

# Visualisering av vattenflöden med hjälp av Geogebra

Geogebra är ett användbart verktyg i matematikundervisningen, men det är också utmärkt för att visualisera fenomen i naturen och världen utanför klassrummet. Här ger författarna ett exempel på visualisering av vattenflödet i Volgas biflod Nemda som kan leda till diskussioner om klimatpåverkan.

Geogebra ersätter allt mer grafitande räknare som digitalt verktyg i våra klassrum. Lärare använder programmet som ett dynamiskt visualiseringsverktyg för att förklara nya matematiska begrepp och samband och lär eleverna att utnyttja dess funktionalitet vid problemlösning. Geogebra har ursprungligen utvecklats som programvara främst ämnad för undervisningssituationer men det har visat sig att användningsområdet kan breddas. Kan exempel av användning utanför klassrummet vara motiverande för både lärare och elever? Kan större intresse väckas genom vetenskapen att det faktiskt går att använda till något verkligt och inte bara för att svara på konstruerade frågor på prov?

## Vattenflöden i Volga

Vi vill dela med oss av ett sådant exempel, när Geogebra användes för att visualisera vattenflöden i floden Volga inom ett forskningsprojekt av Ryska vetenskapsakademin.

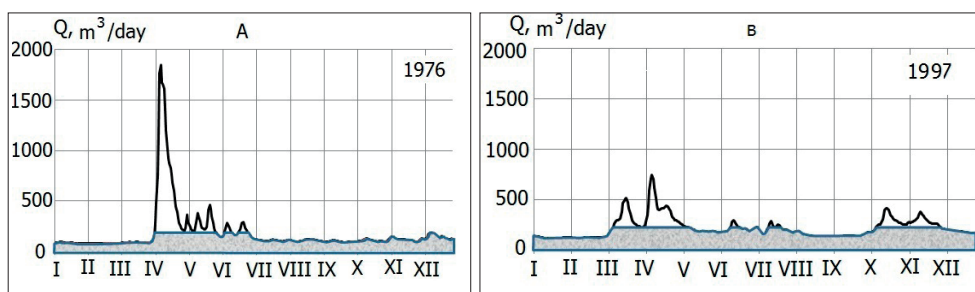
### *Skapa en hydrograf*

En hydrograf är en grafisk framställning av vattenflödet vid en punkt i en flod eller annat vattendrag som en funktion av tiden (ofta mer än ett år). Man skapar hydrografen utifrån observationer av vattenflödet i en punkt. Under högvatten görs observationerna oftast dagligen, men under sommar- och vinterperioder av lågvatten kan mätningarna göras var tredje dag. På y-axeln har man vattenflödet och på x-axeln tiden.

Genom att använda hydrografen kan man analysera vattentillförsel från grundvatten. Eftersom det är sparsamt med nederbörd under lågvattenperioderna juli–augusti och december–februari sker flodens vattentillförsel främst från grundvattnet. För att göra skattningen väljs en del av floden utan sidoinflöden, och genom att mäta vattenflödet i början och i slutet av sträckan kan man beräkna mängden grundvatten som tillkommer.

I figur 1 visas ett exempel på två hydrografer för floden Oka, en biflod till Volga, för 1976 och 1997. De två åren har samma totala årsvattenmängd, som är nära de normala nivåerna, men hydrografernas olika form och utseende visar slående skillnader i fördelningen av vattenflöden mellan låg- och högvattenperioderna.

Hydrografen visar hur vattenflödet ändrats under perioden: från att vattenmängden varit mindre under vinter och sommar med kraftiga högvatten däremellan till att vattenmängden fördelas jämnare under hela året. Det kan förklaras av den globala uppvärmningen, eftersom snön smälter i större utsträckning före högvattenperioden under de mildare vintrarna.



Figur 1. Hydrografer som visar vattenflöden i floden Oka år 1976 och 1997, baslinjerna är skuggade.

