

Matematik enligt Astrid

Barn skapar tidigt egna uppfattningar om vad matematik är och vad det innebär att kunna räkna. Författaren beskriver hur deras förväntningar på att bli elever i skolan kan krocka med kulturen i matematikundervisningen när den bedrivs på ett annat sätt än att skriva siffror och tal i en mattebok.

Astrid som är tre och ett halvt år sitter och ritar vid köksbordet medan mamma och pappa dricker kaffe och tittar på. Plötsligt lägger Astrid sina kriter i en lång rad på bordet och börjar räkna dem medan hon slumpmässigt riktar pekfingret mot dem. Direkt kommer en positiv förstärkning och uppmuntran genom att föräldrarna förtjust applåderar och pussar Astrid. Astrid blir glad av uppmärksamheten och gör samma sak om och om igen. Föräldrarna ler, berömmar och skojar om att det måste vara mammas matematiska begåvning som slår igenom för pappa kan minsann ingen matte. De tittar troligtvis inte på om Astrid faktiskt behärskar ett–till–ett-principen och räknar föremålen rätt ett i taget, utan är fullt nöjda med att lyssna på orden hon säger. Givetvis kan man inte heller begära av ett så litet barn att hon ska behärska räknandets konst. Det här är bara ett exempel på hur stort fokus som ligger på yngre barn och deras förmåga att härma specifika räkneord, i form av en ramsa. Att räkna kriterorna är ett av Astrids första möten med räknande, kanske hennes första minne av det som hon senare ska uppfatta som matematik. Men vad händer när Astrid börjar skolan och om hennes förväntningar på vad matematik är inte stämmer med den undervisning som hon kommer att möta?

Börja skolan – elevens förväntningar vid start i förskoleklass

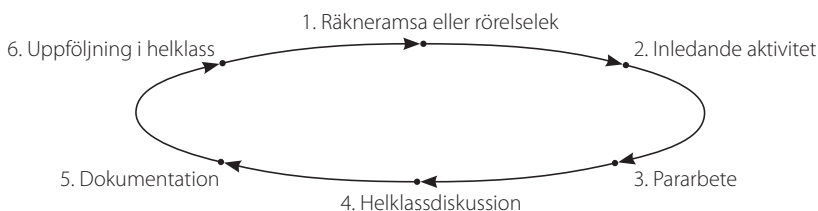
Att kunna räkna och använda siffror verkar för det lilla barnet vara användbart även innan hon egentligen vet hur det fungerar. Föräldrar, likt Astrids, uppmuntrar tidigt till räknande, i betydelsen ramsräkna. Räkna och jämföra hur många kort de vunnit i memory, räkna hur många svanar de ser på sjön eller hur många köttbullar det finns på tallriken. Vid överlämningen från förskolan till förskoleklassen berättar pedagogerna att Astrid är väldigt duktig på att räkna. Exempelvis kan hon räkna hur många tallrikar eller frukter som behövs vid mellanmålet. Hon kan dela upp de små plastnallarna rättvist mellan alla barnen och känner till vad alla siffrorna heter och hur de ser ut. Många förskolor arbetar med matematik på ett medvetet och genomtänkt sätt, med samtal, resonemang och begrepp. En del barn deltar i frökens samtal och försöker härma och förstå, andra barn tittar mest på nallarnas färger och funderar över om fröken har pratat klart snart, så att nallarna

kan åka med i den lilla lastbilen. Både Astrid och de andra barnen bär med sig erfarenheterna från förskolans undervisning som en del i förväntningarna inför skolstarten.

Astrid som tidigt fått höra hur duktig hon är på att räkna, både på förskolan och hemma, kommer till skolan med gott självförtroende och stor övertygelse om sin egen förmåga i matematik. Hon vet att hon kan. Några av hennes kamrater har redan insett att de inte är lika duktiga som Astrid på att räkna, alltså inte lika bra på matte. Den matematiska identiteten är för några av barnen klar redan vid skolstart. Frågan är om den identiteten kommer att förbli densamma även efter ett år eller två i skolan.

