållet kan anpassas efter olika elever. Kanske finns det elever i de tidiga årskurserna som behöver utmanas, eller elever i de senare årskurserna som behöver få möta enklare uppgifter och representationer. Man kan också fundera på progression utifrån de olika aktiviteterna som föreslås. Även de didaktiska perspektiven beskrivs och exemplifieras på olika sätt i de tre stadierna och kan därför läsas tillsammans för att skapa en djupare insikt. Ibland är texterna snarlika med olika exempel, ibland är det helt olika texter skrivna av olika författare. De frågor som finns formulerade i momenttexterna kan även här användas för att strukturera samtalen.

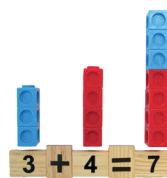
Två exempel på nya texter

Vi avslutar med smakprov på några av de nya texterna som finns att ladda ner. Båda är hämtade från Del 4 som handlar om additiva strukturer.

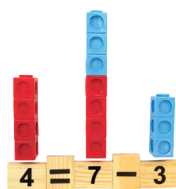
Additiva strukturer, Modul F-3, Del 4

Den här texten handlar om addition och subtraktion, och om hur de hör ihop eftersom de ingår i samma strukturella system. Vi börjar med att besöka en förskoleklass som arbetar med taluppfattning kring talet sju.

Eleverna sitter i ring på golvet. Läraren har en låda och sju små nallar. Idag ska eleverna träna på talet sju och lära sig hur det kan delas upp på olika sätt. Målet är att de så småningom ska automatisera sjukamraterna $0+7$, $1+6$, $2+5$ och $3+4$. Tillsammans räknar alla högt från 1 till 7 när de lägger ner nallarna i lådan. För säkerhets skull håller läraren ut dem och låter eleverna räkna dem en gång utan att hon räknar med, den här gången i en annan ordning. Läraren iakttar vilka elever som är säkra och vilka som inte är det. Därefter skickas lådan runt i ringen. I tur och ordning får varje elev leda en gissningslek. Lisa börjar. Hon tar ut tre nallar som hon gömmer bakom ryggen. Sedan visar hon lådan med de fyra som är kvar för de andra eleverna som ska gissa hur många hon har gömt.



Texten fortsätter sedan i enlighet med följande underrubriker:



Addition och subtraktion hör ihop

Den matematiska teorin

Subtraktion och negativa tal

Undervisning om subtraktion

Ta bort eller jämförelse

Statiskt och dynamiskt i jämförelsesituationer

Delar och helhet i additiva situationer

I samma del finns en aktivitet som handlar om subtraktion som skillnad.

Flervalsuppgifter som underlag för matematiska samtal,

Modul 4–6, aktivitet till Del 4

Den här aktiviteten använder flervalsuppgifter som ett sätt att skapa matematiska samtal i klassrummet. Tid behöver också ägnas åt att elever får träna på procedurer och befästa kunskaper om addition och subtraktion med bråk, men i just den här aktiviteten är det elevernas metakognition som är i fokus. Frågorna och arbetssättet är designade för att stärka elevens förmåga att reflektera och argumentera tillsammans om addition och subtraktion med bråk.

Konstruktion av flervalsuppgifter

Patrik Gustafsson och Andreas Ryve (2021) är två forskare som har studerat användning av flervalsuppgifter som underlag för matematiska samtal. När en sådan uppgift skapas är det viktigt att läraren tänker igenom vad syftet med samtalet ska vara. Viktigast är att uppgiften är utmanande, för om alla elever självklart svarar på samma sätt på frågan är det svårt att få till stånd ett konstruktivt samtal. Utifrån sin och andras forskning har de formulerat tre olika principer för att designa frågor med olika syften.

