

# Grafberättelser

En grafberättelse är en klassrumsrutin som kan användas på både högstadiet och gymnasiet för att utveckla elevers kunskaper om grafer, samband och matematiska modeller. Här berättar författaren hur grafberättelser kan användas för att skapa förståelse för matematiska begrepp.

**E**n grafberättelse är en klassrumsrutin där eleverna får använda grafer för att beskriva vardagliga fenomen med utgångspunkt i korta filmer. I den efterföljande diskussionen skapas ett naturligt behov av att införa matematiska begrepp som *linjär*, *proportionalitet*, *exponentialfunktion* och *derivata*.

### Vad är en grafberättelse?

Idén till grafberättelser (*graphing stories*) kommer från den amerikanske matematikläraren och matematikutvecklaren Dan Meyer. Idén är enkel: Man låter eleverna titta på en kort film som visar en händelse, till exempel ett glas som fylls med vatten, en bit lax som tillagas i ugnen eller en gunga som svänger fram och tillbaka. Därefter får eleverna skissa en graf som beskriver händelsen, till exempel hur de tror att vattnets höjd, laxens temperatur eller gungans hastighet förändras med tiden. Elevernas skisser blir utgångspunkt för en klassrumsdiskussion, som avslutas med att den korrekta grafen visas.



Bild från grafberättelsen *Gungans höjd*.

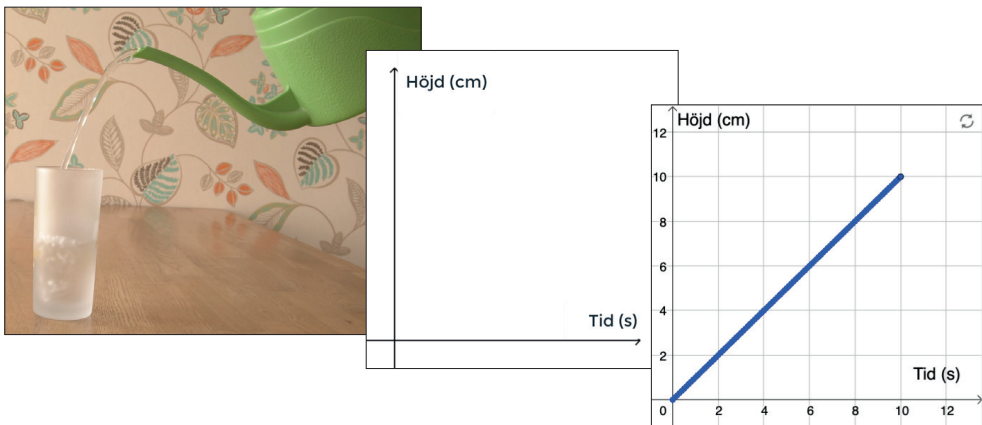
## Varför grafberättelser?

Det finns flera skäl att arbeta med grafberättelser.

- ◆ Eleverna får en känsla för hur grafer används för att beskriva vardagliga fenomen. Grafberättelser kopplar matematiken till elevernas verklighet och låter dem se matematikens användbarhet.
- ◆ I klassrumsdiskussionen om elevernas skisser skapas ett behov av att sätta ord på det eleverna har ritat. Det ger möjlighet att införa viktiga begrepp såsom *lutning*, *linjär*, *konstant*, *växande*, *avtagande* och så vidare. Det finns ett värde i att begreppen införs när det finns ett verkligt behov av dem, när eleverna behöver dem för att kommunicera sina tankar. På gymnasiet kan man använda grafberättelserna för att diskutera mer avancerade begrepp, såsom *derivata*, *inflexionspunkt* och *maximipunkt*.
- ◆ Efter att ha arbetat med flera olika grafberättelser blir det naturligt att jämföra graferna och kategorisera dem. Det gör grafberättelser till ett utmärkt verktyg för att introducera och namnge olika typer av samband, till exempel *linjära samband*, *proportionaliteter*, *periodiska samband* och *exponentiella samband*.
- ◆ På högstadiet är det vanligt att man arbetar främst med linjära samband. Med hjälp av grafberättelser kan man ge eleverna erfarenhet av att det finns andra typer av samband, vars grafer inte är rätta linjer.
- ◆ Att skissa grafer, exempelvis över hur vattnets höjd i ett glas ökar med tiden, är en vanligt förekommande uppgift i många matematikläromedel på högstadiet. Att låta eleverna se en film av händelsen, gör den mer konkret och kan göra det enklare för eleverna att utföra uppgiften. Dessutom blir kopplingen mellan händelse och graf starkare.