Förskoleklassprojektet Tänka, resonera och räkna

När hösten kommer och Astrid börjar skolan blir hon placerad i en förskoleklass med drygt tjugo elever. Hennes två lärare deltar det här året i ett fortbildningsprojekt tillsammans med alla andra lärare i rektorsområdets förskoleklasser. Man arbetar med boken *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass*, TRR, för att utveckla matematikundervisningen även för skolans yngsta elever. Var fjärde vecka träffas lärarna och diskuterar och jämför resultaten av de planerade lektioner de har genomfört sedan sist. De resonerar om den matematik som ingår i aktiviteterna och analyserar elevernas dokumentation för att få syn på den matematiska förståelse som eleverna visar. Efter diskussionerna planeras sedan nya aktiviteter. Boken bygger på att man undervisar utifrån en cirkelstruktur där varje nytt moment startar med en räkneramsa, för att följas av en inledande lärarstyrd aktivitet, pararbete och därefter en helklassdiskussion. Sist i varje sekvens kommer elevernas dokumentation och samtal runt dessa.



Inom ramen för lärarnas fortbildningsprojekt ingår också en noggrann kartläggning av förskoleklass elevernas kunskaper i matematik. Syftet med denna kartläggning är främst att identifiera elever som redan har eller riskerar att utveckla svårigheter i matematik. Därefter arbetar man mer intensivt med dessa elever i riktade och styrda aktiviteter.

Samtal med eleverna – kartläggning

Det är i samband med kartläggningen av elevernas matematiska kunskaper och förmågor som jag kommer in i bilden. Jag fungerar som handledare i projektet och Astrids lärare Annika ber mig om hjälp. Hon har inte tidigare arbetat med elever i förskoleklass och är osäker på hur hon ska tänka kring elevernas resonemang i matematiken. Vi beslutar oss för att göra några kartläggningar var och sedan träffas för att diskutera det vi ser. Kartläggningen innebär enskilda elevintervjuer som beräknas ta cirka 45 minuter per elev.

De frågor som ingår i testen behandlar bland annat jämförande begrepp, klassificering, seriering, antalskonstans, räkneord (ramsräkning), strukturerad räkning, tillämpning av tal och ordproblem.

Jag besöker klassen strax efter skolstart i augusti och presenterar mig för eleverna. Jag deltar även vid någon lektion för att eleverna ska känna sig mer trygga med mig under de kommande intervjuerna. När intervjuerna startar i början av september och jag möter eleverna en och en inleder jag med att samtala om vardagsnära frågor för att öka tryggheten ytterligare. Jag frågar dem hur morgonen har varit, vilken som är deras favoritfrukt/favoritdjur och vilken stol de vill sitta på under samtalet (det finns både snurrstol och vanlig pinnstol att välja på). Därefter kommer jag in på matematiken och inleder: "Du vet ju att jag jobbar med matte och ska ställa lite frågor till dig om det, eller hur? Men jag vill gärna veta vad DU tycker att matte är för något." Frågan är tänkt att ge mig mer förståelse för elevernas inställning till ämnet. Jag bekräftar alla svar utan att visa vad jag själv tänker. Av eleverna jag möter svarar de allra flesta att matte är när man räknar eller att man "gör plus". Många elever, däribland Astrid, visar stolt upp hur duktiga de är på att räkna och sätter igång att rabbla talraden så snabbt att det knappt går att följa med. I de samtal som Annika håller i märks liknande resonemang bland eleverna hon pratar med.

- Jag är jättebra på matte. Jag kan räkna hur långt som helst, vill du höra? Ett, två, tre, fyra, fem, sex ... (Elsa, 6 år)
- Min kusin Oscar är bra på matte, han kan räkna jättelångt. Över hundra. Jag kan bara till ungefär tjugofem. (Edvin, 6 år)
- Matte är när man räknar. Jag lärde mig räkna när jag var bebis nästan och nu är jag superjättebra på det! (Astrid, 6 år)
- Matte är läsa och bokstäver och sånt och jag kan inte så bra. (Arben, 5 år)

Den här typen av svar är de mest förekommande bland eleverna i klassen. Några elever kan inte skilja på användning av siffror och bokstäver utan svarar att matte är när man skriver på papper. Andra svarar att matte är något svårt som en del vuxna håller på med.

