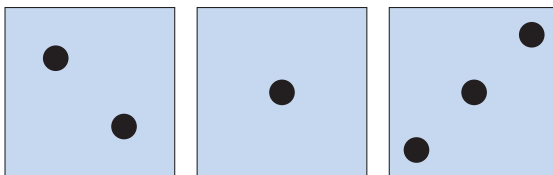


Subitisering

Subitisering är en viktig komponent i elevernas utveckling av taluppfattning. I den här artikeln ger författarna några idéer om hur lärare kan arbeta med subitisering för att elever ska kunna bygga upp inre talbilder, en betydelsefull grund för aritmetik.

Subitisering är förmågan att omedelbart, utan att räkna, identifiera antalet objekt i en liten mängd. Det handlar alltså om en typ av spontan och omedelbar antalsuppfattning. Ett exempel kan vara när du utan att räkna ser att det ligger fem mynt på bordet.

Vår förmåga att uppfatta ett litet antal objekt utan att räkna dem har undersökts sedan lång tid tillbaka och det råder viss oenighet om hur resultaten från dessa undersökningar om subitisering kan tolkas. Är subitisering en medfödd förmåga eller förvärvad genom erfarenhet? Ett exempel på forskning om subitisering ges av Alice Klein och Prentice Starkey. De fann att subitisering är en medfödd förmåga. Från våra första dagar i livet kan vi känna igen och urskilja små mängder av objekt. Undersökningen gick till så att tre bilder visades för ett sex månader gammalt spädbarn. När barnet hörde tre trumslag rörde sig barnets ögon mot bilden med tre prickar.



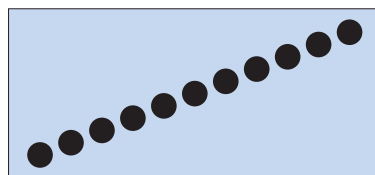
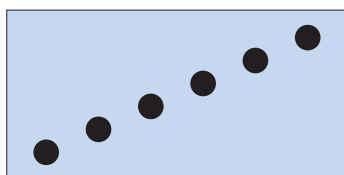
Kommer subitisering före räknandet eller är det en förenkling av räknandet? Många forskare är överens om att subitisering är en viktig grund för att utveckla elevers taluppfattning. Varför? Som lärare kan man se en del barn som när de ska addera två mängder först räknar den ena mängden och sedan adderar en i taget från den andra mängden, d v s ett objekt åt gången. Varför gör de så om de från en mycket tidig ålder kan subitisera? Kunskap om vad subitisering är kan hjälpa oss att förstå det och hur vi som lärare kan bygga vidare på barns förmåga att subitisera när vi arbetar med taluppfattning i de tidiga årskurserna.

Subitisering betonas i matematikdidaktisk litteratur och även om begreppet inte alltid uttrycks explicit så anspelas det ofta på det. I vår svenska kursplan för matematik står ingenting om subitisering. Inte heller i kommentarmaterialet finns det explicit omnämnt. Går vi till Skolverkets analysmaterial finns subitisering beskrivet med en egen rubrik. I bedömarstödet nämns inte heller subitisering explicit men det finns skrivningar som implicit pekar mot subitisering, exempelvis ”uppfattar antal (färre än 10) utan att behöva räkna föremålen ett till ett”.

Det är också intressant att se att det i litteraturen finns olika sätt att beskriva subitiserings. En del psykologer beskriver subitiserings som en genväg till räkning, en snabbare form av att räkna, men i vår mening är subitiserings mer än så. Douglas Clements arbete visade att subitiserings kan spela en viktig roll i utvecklingen av grundläggande matematiska färdigheter, inklusive tidig aritmetik såsom addition och subtraktion, och han betonar skillnaden mellan *perceptuell* och *konceptuell* subitiserings.

Perceptuell subitiserings

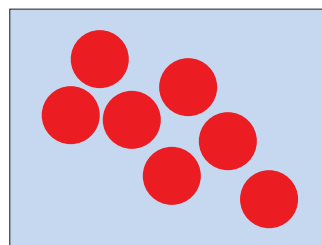
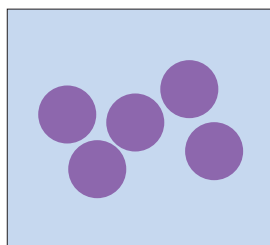
Perceptuell subitiserings innebär att man kan identifiera ett antal utan att använda någon beräkning, det vill säga utan att räkna dem. Perceptuell subitiserings är en medfödd förmåga hos människan och en liknande förmåga används också av fåglar och andra djur. Det finns biologiska begränsningar som avgör hur många prickar vi människor kan se på en gång, cirka sex stycken. Det krävs därför något annat för att veta att fyra punkter och ytterligare tre är sju punkter. Det är till exempel mycket svårt att subitiserings elva om det inte finns något mönster.



Att subitiserings sex prickar fungerar bra, men att subitiserings elva prickar är mycket svårare.