## Så här kan du arbeta

De grafberättelsefilmer som finns på nätet (se ruta på slutet i artikeln) följer i regel samma mönster. Först visas en händelse. Därefter visas ett koordinatsystem som avslöjar vad det är eleverna förväntas rita en graf över. Är det hur vattnets höjd i glaset förändras med tiden? Eller kanske hur volymen förändras med höjden? Därefter får eleverna se händelsen igen, så att de ska kunna skissa sin graf. Vid behov kan man gå tillbaka och visa händelsen flera gånger. Till slut visas den korrekta grafen.



## *Så här kan en arbetsgång se ut:*

1. Visa den första delen av filmen för eleverna. Pausa efter att koordinatsystemet har visats och förklara för eleverna att de ska rita en graf som beskriver händelsen.
2. Dela ut grafpapper eller låt eleverna själva rita ett tomt koordinatsystem i sina anteckningsböcker. Tomma koordinatsystem för utskrift finns på [ncm.gu.se/matematikpapper](http://ncm.gu.se/matematikpapper).
3. Starta filmen igen och låt eleverna få se händelsen ännu en gång.
4. Ge eleverna tid att rita grafen. Gå runt i klassrummet och följ elevernas arbete. Välj ut några grafer som du vill jämföra i helklass.
5. Diskutera elevernas grafer i helklass. Det kan göras genom att några elever beskriver sina grafer muntligt, samtidigt som du ritat dem på tavlan, eller genom att eleverna kommer fram och ritat dem på tavlan. Dokumentkamera och projektor, eller ett digitalt system för inlämning, är andra möjligheter. Jämför elevernas grafer och hjälp dem att sätta ord på grafernas likheter och skillnader. Introducera eller lyft samtidigt viktiga matematiska begrepp.
6. Starta filmen igen och visa den korrekta grafen. Diskutera likheter och skillnader mellan den korrekta grafen och elevernas förslag.

## *Första gången*

Första gången man arbetar med en grafberättelse är det bra att som lärare vara modell för hur eleverna kan arbeta. Ett tillvägagångssätt är att spela en film som visar en händelse och sedan "tänka högt" medan man skissar grafen, till exempel genom att visa hur man besvarar följande frågor:

– I vilken punkt ska grafen börja?

Från början finns det inget vatten i glaset. Vattnets höjd är alltså 0 cm vid tiden 0 sekunder. Det betyder att grafen börjar i origo.

– I vilken punkt ska grafen sluta?

I slutet är vattnets höjd 10 cm. Då har det gått 10 sekunder. Alltså slutar grafen i punkten (10, 10).

– Hur tror jag att grafen ser ut däremellan?

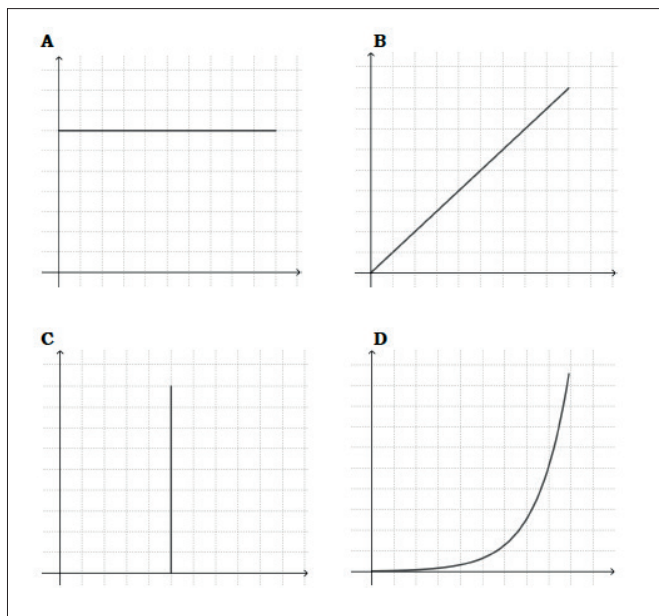
Vattnet hålls med jämn hastighet i ett cylindriskt glas. Därför ökar också höjden i jämn hastighet. Det betyder att grafen är en rät linje.