- Pappa gör mycket matte, men jag vet inte vad han gör med matten. Han jobbar på datan. (Adrian, 5 år)

Det är kanske inte så konstigt att eleverna innan de ens börjat skolan "vet" att matte är samma sak som att räkna. Några ser sina äldre syskon jobba med läxor i form av räkneuppgifter eller hör dem bli förhörda på multiplikationstabellerna. Barnen hör sina föräldrar räkna mynten i fickan, räkna antalet ägg till kakan eller prata om hur många mil det är till fester i Borås.

Svaren jag får från eleverna är desamma oberoende av deras tidigare kunskaper och förmågor i matematik. Matematik är att räkna siffror, räkna antal, räkna plus och kanske i avancerade fall även räkna minus eller gånger. Det är den kulturen och de förväntningarna på matematik som många barn har med sig när de börjar i skolan.

Kollision med skolkulturen

Med den tidigare beskrivna uppfattning om vad matematik är börjar Astrid och hennes klasskamrater sin skolgång. Många av dem har längtat och sett fram emot detta länge. Men vad händer när det inte blir som de hade tänkt? Om läraren i förskoleklassen möter sina nya elever med inställningen att matematikundervisning är något som börjar i skolan, om barnen blir betraktade som tomma ark att börja fylla med "skolmatte", då kommer det oundvikligen att bli en kollision mellan elevernas förväntningar och den verklighet de möter. För vad som är matte beror både på tidigare erfarenheter och på uppfattningar som börjat ta form från den dagen barnet börjar räkna sina kriter hemma vid köksbordet.

När jag i samband med elevintervjuer och observationer deltar i gruppens matematikundervisning under första halvan av höstterminen fortsätter jag att lyssna efter elevernas uppfattningar om både matematik och matematikundervisning. Ofta hör jag eleverna fråga sin lärare när de ska börja med matte. Ibland kan frågan komma efter att de precis har arbetat i en halvtimme med sorteringsövningar, mönsterkonstruktioner med pärlor eller jämförande av antal pinnar i olika högar.

- När ska vi börja med matte?
- Varför har vi inte fått några matteböcker än?

Det märks att några elever är förvirrade. När Annika försöker få gruppen att arbeta med gemensamma aktiviteter blir det lite oroligt och ofokuserat. Jag ser att de mest ambitiösa försöker ta reda på vad det är fröken vill höra och vilka svar som verkar vara de rätta. De härmar och lyssnar efter bekräftelse. Några otåliga elever börjar snart bygga andra saker med sina pärlor eller kuber. Astrid och några av hennes räkneduktiga kamrater är missnöjda med aktiviteten och med matten i skolan och säger att de tycker det är tråkigt. Astrid säger ofta att hon vill börja ettan istället så hon kan få börja räkna i en bok, för det här är INTE matte. Hon blir frustrerad när Annika ber henne berätta hur hon har tänkt i sitt pärlmönster, eller att förklara hur någon av de andra i klassen har tänkt. Hon vill tala om hur många pärlor hon har, inte förklara. Astrid kan till och med störa lektionerna genom att bråka med sina kamrater eller göra helt andra saker än vad fröken säger. Inte förrän de sitter med sin egen dokumentation av övningen de nyss har gjort blir det lugnare. Då ser jag att Astrid skriver långa rader med siffror på det papper hon slarvigt ritat av sitt mönster. Det uppstår en tydlig konflikt mellan Astrids uppfattning om vad matematik är och den undervisning hon möter i förskoleklassen.

Det här visar vilken viktig roll läraren har när det gäller att förklara vad undervisningen ska handla om och varför. Att tala om för eleverna vad som förväntas av dem, hur det kan se ut och låta under tiden de arbetar med en aktivitet och även arbeta med den dokumentation som eleverna gör efter en lektion. För att tydligt få fram budskapet behöver läraren agera modell för och med eleverna. Hon behöver visa och förklara vad som är matematik i aktiviteterna de gör, exempelvis genom att leda samtal och resonemang för att ge en bild av hur hon vill att det ska se ut och låta när de "gör matte". Genom frågor till eleverna och sitt agerande visar läraren vad som är viktigt.

I det arbetet skapas den undervisningskultur som kommer att råda i klassrummet framöver. En kultur som visar vilken kunskap och vilka förmågor som efterfrågas och att matematik är så mycket mer än räkning och siffror. På så sätt förebygger och förminskar vi omfattningen på den kollision som Astrid råkar ut för.