Konceptuell subitiserings

Konceptuell subitiserings handlar om att kunna se och organisera antal. Att identifiera mönster är en väsentlig del av det. Ett exempel är att se mönstren på en tärning som ett antal och att utan att räkna prickarna veta hur många de är. Detta kan också generaliseras till exempelvis dominobrickor och fingrar. Om perceptuell subitiserings handlar om en medfödd förmåga så handlar istället konceptuell subitiserings om en medvetenhet om grupperingar och ihopparning av antal där mönster kan vara en bra hjälp. En sådan medvetenhet kan utvecklas genom undervisning.



Bilderna visar ett antal lila respektive röda knappar. När Hanna fick frågan om vilka knappar det fanns flest av, de lila eller de röda, så svarade hon: *Det är såklart de röda för på de lila är det två på varje sida om mitten och på de röda är det två på ena och fyra på den andra.* Hanna såg knapparna som ett tänkt mönster med hjälp av vilket hon kunde avgöra vilka knappar det fanns flest av.

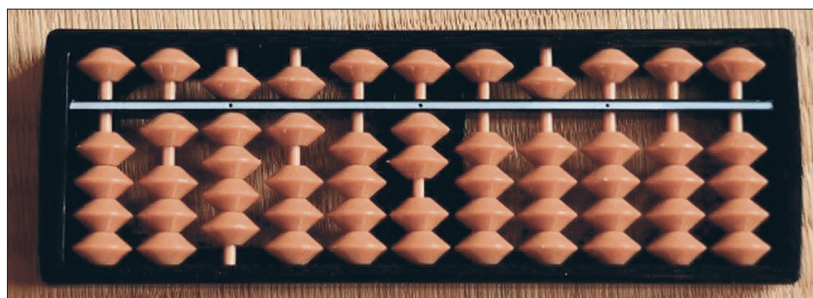
Hanna behövde inte räkna knapparna för att avgöra detta, istället organiserade hon knapparna i ett mönster för att tydligare kunna avgöra mängdernas storlek i förhållande till varandra.

Att bygga upp talbilder

Förmågan till subitiserings gör det inte bara möjligt att uppfatta och urskilja små mängder med hjälp av synen, perceptuell subitiserings. Den gör det också möjligt att organisera, kombinera och gruppera dessa små mängder med hjälp av tanken, konceptuell subitiserings. På så sätt utgör förmågan att subitiserings en av de grunder vi kan bygga på vid utvecklandet av taluppfattning. Historiskt har två föreställningar dominerat när det gäller olika sätt att representera beräkningar eller tal: konkret och abstrakt. Dock utelämnas då ett utvecklingsstadium som enligt Jerome Bruners perspektiv på tidig taluppfattning beskrivs med en ikonisk representation mellan den konkreta och den abstrakta fasen:

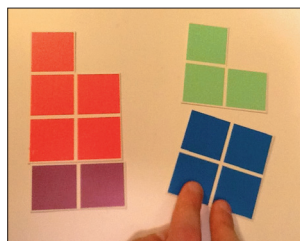
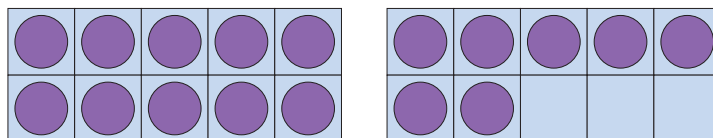
- ◊ *Konkret.* När vi utför handlingar lagras minnen av dem i muskelminnet. Därför är tänkandet i denna fas helt baserad på fysiska handlingar. Exempel på detta kan vi se i en aktivitet som att lära sig cykla.
- ◊ *Ikonisk.* Information lagras som sinnesbilder, vanligen som visuella bilder. Detta börjar från 18 månaders ålder. En extrem form av detta är fotografiskt minne. Barn som utvecklar fotografiskt minne förlorar ofta det när de blir äldre. Tänkandet är baserat på användningen av mentala bilder, ikoner, som är baserade på syn, men även hörsel, lukt eller beröring. Ett exempel på detta är när barn som inte kan läsa har lärt sig texten till sin favoritsaga utantill så att de vet vad som står på varje sida i boken.
- ◊ *Symbolisk/abstrakt.* Här handlar det om förmågan att lagra information i form av symboler. Detta klarar barn vanligtvis av när de är sex till sju år gamla. Representation av världen sker främst genom språket, men även genom andra symboliska system såsom siffror och musik.

I Japan arbetar man med att utveckla yngre barns räkning och begreppsförståelse för antal genom ikonisk avbildning. Lärarna introducerar mycket tidigt en kulram för barnen. Att röra skivorna på kulramen ingår i den *konkreta fasen*. Senare flyttas handlingarna över till den *ikoniska fasen* genom bilder av en kulram på papper. Barnen övar in de rörelser som de gör vid kulramen, så att när de kommer till den ikoniska bilden fortsätter de att utföra rörelserna i huvudet tills de inte längre behöver det stödet. Barnen får kontinuerligt se de abstrakta symbolerna för tal när de arbetar i de konkreta och ikoniska faserna. Därmed får de en förtrogenhet med symbolerna redan innan de faktiskt förväntas använda dem, de börjar inte använda dem för tidigt.