Nästa steg är att spela en liknande film och låta eleverna i par diskutera samma frågor. Därefter skissar varje par en graf. När eleverna är mer vana vid arbets sättet kan de få skissa sin graf enskilt och därefter jämföra sin graf med en kamrats.

## Variationer

Det finns mängder av sätt att variera arbetet med grafberättelser och göra uppgiften enklare eller svårare.

I stället för att rita grafen som beskriver händelsen, kan eleverna till exempel få välja mellan fyra typgrafer och motivera sitt val. Med hjälp av typgrafer kan man få fatt i elevernas missuppfattningar. En elev som väljer graf C kan exempelvis ha uppfattningen att grafen visar en bild av hur vattnets höjd ökar i glaset (ikonisk tolkning), snarare än en representation av hur höjden ökar med tiden.



Det går också att arbeta med en och samma grafberättelse i olika årskurser. På högstadiet kan eleverna till exempel få rita en graf som beskriver hur en gungas fart förändras med tiden när den är i rörelse. På gymnasiet kan eleverna i stället få i uppgift att finna funktionsuttrycket till den trigonometriska funktion som bäst beskriver fart som funktion av tiden.

### *Variera med följdfrågor*

Man kan också följa upp grafberättelserna med utvidgande frågor. I exemplet med vatten som hälls i ett glas, skulle några sådana frågor kunna vara:

- ◆ Vilken är linjens ekvation?
- ◆ Hur ändras grafen om
  - ... vattnet hälls i snabbare?
  - ... vattnet pausas i några sekunder?
  - ... glaset är högre?
  - ... glaset har större diameter?

En film som visar hur en lax tillagas i ugnen kan resultera i en graf som visar hur temperaturen ändras över tid. Frågorna kan då handla om hur grafen skulle se ut om vi

- ... tillagade en mindre laxbit?
- ... tillagade en större laxbit?
- ... satte in en frusen laxbit?
- ... lät laxen vara kvar längre i ugnen?

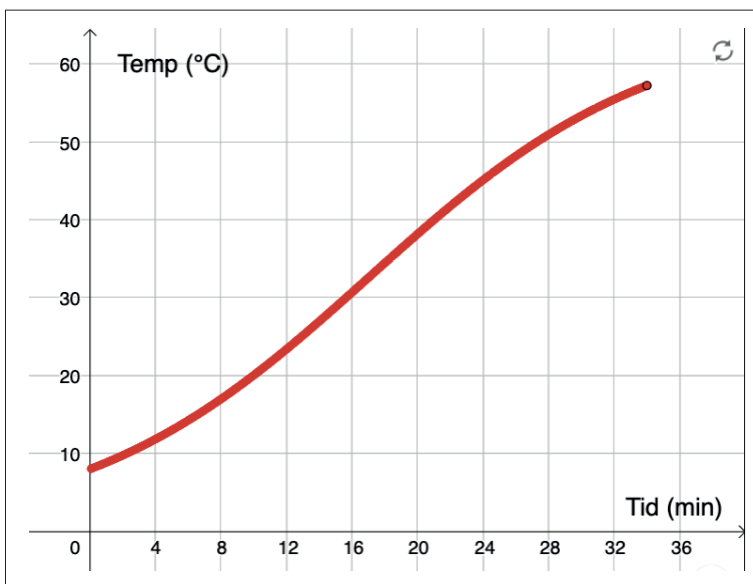


Bild från grafberättelsen *Lax i ugn*. Den visar hur laxens temperatur ökar med tiden medan den tillagas i ugnen.

## Utmaningar

Det finns stora möjligheter att utmana elever med olika grafberättelser. Låt gärna eleverna föreslå händelseförlopp som de själva kan filma och beskriva med hjälp av grafer. Idrottsaktiviteter, besök i nöjesparker, bakning eller andra fritidsintressen kan fungera som utgångspunkt. På gymnasiet kan man välja att låta grafberättelserna utgå från skeenden i elevernas karaktärsämnen eller yrkesämnen.

### LITTERATUR OCH FILMER

Meyer, D. (2007). Graphing stories. [blog.mrmeyer.com/2007/graphing-stories](http://blog.mrmeyer.com/2007/graphing-stories)

Exempel på grafberättelsefilmer finns att se på:

[www.matemagi.com/grafberattelser](http://www.matemagi.com/grafberattelser)

[www.graphingstories.com](http://www.graphingstories.com)