Hur Annika skapar en öppen matematikkultur i sitt klassrum

Astrids lärare Annika arbetar metodiskt med TRR redan från början. Inför terminsstarten var hon lite bekymrad över hur hon skulle hantera matematiken i förskoleklassen. Hennes främsta ämne är annars svenska och läsinläring, även om hon också är behörig i matematik. Föregående år deltog Annika tillsammans med alla andra lärare på skolan i Matematiklyftet och hon kände då lust att fortsätta undervisa i matematik på samma sätt, med fokus på resonemang, gemensamma aktiviteter och samtal om begrepp och lösningar. När TRR presenteras är Annika omedelbart villig att ingå i projektet. I början erkänner hon att hon inte riktigt förstår cirkelstrukturen eller vad de olika delarna ska syfta till, men samtidigt tror hon att det "ger sig efter hand". Hon arbetar med aktiviteterna från boken i tur och ordning, låter eleverna arbeta under längre perioder med dem och vid många tillfällen. De får göra mönster med pärlor, kuber, mönsterplattor och mönster på papper. Samma innehåll återkommer i många olika varianter och när hon upplever att en aktivitet är svår för elevgruppen så gör hon om samma lektion flera gånger, med endast små variationer. Hon ber eleverna förklara med egna ord hur de har byggt sina mönster. Annika uppmanar dem att förklara sina kamraters mönster, och hon låter deras olika förklaringar få plats så att det skapas en rik variation i språkliga resonemang. Annika säger inte att någon har fel, men kan be en annan elev försöka beskriva det som eventuellt var otydligt. På så sätt konstruerar eleverna sin egen kunskap, det är deras ord som tydliggörs, inte lärarens. Annika visar tydligt att det inte endast finns ett rätt svar eller en korrekt lösning på problemet. I de fall någon levererar ett kort svar ber hon eleven beskriva sina tankar och strategier mer utförligt eller så ställer hon följdfrågor som hjälper dem att fördjupa sina resonemang. Många av eleverna förstår snart att det är samtalen som är viktiga och inte de rätta svaren, och de blir efter hand mer och mer engagerade i resonemang och diskussioner.

Annika skapar en kultur där fel är tillåtna och att misstagen till och med bidrar till undervisningen, något man kan lära sig av. I samtal med eleverna påminner hon dem om hur svårt de upplevde en typ av uppgifter i början av arbetsområdet och hur mycket lättare det går nu efter några genomförda aktiviteter. Hon uppmanar deras insatser och arbete med övningarna. Då förstår eleverna att det är deras arbete som belönas, inte deras personliga egenskaper. De lär sig att alla kan bli bra på matte, att det inte är en egenskap som man föds med. Annika skapar ett didaktiskt kontrakt som talar om för eleverna vad hon förväntar sig av dem och vad de kan förvänta sig av matematikundervisningen.

Astrid möter Kurre

Ja, men hur går det då för Astrid och hennes räknande kamrater i det här samtalsbetonade klassrummet? Vid varje träff vi har är Astrid ett namn som återkommer. Annika upplever henne oengagerad, motvillig och svår att få med i aktiviteterna. Att vara duktig räknare innebär inte per automatik att även kunna se mönster, resonera sig fram till lösningar, ta sig an problemlösningar eller på ett tydligt sätt berätta om sina tankegångar. Astrid och hennes likasinnade kamrater uttrycker att allt pratet inte är matte, det är inget viktigt de behöver kunna. Ofta svarar Astrid att "hon bara vet i huvudet" på frågan om hur hon kommer fram till sina svar. Annika funderar mycket över hur hon bättre ska lyckas engagera Astrid i lektionerna. Det finns dock en sak kvar att testa, en viktig pusselbit i TRR. Annika har läst om den lilla dockan som kan fungera som en tredje part i samtalen mellan lärare och elever eller mellan elever och elever. Annika väljer då att introducera den lilla ekorren Kurre i sin undervisning. Hon har tyckt att det verkar lite barnsligt och inte känt att hon velat ta med just den delen i sin planering. Men en av de andra deltagarna i projektet talar sig varm för sin lilla björn som blivit en del av klassen, och då funderar Annika på att försöka.