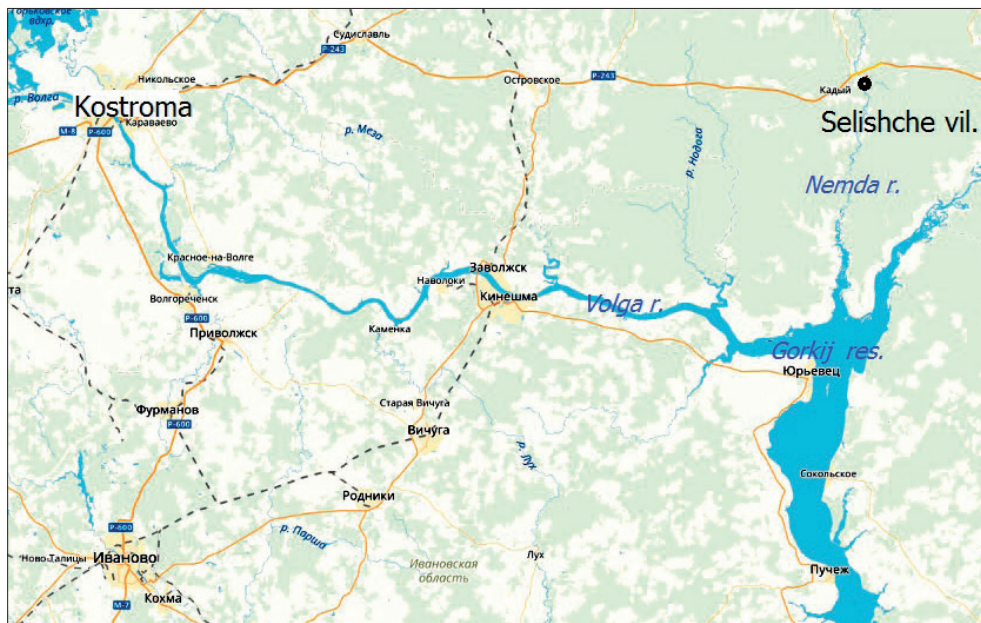
### Visualisering med hjälp av Geogebra

Vi har tagit hjälp av Geogebra för att visualisera en hydrograf, alltså modellerat några mätpunkter i Volgas inflöden som kännetecknas av naturliga vattenflöden och inte är belamrade med hydrotekniska konstruktioner.

