

Programmering i skolmatematiken?

I ett pågående forskningsprojekt tittar författarna närmare på programmering som innehåll i skolmatematiken sedan införandet i läroplanen 2018. Här redovisar de hur lärare tolkat uppdraget och vilken roll programmeringen har i de matematiklektioner med programmering som lärarna planerat och genomfört.

Under de senaste fem åren har många länder infört programmering i skolan på ett eller annat sätt. Vissa länder har valt att inkludera programmering i ett nytt mer övergripande skolämne, till exempel i England infördes *Computing* och i Danmark tänker man eventuellt föra in *Teknologiförståelse* som ett nytt ämne. Andra länder har valt att stoppa in programmering i redan befintliga skolämnena. I den svenska läroplansrevideringen 2017 skrevs programmering in i ämnena teknik och matematik, i grundskolans samtliga årskurser. Från och med höstterminen 2018 förväntas alla lärare som undervisar i matematik även undervisa i programmering. Implementeringen gick fort och fortbildningsmöjligheterna var begränsade. Skolverket genomförde under första året en rad endagarskurser och flera högskolor har på uppdrag av Skolverket erbjudit högskolekurser om 7,5 poäng. Trots dessa insatser kom förändringen oväntat för många lärare och fortfarande råder en hel del osäkerhet kring vad som förväntas av programmeringsundervisning.

De didaktiska frågorna vad, när, hur och varför besvaras dåligt av skrivningen i grundskolans läroplan. Vad finns antytt i det centrala innehållet men är högst begränsat till hur stegvisa instruktioner och algoritmer kan skapas och användas, och uppges vara en del av det centrala innehållet i algebra. Som svar på frågan *varför* förs programmering ihop med digitala verktyg i största allmänhet som eleven ska lära sig att använda "för att kunna undersöka problemställningar och matematiska begrepp, göra beräkningar och för att presentera och tolka data." I gymnasiets ämnesplaner är programmering mer framskrivet som ett verktyg för problemlösning.

Ett forskningsprojekt

För att undersöka hur programmering som en del av matematikämnet formas i praktiken, och hur programmering eventuellt berikar eller försvårar den existerande matematikundervisningen i grundskolan, inleddes 2019 ett forskningsprojekt vid

inPAC: *Integrating Programming in school mathematics – exploring the intersection of Algebraic and Computational thinking* Det fyraåriga projektet (2019–2022) är finansierat av Vetenskapsrådet. Deltagare är Kajsa Bråting och Lennart Rolandsson från Uppsala universitet samt Cecilia Kilhamn från Göteborgs universitet.

Uppsala universitet. På olika sätt försöker vi inom projektet att analysera såväl läromedel som hur lärare väljer att undervisa när de försöker uppfylla läroplanens direktiv att inkludera programmering i matematiken. Ett av projektets delstudier bygger på datamaterial från ett utvecklingsarbete kring programmering i ämnesundervisningen 2017–2020. Där genomförde grupper av lärare så kallade lesson studies om programmering inom den befintliga ämnesundervisningen. Det finns mer att läsa om detta utvecklingsarbete i slutrapporten *Programmering i skolan. Var, när, hur och varför?*

Vi har i detalj analyserat dokumentationen från 32 lesson studies som genomfördes inom ramen för ämnet matematik i grundskolan. Grupper om två till fem lärare planerade, genomförde, utvärderade och reviderade tillsammans en matematiklektion som innehöll programmering. De formulerade själva lektionens syfte och lärandemål och hade fria händer att välja programmeringsmiljö. Därefter dokumenterade respektive lärargrupp sin lektion. De flesta av de lärare som deltog i utvecklingsprojektet hade ingen tidigare erfarenhet av att undervisa programmering och kände sig relativt osäkra i den nya rollen.

I analysen ville vi dels ta reda på vilket matematikinnehåll som kopplades till programmering, dels förstå relationen mellan programmering och matematik i dessa lektioner. Det material vi tittade på bestod av:

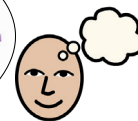
- ♦ det beskrivna syftet och lärandemålet
- ♦ det matematikinnehåll vi kunde se i respektive lektion
- ♦ lärarnas utvärdering av lektionen avseende matematiklärande
- ♦ den programmeringsmiljö som användes.

Computer-Based Maths The Change

hur man skickar en text
vet inte mer
programering
parantesteken
att koda lite
att det finns i nokflex

print
inget skriva
programmera
att det finns i nokflex

code
öppna sidan
saker
siffror
bra
input
lycket



tänk



rita



1 2 3
numrera



Vad är Colaboratory?

```
seconds_in_a_day = 24 * 60 * 60
seconds_in_a_day
```

86400

Programmerings roll i skolmatematiken

När vi kategoriserat materialet utifrån likheter och skillnader utkristaliserades fyra olika relationer mellan matematik och programmering, eller snarare fyra olika roller som programmeringen spelade under dessa matematiklektioner.

