

# Att se eller räkna

Att kunna läsa med flyt finns som ett kunskapskrav i svenska. Någon motsvarande beskrivning finns inte i matematikämnet. Men hur ska elever kunna utveckla ett matematiskt tänkande och få tilltro till sin egen förmåga om de inte kan räkna med flyt?

**E**rfarenheter av många års undervisning som låg-, mellanstadie- och speciallärare samt sex år som lärarutbildare, väckte under de senare åren mitt intresse mot yngre elevers matematikutveckling och förmågan att räkna med flyt. Det finns en särskild händelse som gjorde att jag efter min pensionering fortsatte till vidare studier:

Maria 4 år sitter på diskbänken medan mamma lägger upp ett antal blivande bullar på plåten för jäsning, varpå Maria spontant säger att det fattas fyra bullar enbart genom *att se* att de fattas på plåten.

Hur kan det komma sig att vissa elever utan speciella svårigheter i skolan ändå inte lyckas knäcka koden i matematik när de gör det i läsning? Jag började fundera på vad det är som gör att elever, en del som Maria redan i förskoleåldern, kan räkna med flyt och till synes enkelt subtrahera och generalisera i huvudet. Frågan kretsar alltså kring vissa elevers svårigheter med subtraktion och hur de kan finna det som fattas i en öppen utsaga. Vilka strategier använder de elever som lyckas bra och hur använder de dem?

## Landet längesen

Under 10 års tid arbetade jag med Dagmar Neumans material *Landet Längesen*. Jag blev då medveten om att när elever kunde se talens delar inom talområdet upp till tio så lossnade det oftast – de knäckte koden. Genom det arbetet insåg jag att de elever som hade knäckt koden hade lätt att räkna, de såg talens delar och kunde använda sig av den förmågan för att välja den bekvämaste vägen i subtraktioner av olika slag.

### *En fältstudie med elever i årskurs 5*

En av de första klasser som på lågstadiet arbetade enligt modellen i *Landet Längesen* blev föremål för en fältstudie i en högskolekurs som jag genomförde när eleverna gick i årskurs 5. Klassen bestod av 28 elever och en större del av klassen hade varit med från årskurs 1 medan några elever hade flyttats



över till klassen i årskurs 2. Studien utfördes när hela klassen var samlad till matematiklektion. Jag använde *Översiktsdiagnos, Subtraktion* som finns i Wiggo Kilborns *Didaktisk ämnesteor i matematik. Del 1, grundläggande aritmetik* och som består av tre delar som ska göras på tid.

Det goda resultatet fick mig att fundera på om diagnosens uppgifter var för lätta för åldersgruppen, men när vi träffades i kursen och jämförde utfallet i olika klasser fann jag att resultatet nog berodde på att eleverna presterade ovanligt bra. Resultatet bekräftade min uppfattning om den undervisning de fått på lågstadiet. Eleverna hade fått goda tankestrategier att använda sig av och även fått dem väl automatiserade.

Arbetsättet innebar att vi utgick från helheten av tal, för att sedan titta på vilka olika kombinationer man kan skapa. Fingrarna användes för att analysera fingertal, då eleverna såg tal på fingrarna utan att räkna dem. Vi började med öppna additionsutsagor, långt innan subtraktion infördes. Eleverna blev då oftast så säkra på addition att subtraktion inte var något problem. De hade upptäckt att  $b - a$  är lösningen till ekvationen  $x + a = b$ , eller det vi kallade en öppen utsagan  $\_ + a = b$ . "Det är ju jättelätt, det är ju som plus", sa eleverna.

## Att se och gruppera

I mina tidiga arbeten när jag funderade över elevers svårigheter med subtraktion studerade jag subitiserings och gruppering av tal. Subitiserings innebär att kunna se ett antal utan att behöva räkna dem. I en studie med elever från samma förskoleklass som sedan delades upp i två olika klasser i årskurs 1 fann jag en tydlig skillnad mellan två olika strategier. Vissa elever grupperade objekt till större enheter och andra räknade alltid objekten en i taget. På totalen ökade antalet elever som använde sig av gruppering från förskoleklassen till slutet av första skolåret, men det fanns också elever som bytte från att gruppera till att börja räkna. En elev blandade vid båda tillfällena strategierna, förmodligen osäker på den gällande diskursen.

Resultatet väckte många nya frågor: Vad är det som gör att en elev kan se tal och därmed välja den bekvämaste vägen i subtraktion av olika slag? Finns det en parallell mellan ortografisk läsning och perceptuell gruppering? Är perceptuell gruppering och subitiserings en viktig förmåga? Hur kan vi stödja sådana strategier i undervisningen? Utan en god strategi hamnar eleverna i det jag kallar ramsräkning, det vill säga att räkna genom att säga eller tänka räkneorden för varje objekt i samma följd som talraden, som en ramsa.

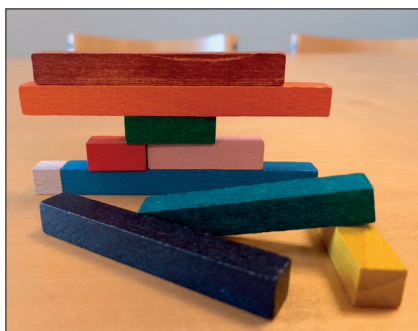
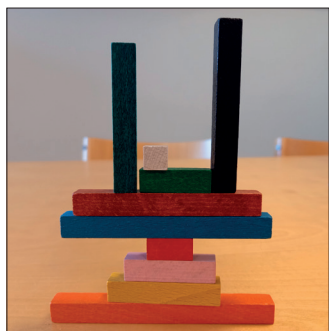
## Den spatiala förmågans betydelse

En överväldigande andel forskning om barns tidiga räknefärdigheter, det vill säga om förskolebarn i åldern 4–6 år, handlar om utveckling av taluppfattning (number sense). Relativt få studier har undersökt vilken roll den tidiga spatiala förmågan kan spela för utveckling av taluppfattning, trots att många menar att den är ytterst viktig eftersom det är i den åldern barnen lägger en mer solid grund för sin taluppfattning. På senare år har ett flertal forskningsprojekt initierats som tittar på anknytning mellan tidig spatial förmåga och utveckling av förskolebarns matematiska förmåga. Min studie är ett sådant initiativ.