1. För att generera samtal som berör elevers begreppsliga förståelse bör svarsalternativen innehålla matematiska påståenden som ska värderas, där flera svarsalternativ kan vara rätt beroende på hur frågan tolkas. Ett annat alternativ är en fråga av typen "en ska bort", som innebär att av de alternativ som presenteras hör alla utom ett ihop på något sätt medan ett är annorlunda.
2. För att generera samtal som berör elevers förståelse för procedurer bör svarsalternativen innehålla olika möjliga (korrekta och ibland inkorrekta) lösningar. Diskussionen kan då leda till att eleverna tvingas analysera, diskutera och resonera om huruvida olika strategier och metoder är effektiva och alltid tillförlitliga.
3. För att generera samtal som berör elevers missuppfattningar eller vanliga fel bör svarsalternativen innehålla distraktorer i form av typiska missuppfattningar eller fel. Diskussionen kan då tvinga eleverna att skärskåda och förkasta missuppfattningar som leder till inkorrekta svar.

Anonyma svar med mentometer

I Gustafsson och Ryves studie (2021) användes flervalsuppgifterna ihop med någon form av mentometer, i vad som kallas ett "classroom response

system” (CRS). De första mentometrarna som förekom i skolsammanhang kallades för ”clickers”, men idag finns det programvara som gör att elever kan använda mobiltelefoner eller datorer på motsvarande sätt. Arbets sättet går ut på att läraren ställer en fråga med svarsalternativ och alla elever, efter en kort betänketid, klickar i svarsalternativen på sin apparat. Elevernas svar registreras anonymt och en sammanställning visas direkt. Läraren får därigenom omedelbar feedback på hur väl eleverna förstår frågan och kan orkestrera ett samtal som tar elevernas svar som utgångspunkt. Fördelen är att eleverna svarar anonymt vilket ökar osäkra elevers deltagande. Att eleverna ska svara efter kort betänketid ökar också acceptansen för felaktiga svar. Den efterföljande diskussionen fokuserar sedan möjliga tankegångar bakom svaren istället för vem som haft rätt och vem som haft fel.

Utnyttja varandra och resonera tillsammans

Ett annat sätt att använda flervalssuppgifterna är i en utökad EPA-modell. EPA står för Enskilt – Par – Alla och innebär att alla elever först funderar enskilt, sedan diskuterar i par och därefter samlas i ett gemensamt samtal. När flervalssuppgifter används kan modellen med fördel utökas till fyra steg, där de tre första är ganska korta:

1. Tänk enskilt – välj ett alternativ (ringa in eller skriv ner).
2. Prata parvis och försök enas om ett alternativ (ringa in/skriv ner).
3. Gå samman i grupper om fyra och försök enas om ett alternativ (ringa in/skriv ner).
4. Samla ihop alla gruppernas svar och redovisa på tavlan. Diskutera de olika svarsalternativen och locka fram elevernas resonemang.

Det är möjligt att alla vid steg 4 redan har kommit fram till samma svar. I så fall kan läraren be eleverna redogöra för hur de argumenterat i grupperna för att nå enighet. Fördelen med att arbeta på det här sättet är att eleverna får diskutera med varandra i mindre grupper och testa sin argumentation innan de framför den inför hela klassen, vilket kan stärka osäkra elever. Läraren får i det här fallet inte lika tydlig kvantitativ feedback, men får i stället möjlighet att lyssna in sig på elevernas resonemang och funderingar när de samtalar i par och smågrupper och kan bättre orkestrera det gemensamma samtalet med hänsyn till enskilda elevers förmågor.



Texten fortsätter sedan med att beskriva själva aktiviteten och ge exempel på flervalssuppgifter att ha som utgångspunkt för matematiska samtal. Denna beskrivning och några av uppgifterna finns på Uppslaget i detta nummer av Nämnaren.

LITTERATUR

- Grönqvist, E., Rosenqvist, O. & Öckert, B. (2021). *Lyfter Matematiklyftet matematikkunskaperna?* Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering. Rapport 2021:23.
- Gustafsson, P. & Ryve, A. (2021). Developing design principles and task types for classroom response system tasks in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.