1. *Enbart programmering.* Lektioner i den här kategorin handlar enbart om programmering. Eleverna ska lära sig programmera men aktiviteten kopplas inte alls till matematik. Det kan till exempel handla om att programmera en robot att röra sig över golvet, att programmera en kompis eller en grafisk figur i ett dansprogram, eller att skapa en presentation i Scratch. Det finns ingenting i dessa lektioner som markerar att de är matematiklektioner i traditionell mening. I flera av lektionerna får ett annat ämne utgöra kontext, exempelvis att programmera ett geografispel eller en saga. Programmeringen i sig betraktas som ett matematiskt innehåll.
2. *Matematik som kontext för programmering.* I den här kategorin utgör matematiken huvudsakligen en kontext för att lära sig programmera. Inget nytt matematiklärande åsyftas, men programmering kan utnyttjas för att repetera eller befästa matematikkunskaper. Eleverna får exempelvis göra en räknasaga eller ett spel som tränar multiplikation. I hälften av lektionerna i den här kategorin utgörs den matematiska kontexten av geometri. Typexempel är när eleverna ska programmera en blue-bot med hjälp av pilar så att den tar sig fram i ett rutsystem mellan olika geometriska figurer, eller skriva en kod som får en sprajt att röra sig över skärmen i form av en kvadrat. Tid och energi ägnas huvudsakligen åt svårigheter med själva programmeringen och lektionen utvärderas i relation till hur väl eleverna lärt sig programmera, medan den geometri som ingår redan är känd för eleverna.
3. *Programmering som ett verktyg för att effektivisera beräkningar inom matematiken.* I den här kategorin har lektionerna ett tydligt matematikinnehåll med lärandemål i matematik. Ett program skapas och används som ett effektivt sätt att utföra beräkningar. Hälften av lektionerna i denna kategori handlar om statistik och sannolikhetslära, ett matematikområde som innehåller mycket datahantering och beräkningar. Det kan exempelvis handla om att simulera 1000 tärningskast eller beräkna medelvärden på stora datamängder.
4. *Programmering som ett verktyg för att utforska matematik.* I den sista kategorin används programmering för att utforska matematiska begrepp eller samband. Programmeringen tillför nya sätt att närma sig matematiken och uppges på så sätt kunna fördjupa den matematiska förståelsen på en nivå som är relevant för den angivna årskursen. Exempelvis fick eleverna under en lektion i årskurs 4 utforska begreppen vinkel och rotation samt fundera på sambandet mellan vinkelns gradtal och sektorns andel av en cirkels area. I kombination med reflekterande frågor gav programmeringen möjligheter som motsvarande arbete med papper och penna inte hade gjort genom att programmet kunde testas och modifieras med olika värden på de ingående variablerna.

Varje lektion analyserades med avseende på den roll programmering spelar och det huvudsakliga matematikinnehållet som var synligt. Tabellen visar hur rollerna respektive matematikinnehållet fördelar sig över lektionerna.

Relationen mellan matematik och programmering						
		Enbart programmering	Matematik som kontext för programmering	Programmering som verktyg för att effektivisera beräkningar	Programmering som verktyg för att utforska matematik	
Matematikinnehåll	Enbart programmering	10				10
	Taluppfattning och tals användning		7	1		8
	Geometri		5	1	2	8
	Statistik och sannolikhet			3		3
	Algebra					0
	Problemlösning			1		1
	Samband och förändring				2	2
		10	12	6	4	

Fördelningen av de 32 lektioner som planerats i form av lesson studies med avseende på matematikinnehåll respektive relationen mellan matematik och programmering.

Problemlösning

Det kan verka förvånande att inte problemlösning förekom i fler lektioner. När vi läste lärarnas dokumentation fanns problemlösning ofta angivet i syfte eller lärandemål, men när vi sedan granskade själva aktiviteten kunde vi inte hitta något matematiskt problem som skulle lösas. Därför klassificerade vi inte matematikinnehållet som problemlösning. Problemen var istället ofta formulerade utifrån programmeringen: "Hur ska du programmera det här?", medan matematiken som skulle ingå i programmet var oproblematiske.

Algebra

Ännu mer förvånande var att ingen lektion klassificerades som en lektion i algebra, trots att programmering i läroplanen har införts som en del av det centrala innehållet i algebra. Under några lektioner behandlades variabler, vilket ofta ledde till en osäkerhet hos både elever och lärare eftersom innebörden av variabler skiljer sig inom programmering och algebra. I programmering kan en variabel exempelvis representera en färg eller en form, det måste inte alltid vara ett tal. Dessutom måste variabeln tilldelas ett värde för

att programmet ska kunna köras. I algebra däremot representerar variabeln alltid ett tal (åtminstone i skolalgebra) och en viktig poäng med den symboliska algebran är att vi kan utföra manipulationer av uttryck utan att känna till variabelns värde. Att kontrastera de olika betydelserna av variabler inom programmering och matematik skulle kunna berika elevernas begreppsliga förståelse för variabler, men eftersom algebra inte var i fokus under dessa lektioner tillvaratogs inte den möjligheten.