## Att se eller inte se – en forskningsstudie

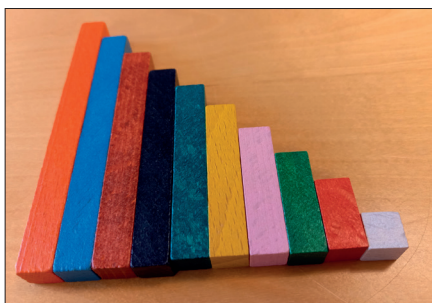
Jag designade senare en studie där 18 elever i förskoleklass och årskurs 1 fick arbeta med att sortera Cuisinairestavar. Eleverna fick uppgifter som de arbetade med både individuellt och tillsammans. Sessionerna filmades. Det material som användes var Cuisinairestavar i olika längder från 10 cm till 1 cm. Stavarnas basyta är 1×1 cm. Varje längd har sin egen färg. Uppgifterna som gavs var:

1. Sortera och ordna stavarna som du tycker.
2. Göra lika långa stavar som den längsta (den som är orange är 10 cm).

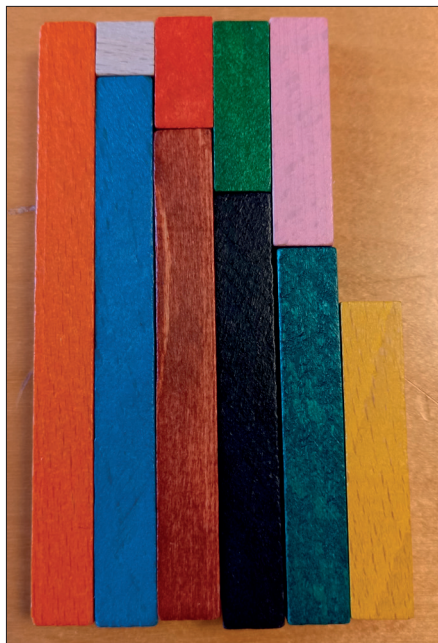


*Några elever staplade stavarna på höjden.*

I uppgift 1 var det sammanlagt elva elever, sju från förskoleklassen och fyra från årskurs 1, som inordnades i kategorin *se direkt*. De lade stavarna i trappform, valde direkt rätt stav och visste var stavarna skulle ligga. De kunde arbeta strategiskt genom att börja med den minsta, eller den största, och fylla på med de övriga i rätt ordning. Övriga elever plockade, jämförde och bytte plats på stavarna under arbetets gång.



*Några elever kunde se direkt och sorterade i en trappa.*



I uppgift 2 var det sex elever som arbetade systematiskt och inordnades i kategorin *fylla på*. De tog den kortaste (den vita) och lade ovanför eller nedanför den näst längsta (den blå) och fortsatte sedan tills alla stavarna var lika långa som den som var orange.

Det visar sig att de elever som lade stavarna i trappform i uppgift 1 kunde utgå från den formationen och hade avsevärt lättare att fylla ut stavarna till den givna längden i uppgift 2. De kunde lättare avgöra och se det avstånd som gav plats för rätt stav. Det gällde att avgöra både den tomma lediga platsen och stavens längd.

## Paradigmskifte

Dagmar Neuman ställde frågor om elevers räknefärdighet och efterlyste nya undervisningssätt. Hon menar att förmågan att göra snabba överslagsberäkningar grundas på färdigheter i huvudet och att den kultur som behövs förändras för att eleverna ska utveckla sådana färdigheter är främst den som styr arbetssättet i aritmetik under de första

skolåren. Om ett annat undervisningssätt ska kunna genomföras i större skala krävs ett paradigmskifte. Det handlar om en reform av kultur och arbetssätt inom den inledande aritmetikundervisningen.

För min del vill jag tolka det som att lämna ett ensidigt fokus på linjär taluppfattning och antalsuppfattning som grund för elevers matematikfärdigheter och istället bygga på forskning av bland annat Susanne Lamon och Gérard Vergnaud som belyser vikten av multipla strukturers betydelse för matematiska relationer. Det är också viktigt att motverka eller undvika strategin att elever använder ramsräkning för att lösa aritmetiska uppgifter. Om undervisningen och omgivningen ensidigt använder räkneramsan utan att stödja förmågan till subitiserings, gruppering och generalisering av tal, bidrar det inte till att skapa goda tankestrategier.

Ett forskningsprojekt med titeln *Se eller räkna* startades 2019 vid Göteborgs universitet. Studien tar sin utgångspunkt i en annan teoribildning än den dominerande och kan bidra med såväl teoretisk som praktisk kunskap om yngre elevers strategier och lärande av tidig aritmetik. Resultatet av forskningen kan leda till att undervisningen av addition och subtraktion i tidiga skolår förändras så att fler elever lär sig mer kraftfulla räknestrategier.

## LITTERATUR

- Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Fritzes.  
Neuman, D. (1989). *Landet Längesen*. Utbildningsförlaget.  
Kilborn, W. (1989) *Didaktisk ämnesteori i matematik. Del 1, grundläggande aritmetik*. Almqvist & Wiksell.  
Vikström, R. (2009). *Räkna med flyt*. Uppsats, Göteborgs universitet.