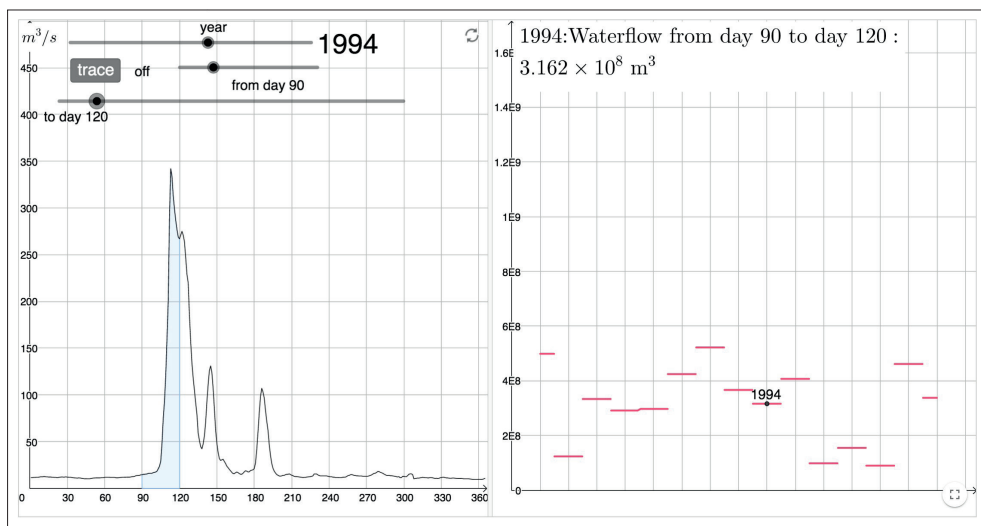
| Год  | день/число | Месяц |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      |            | I     | II   | III  | IV   | V    | VI   | VII  | VIII | IX   | X    | XI   | XII  |
| 1986 | 1          | 11,6  | 11,3 | 8,75 | 16,4 | 205  | 15,3 | 33,3 | 11,5 | 33,6 | 24,7 | 56,7 | 17,9 |
| 1986 | 2          | 11,2  | 11,3 | 8,75 | 23,3 | 158  | 15,3 | 29   | 10,9 | 31,6 | 24,1 | 49,6 | 17,5 |
| 1986 | 3          | 11,2  | 11,3 | 8,85 | 36,7 | 129  | 15,1 | 25,4 | 10,7 | 27   | 23,5 | 41,5 | 17   |
| 1986 | 4          | 11,4  | 11,2 | 8,85 | 55   | 106  | 14,8 | 21,8 | 10,7 | 22,3 | 24   | 35,6 | 16,1 |
| 1986 | 5          | 11,1  | 11,1 | 8,85 | 75,2 | 84,7 | 14,4 | 18,4 | 10,7 | 19,6 | 24,7 | 34,8 | 15,2 |
| 1986 | 6          | 11,1  | 10,7 | 8,75 | 96,8 | 72,4 | 14   | 17   | 10,5 | 17,7 | 24,5 | 33,9 | 14,2 |
| 1986 | 7          | 11    | 10,7 | 8,85 | 120  | 56,4 | 16,7 | 15,5 | 10,5 | 17,7 | 24,5 | 32,8 | 13,7 |
| 1986 | 8          | 11    | 10,6 | 8,93 | 144  | 44,4 | 26,8 | 14,9 | 10,3 | 17,6 | 23,4 | 30,3 | 13   |
| 1986 | 9          | 11    | 10,4 | 8,93 | 169  | 35,7 | 34,3 | 14,7 | 10,1 | 17,4 | 22,5 | 28,3 | 12,7 |
| 1986 | 10         | 11,3  | 10,3 | 9,1  | 201  | 31,8 | 34,3 | 14   | 9,94 | 16,9 | 20,8 | 26,1 | 13   |
| 1986 | 11         | 11,2  | 10,3 | 9,2  | 218  | 29,2 | 31,5 | 14   | 9,45 | 16,4 | 20,4 | 23,8 | 13,3 |
| 1986 | 12         | 11,1  | 10,2 | 9,2  | 241  | 26,9 | 26,5 | 14,8 | 9,45 | 16,2 | 20   | 21,2 | 14,2 |
| 1986 | 13         | 11    | 10,2 | 9,28 | 252  | 24,3 | 20,2 | 15,5 | 9,66 | 16,2 | 19,7 | 21,4 | 14,7 |
| 1986 | 14         | 10,7  | 10,2 | 9,35 | 243  | 21,8 | 17,6 | 15,5 | 10   | 17,2 | 19,5 | 23,1 | 14,8 |
| 1986 | 15         | 10,6  | 10,1 | 9,45 | 229  | 21,2 | 15,8 | 15,5 | 13,4 | 18,1 | 19,4 | 24,7 | 14,5 |
| 1986 | 16         | 10,6  | 10,1 | 9,63 | 204  | 20,9 | 15,5 | 15,2 | 23,5 | 18,5 | 19,3 | 24   | 14,3 |
| 1986 | 17         | 10,7  | 10   | 9,8  | 188  | 20,7 | 15,5 | 15,2 | 25,8 | 31,3 | 18,9 | 23,1 | 14,3 |
| 1986 | 18         | 10,9  | 10   | 9,98 | 183  | 20,2 | 15   | 14,8 | 26,2 | 39,1 | 18,7 | 22,4 | 14,2 |
| 1986 | 19         | 11    | 9,56 | 10,1 | 188  | 19,9 | 14,6 | 14,8 | 26,5 | 40,5 | 18,2 | 21,9 | 14,2 |
| 1986 | 20         | 11,1  | 9,56 | 10,1 | 190  | 18,2 | 13,7 | 14,6 | 30,6 | 39,9 | 17,9 | 21,1 | 14,3 |
| 1986 | 21         | 10,7  | 9,45 | 9,98 | 198  | 17,4 | 13,4 | 14,2 | 36,6 | 37,2 | 17,6 | 20,2 | 14   |
| 1986 | 22         | 10,7  | 9    | 9,9  | 222  | 17,2 | 14,7 | 14   | 37,3 | 34,3 | 17   | 19,4 | 13,4 |
| 1986 | 23         | 10,8  | 9    | 9,98 | 256  | 16,9 | 15,6 | 18,3 | 36,6 | 33,3 | 17,4 | 18,4 | 13,1 |
| 1986 | 24         | 10,9  | 9,1  | 9,98 | 298  | 16,7 | 17,3 | 21,3 | 34,3 | 32,6 | 22,3 | 18,1 | 12,9 |
| 1986 | 25         | 11,1  | 9,1  | 10,1 | 310  | 16,5 | 21,3 | 16,9 | 30,4 | 34,9 | 32,1 | 17,1 | 13,1 |
| 1986 | 26         | 11,6  | 9,1  | 10,1 | 302  | 16,2 | 29,8 | 15,3 | 26,7 | 37,4 | 55,7 | 16,8 | 12,8 |
| 1986 | 27         | 11,9  | 9    | 10,2 | 300  | 15,8 | 45,6 | 13,4 | 26,9 | 37,8 | 73,1 | 17,3 | 12,8 |
| 1986 | 28         | 11,9  | 9    | 10,3 | 297  | 15,3 | 53   | 12,7 | 31,4 | 34,7 | 80,1 | 17,6 | 12,8 |
| 1986 | 29         | 11,9  | -    | 10,7 | 268  | 15,5 | 48,8 | 12,3 | 35,1 | 30,7 | 82,1 | 17,5 | 12,6 |
| 1986 | 30         | 11,8  | -    | 11,5 | 234  | 16   | 40,7 | 11,7 | 36,4 | 27,4 | 77,6 | 17,8 | 12,3 |
| 1986 | 31         | 11,3  | -    | 13,4 | -    | 16,2 | -    | 11,9 | 36,8 | -    | 68,3 | -    | 12,1 |