En dag kommer Kurre på besök till Astrids klass för att delta i en lektion. Det står snart klart för alla eleverna att Kurre är osedvanligt okunnig om matematik. Annika tycker först att det känns väldigt obekvämt och dumt att lyfta fram den lille ekorren och prata med förställd röst. Men hon märker snabbt hur väl det går hem hos eleverna. De börjar tilltala ekorren på ett sätt som de inte gör med henne eller med sina kamrater. Eleverna använder mer pedagogiska och tydliga förklaringar för hur de tänker, än vad de gjorde tidigare.

Att föra över okunskapen till en tredje part, en docka, ett gosedjur eller en fiktiv kompis gör att lärandet inte blir knutet till en person, det är ingen av eleverna i klassen som är okunnig, utan en utomstående figur. De som eventuellt inte heller förstår det Kurre inte förstår, kan tryggt vara med i diskussionerna och hjälpa Kurre till förståelse. I de förklaringar eleverna kommer med till Kurre finns mycket värdefull hjälp för de elever i klassen som ännu inte har förstått men inte vill säga det högt. Det finns kanske elever som inte ens förstår tillräckligt mycket för att veta vad de ska fråga. Det som sker i gruppen överraskar Annika och allra mest hur Astrid tar emot den lille ekorren. När Kurre blir en del av klassen vaknar Astrids lust att delta. I samtalen med Kurre blir hon plötsligt en mycket pedagogisk och engagerad elev. Hon är nogga med att Kurre ska förstå det hon säger och hon använder sig av ord, bilder och konkret material för att visa och förklara. Från att ha varit en fåordig motsträvig deltagare i gruppen är nu Astrid en finurlig pedagogisk kompis till Kurre och därmed till många av de andra i klassen.

Annikas förväntningar på eleverna

Jag har redogjort för Astrids och de andra elevernas förväntningar på skolan, men hur är det med Annikas förväntningar på eleverna? Vid terminsstarten är hon osäker på hur mycket eleverna egentligen ska förstå av den matematik hon tänker presentera. Hon är orolig för att gå för fort fram och tappa eleverna på vägen. Annika ställer sig tveksam inför flera aktiviteter och undrar om eleverna ska klara av dem eller ej. Hon tror att det kan vara för svårt för många. Under höstens fortbildningsträffar är det många gånger som Annika

kommer till gruppen upprymd och imponerad av hur mycket eleverna klarar av, mer än vad hon från början trodde att de skulle förmå. Annika säger flera gånger att hon aldrig mer ska vara rädd för att utmana eleverna och ge dem uppgifter som hon förr trott varit för svåra. Kanske blir inte alltid uppgifterna lösta på det sätt hon själv hade tänkt, men i den utmaning som de lite svårare aktiviteterna innebär uppstår resonemang på en helt annan nivå än Annika generellt förväntar sig av sina elever.

- Jag trodde aldrig att sexåringar kunde resonera om matematik på det här sättet! (Annika)

Återbesök i klassen strax före jul

Precis före jullovet gör jag ett nytt besök i Astrids klass. Vad har hänt under de fyra månader som gått sedan skolan började? Vilken är elevernas inställning till matematik efter att ha fått möta Annikas medvetna matematiska aktiviteter och ständiga uppmaning till resonemang?

Jag sitter med vid en lektion då eleverna ska bygga femmor på olika sätt med färgade multilinkkuber. Kurre är också med. Det är ingen av eleverna som frågar när de ska börja med matte, inte heller Astrid. Alla är fullt upptagna med resonemang om hur de ska kunna ta reda på att de verkligen har hittat alla sätt att bygga en femma på. De lyssnar nyfiket på varandras idéer om hur man kan tänka när man bygger sina femmor. De jämför om spegelvända femmor är lika eller om det är två olika förslag. Alla i gruppen VET att det är matematik de håller på med. Annika har genom sina tydliga förväntningar på eleverna, sitt tålmod med Kurre och de duktiga eleverna, skapat en kultur som visar ett helt annat matematiskt fokus än det eleverna hade några månader tidigare.