En liknande introduktion av denna stegvisa process kan ses i matematikundervisning i Ungern. Där bygger man i undervisningen upp mentala ikoniska bilder genom att eleverna använder kort tillsammans med plockmaterial för att utveckla sina mentala bilder av tio och där fem blir basen: 10 är $5+5$, 7 är $5+2$, 17 är $5+5$ (dvs 10) $+5+2$ osv.

Bas 10-kort



I Sverige har samma idéer använts. Ett exempel på detta är Gudrun Malmers talblock. Tanken med dessa var att de skulle användas som en visuell talgestalt, mental ikonisk bild, och därmed vara en hjälp i övergången från den konkreta fasen till den ikoniska fasen. Något som Malmer betonar är att bygga upp mentala ikoniska bilder av aritmetiska likheter. I bilden intill byggs mentala talbilder upp av den aritmetiska likheten $2+5=4+3$.

Talblock

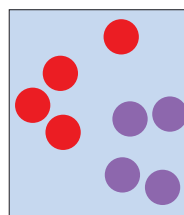
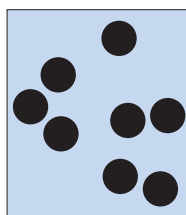
Följder för undervisningen

Genom att arbeta med ikoniska talbilder kan lärare ge elever bilder av tal i specifika mönster, här exemplifierat med kulramar, kort och talblock. De ikoniska talbilderna kan ses som en väg mellan de konkreta representationerna, som "plockisar", och de abstrakta representationerna, som siffror.

I undervisning knuten till åtgärdsprogrammet Mathematics Recovery* i Storbritannien har eleverna fått konstruera grupperingar och uppdelningar av tal för att de ska bygga upp mentala talbilder. Genom dessa talbilder byggs olika kombinationer av tal, exempelvis talbilden av tre och av två som tillsammans bygger upp talbilden till talet fem. Syftet är att eleverna ska gå från att räkna ett till ett, till att lägga ihop eller ta bort grupper.

Att utveckla konceptuell subitiserings

Genom att arbeta med olika mönster för tal kan vi hjälpa eleverna att se tal på olika sätt. De svarta prickarna i bilden nedan till vänster kan ses som 4 och 4; 4, 3 och 1; 2, 2, 3 och 1 osv, och det kan hjälpa eleverna att utveckla abstraktionsförmågan. När talen blir större, mellan fem och tolv, kan det vara till hjälp att använda färger som i den högra bilden.



Ett exempel på en enkel aktivitet som kan utveckla subitiseringsförmågan är följande. Två barn har fem föremål. Ett barn placerar några av de fem föremålen på bordet och täcker dem med handen, visar sin kamrat mycket snabbt, för att se om de kan subitiserar antalet. Större antal, upp till tjugo, kan utforskas på liknande sätt. Tanken är att utveckla barns olika sätt att se talgrupper så att de kan komma ifrån ett till ett-räkande.

När barnen är bekanta med hur man subitiserar får de gå vidare till att utveckla förståelse för talstrukturer, såsom talkamrater. I subitiseringsaktiviteten med föremål kan man i stället för att subitiserar den mängd föremål som syns säga komplementmängden. Om tre kronor av sju visas, sägs "fyra". Detta kan också, när talen är större, göras med kort. Konsekvent användning av pärlband där femtalen är tydliga ger också bra ikoniska talbilder.



Pärlband i två färger

Ett beslut som läraren måste ta är att bestämma när det är dags för eleverna att gå vidare till mer abstrakta och symboliska former för tal. Detta beslut baseras på lärarens bedömning av när eleverna inte längre behöver ikoniska talbilder. Man ska inte vara rädd för att stödja de barn som är långsammare än sina jämnåriga, låt barnen själva vara med och bestämma när de inte längre behöver de ikoniska talbilderna. Barn behöver sedan gå tillbaka till ikoniska talbilder vid nya steg i utvecklingen, exempelvis när talområdet blir större.

* Mathematics Recovery är ett internationellt åtgärdsprogram. Det utvecklades 2003 med anledning av problem med elevers vikande resultat inom taluppfattning. Dr Robert Wright, Jim Martland och Ann Stafford är upphovsmännen bakom programmet och ansvariga för att introducera det 2006 i Storbritannien, Kanada, USA och Australien.

LITTERATUR

- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass.: Belknap Press.
- Clements, D. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it? *Teaching Children Mathematics* 5(7), 400–405.
- Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- Klein, A. & Starkey, P. (1988). Universals in the development of early arithmetic cognition. I G. Saxe & M. Gearhart (red) *Children's Mathematics* 27–54. San Francisco: Jossey-Bass.

På ncm.gu.se/matematikpapper finns, bland mycket annat, talblock och subitiseringskort som hör till denna artikel.