I en av våra tidigare genomförda läromedelsanalyser var det vanligare med programmeringsuppgifter i algebraavsnitten för de tidigare årskurserna. Detta berodde på att en vanligt förekommande uppgift var att arbeta med upprepade mönster, vilket är en del av det centrala innehållet i algebra för tidiga skolår. Dessa uppgifter såg oftast likadana ut i tidigare upplagor av läroboken utan att de då kallades programmering och mer algebraiskt intressanta mönster än upprepningar hittade vi inte i vår läromedelsanalys.

Matematiska begrepp

Genom införandet av programmering i matematikämnet har Skolverket gjort ett val som påverkar synen på matematik. Många av lärargrupperna citerar följande ur läroplanens syftesformulering:

Genom undervisningen ska eleverna ges förutsättningar att utveckla förtrogenhet med grundläggande matematiska begrepp och metoder och deras användbarhet.

När detta syfte relateras till en lektion som helt ägnas åt programmeringsbegrepp och kodning utan att andra grundläggande matematiska begrepp och metoder tas upp kan man misstänka att lärarna uppfattar begrepp från programmeringen som matematiska. Detta resultat skiljer sig från resultatet av en tidigare intervjustudie som genomförts inom projektet, där lärarna sålлан uppfattade programmering i sig som en matematisk aktivitet.

Implikationer för framtiden

Just nu befinner sig programmering i en kritisk fas i skolmatematiken där den söker sina former och sitt innehåll. Våra resultat visar att programmeringens roll fortfarande är otydlig och att lärare tolkar kursplanens uppdrag på olika sätt. Med all säkerhet kommer programmering att få en allt större betydelse i samhället och har därför en given plats i skolan. Men det finns fortfarande frågor för lärare, rektorer och skolmyndighet att fundera över.

När lektioner i programmering saknar koppling till traditionell matematik kan det diskuteras om de bör förläggas till just matematikämnet. Kanske är Danmarks modell med ämnet teknologiförståelse en väg som bättre skulle kunna fokusera datalogiskt tänkande utan att alla övningar behöver ramas in som matematiskt relevanta? I matematik skulle programmering i så fall kunna få en mer tydlig roll som ett verktyg bland många andra.

Med tanke på vilket matematikinnehåll lärarna i den här studien ansett som lämpligt för arbete med programmering, där ingen lektion klassificerades som en lektion i algebra, kan det också diskuteras om programmeringen verkligen ska anses utgöra en del av det centrala innehållet i just algebra. Det är dessutom helt unikt för Sverige att göra denna koppling mellan programmering och algebra. I övriga länder kopplas programmering oftare till

sannolikhetssimulering, datahantering och geometri, vilket även många av lärarna i våra studier gör. I gymnasiets ämnesplaner skrivs programmering fram som ett verktyg för problemlösning utan explicit koppling till algebra.

En annan aspekt av programmering som framgår både i den studie som vi berättat om här och i en delstudie där vi intervjuat lärare är att det finns delade meningar om vad som räknas som programmering. Vissa lärare menar att de undervisar programmering när de använder andra digitala verktyg såsom Excel, Geogebra eller Desmos, medan andra bygger sin uppfattning på en tradition där programmering likställs med kodning. Eftersom såväl kodning och datalogiskt tänkande som andra typer av digitala verktyg har sin plats i skolan är det viktigt att vi skapar ett gemensamt språk för att prata om vad undervisningen ska innehålla. Det vore synd om införandet av programmering i skolmatematiken skulle innebära att användning av dynamiska digitala verktyg som är anpassade för just matematik nedprioriteras till förmån för kodning med fokus på stegvisa instruktioner och algoritmer på grund av att endast de senare nämns explicit i kursplanens centrala innehåll.

Det är vår förhoppning att programmering i allt större utsträckning kommer att användas för att berika matematiken genom sin beräkningskraft och snabbhet samtidigt som andra digitala verktyg utnyttjas för att visualisera matematiska begrepp och samband.



LITTERATUR

- Bråting, K. & Kilhamn, C. (2021). The integration of programming in Swedish school mathematics: Investigating elementary mathematics textbooks. *Scandinavian Journal of Educational Research*. First online.
- Bråting, K., Kilhamn, C. & Rolandsson, L. (red). (2021). *Programmering i skolmatematiken – möjligheter och utmaningar*. Studentlitteratur.
- Jahnke, A. (red). (2020). *Programmering i skolan. Var, när, hur och varför?* Slutrapport från FoU-programmet Programmering i ämnesundervisningen. Ifous rapportserie 2020:5.
- Kilhamn, C., Rolandsson, L. & Bråting, K. (2021). Programmering i svensk skolmatematik. *LUMAT – International Journal on Math, Science and Technology Education*, 9(1), 283–312.