Vad svarar eleverna när jag ställer frågan *Vad är matematik?* som jag ställde när terminen startade? Svaren som nu ges är exempelvis:

- När man gör matte ska man komma på många sätt, då är man bra. (Elisabeth, 6 år)
- Jag är bra på matte för jag är bra på att tänka. Jag är klurig. (Astrid, 6 år)
- Det finns många ord i matte, som längre och kortare och färre och bakom. Dom orden måste man kunna. (Arben, 6 år)
- Man måste vara bra på att berätta så att Kurre fattar hur det funkar. (Edvin, 5 år)

Det är fascinerande att få följa Astrid och gruppen från starten i förskoleklass och under hela läsåret. Att få se hur stora förändringar som faktiskt sker, både i deras inställning till ämnet matematik, deras kunskaper och förväntningar på hur man "gör matte" i skolan. TRR är en bra grund i arbetet med matematik i förskoleklassen. Annika anser att hon har kommit längre i den matematiska utvecklingen med den här gruppen än vad hon trodde var möjligt. Hon ser med stor nyfikenhet fram emot vad de här eleverna kommer att klara av i årskurs 1.

Sammanfattning

Astrid började skolan med en god portion självsäkerhet och bilden av sig själv som matematiskt duktig. I mötet med matematiken i förskoleklassen krossades hennes förväntningar på vad matematik är, när mattem vare sig handlade om mattebok eller att skriva siffror. Hon tyckte inte skolan var rolig och inte heller meningsfull. Men med tålamod och envishet lyckades läraren genom bland annat de matematiska aktiviteterna i TRR visa Astrid och de andra duktiga räknarna att matematik är mycket mer än siffror i böcker. Med god hjälp av den lilla ekorren Kurre hade klassens inställning efter några månader ändrats till fokus på resonemang, samtal och gemensam problemlösning. Astrid förstår att det är andra saker i matematiken som är viktigare än de hon först trodde. Hennes självförtroende och motivation i matematiken är återställd vid höstterminens slut. Annika uppmanar andra pedagoger att våga utmana både eleverna och sig själva i undervisningen genom att prova nya och kanske mer krävande aktiviteter.

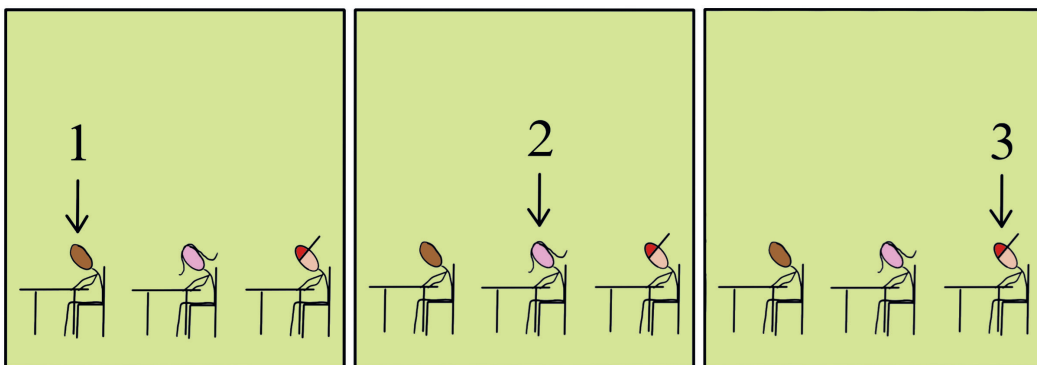
- Ibland blir det inte som man har tänkt sig, man kanske måste tänka om eller göra om en lektion, men då blir det oftast bättre än man från början hade tänkt sig. (Annika)

Tänka, resonera och räkna i förskoleklass

Boken *Tänka, resonera och räkna i förskoleklass* kommer att utges i en reviderad version under 2023. De teman med aktiviteter som finns i boken kommer att finnas kvar, bara ett fåtal aktiviteter har bytts ut eller lagts till.

Den största förändringen är att den cirkelstruktur som beskrivs i texten ovan görs tydligare. Det arbete som sedan några år pågår med *Tänka, resonera och räkna i årskurserna 1–3* har visat att den tydliga arbetsgången med cykler är framgångsrik.

Månssons mannar



Huvudräkning ingår i läroplanen