De mätdata som användes finns öppet tillgängliga i Rysslands federala vattenresursdatabas. Ett stort antal tabeller med dagliga mätningar av vattenflöden för åren mellan 1986 och 2000 för Volgas biflod Nemda (figur 2) kopierades in i kalkylbladet varifrån datan inhämtades.

Figur 2. Vattenflöden i bifloden Nemda varje dag under 1986.

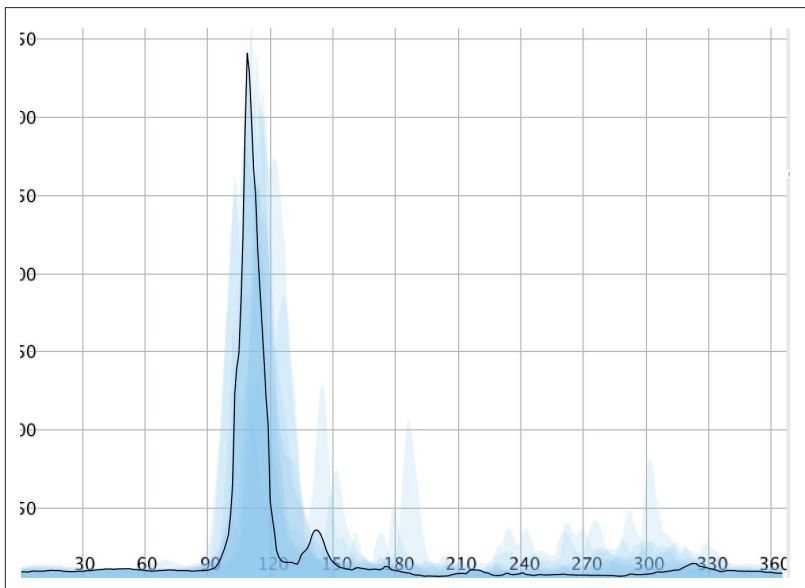


Konstruktionen i figur 3 har två ritområden där den vänstra visar hydrografen för det aktuella året som väljs med hjälp av en glidare, och som skapas som ett polygontåg. När man därefter väljer en viss del av året, från en dag till en annan dag, markeras arean under grafen i blått och beräknas som arean av en polygon. I det högra ritområdet visas då den totala vattenmängden för den valda perioden för samtliga år från och med 1986 till och med 2000, där det aktuella året är tydligt markerat.



Figur 3. Dynamisk hydrograf i Geogebra över vattenflödet i Nemda år 1986–2000.

Det finns möjlighet att sätta igång spåret (trace). När man då ändrar år markeras det i hydrografen hur det har sett ut de övriga åren: var och hur ofta det har förekommit pika i vattenflödet (figur 4). Den dynamiska konstruktionen återfinns på Nämnaren på nätet.



Figur 4. Dynamisk hydrograf i Geogebra.

## Förmedla budskap

Geogebas dynamiska interaktivitet gör hydrografer tydliga och lättillgängliga när man vill förmedla ett budskap. I detta fallet har det bidragit till att lekmän vid en presentation kunde tillgodogöra sig den information som annars skulle varit svår att anamma. Geogebra har här bidragit till att klimatproblematiken blivit tydligare.

Att visa för våra elever att programvaran som vi använder i ett klassrum kommer till nytta även utanför skolan kan vara en motiverande faktor. På köpet erhålls spännande möjligheter till problemlösning med direkt koppling till aktuell forskning.

### LÄNKAR

Exemplet har presenterats vid *Nordic and Baltic Geogebra Conference* i Köpenhamn 2018. Länkar till konferensen, till den öppna sidan *Rysslands federala vattenresursdatabas* och till Geogebrastrukturen finns på Nämnaren på nätet.



Projektet genomfördes under Governmental Order to WPI RAS (subject no. 0147-2019-0001 registration AAAAA18-118022090056-0).