

Grafernas abcd

– transformationer i ett nötskal

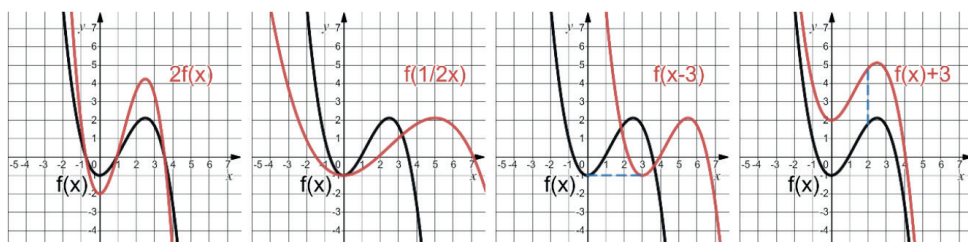
Författarna ger en sammanfattande introduktion till hur grafer kan stretchas och förflyttas med hjälp av fyra variabler.

I tidigare nummer av Nämnaren har det visats exempel på hur elever på ett glädjefullt sätt kan lära sig funktioner och formler genom att skapa konstverk och rörliga bilder i programmet Desmos. För att elevernas slutresultat ska bli så bra som möjligt lär vi dem hur grafer kan transformeras. Eleverna får stegvis lära sig grunderna i *Grafernas abcd*, ett läromedel som vi själva publicerat bestående av en teoribok och arbetsbok med övningar. Böckerna vänder sig främst till elever från årskurs 9 och har ett innehåll som går att använda både till självstudier och till traditionell klassrumsundervisning. Övningarna har ökande svårighetsgrad och är utformade för att också stimulera särskilt begåvade elever. Eleverna kan kontrollera sina svar genom att titta på lösningsförslagen i facit eller genom att rita graferna direkt i Desmos.

Bokens titel har två betydelser. Dels antyder den att *Grafernas abcd* lär ut grunderna om grafer, dels hänvisar den till de variabler som vi valt att kalla a , b , c och d som styr hur en graf kan förflyttas och stretchas. En godtycklig tvådimensionell graf kan, på ett nästan magiskt sätt, förflyttas och stretchas i både x - och y -led. Funktionen $f(x)$ kan transformeras med:

$$a \cdot f\left(\frac{1}{b}(x-c)\right) + d$$

Variablerna a och b anger hur grafen *stretchas* i y -led respektive x -led. Variablerna c och d anger hur grafen *förflyttas* i x -led respektive y -led. Här ses hur grafen transformeras då endast en variabel förändras.



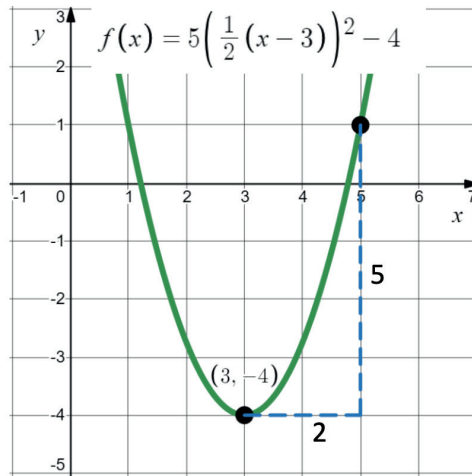
a stretchar i y -led

b stretchar i x -led

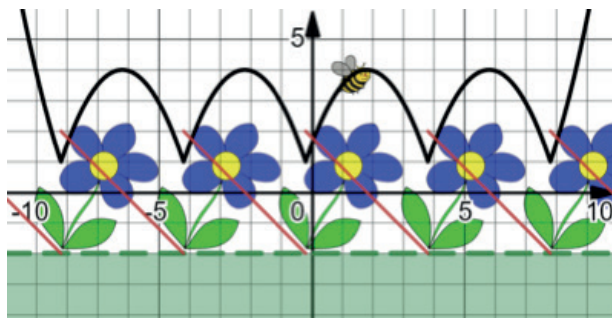
c förflyttar i x -led

d förflyttar i y -led

I bilden nedan visas ett exempel där parabeln $f(x) = x^2$ har transformerats med $a=5$, $b=2$, $c=3$ och $d=-4$. Observera hur snabbt det går att hitta grafens ekvation jämfört med den algebraiska metoden med hjälp av ekvationssystem.



Dessutom lär sig eleverna hur formeln kan kombineras med två olika sorters absolutbelopp för att åstadkomma spännande effekter. Här ses ett exempel från Linn i årskurs 9, som lät ett bi som pollinerar blommor flyga längs en transformerad parabel med flera absolutbelopp.



Linn beskriver sitt arbete så här:

Jag kopplade biets position till en parabel (andragradsekvation) som jag pysslat om en del med hjälp av absolutbelopp. Jag tog absolutbelopp på hela funktionen för att spegla parabeln, och sedan absolutbelopp ett antal gånger (med förflyttning av graf emellan) för att biet skulle flyga upp och ner samma antal gånger som det fanns blommor -1 (antal mellanrum mellan blommorna).

Sedan fick jag ändra grafens placering i y - och x -led för att den skulle passa så att biet flög till mitten av blomman och sedan lyfte för att hamna i mitten av nästa blomman. Jag ändrade också formen på parabeln för att biet skulle få flyga lagom högt mellan varje blomman, så att det såg normalt ut, så som det ser ut när bin flyger, fast lite högre för det ser roligare och intressantare ut.

Exemplet visar hur Linn tillämpar teorin från *Grafernas abcd*, där användningen av absolutbelopp beskrivs mer ingående. Som vi kan se har hon fått en fördjupad förståelse för hur man hanterar grafer. Med dessa matematiska konstverk utvecklar eleverna sina kunskaper och sätter själva gränser för vad de vill åstadkomma. Eleverna blir motiverade att lära sig teorin, för att få kontroll över sina grafer i konstverken. Nyfikenhet gör att de gärna använder grafer av alla tänkbara slag så som sinuskurvor, cosinuskurvor, parabler, räta linjer och tredjegradskurvor. Vi är medvetna om att nivån på innehållet ligger över högstadienivå, men vi tror att det ger eleverna en god grund för gymnasiekurserna. Eleverna är så fokuserade på sina grafer att de inte märker komplexiteten i den matematik de arbetar med.

Det som gör *Grafernas abcd* extra intressant är att samtidigt som särskilt begåvade elever stimuleras, kan även elever som inte alltid har så lätt för matematik göra bra ifrån sig när de lyckas skapa vackra bilder. Eleverna inspireras även av varandra. När de vill lära sig hur någon annan har lyckats skapa en effekt, lär de sig att uttrycka sig matematiskt för att beskriva vad de gjort.

Vi hoppas att fler kommer att få glädje av *Grafernas abcd* för att främja elevernas kreativitet inom ämnet matematik. Vi avslutar med några kommentarer från elever i årskurs 8 och 9, som fick arbeta med materialet på egen hand:

”Mycket roligare än vanliga lektioner. Det gick ju ganska bra på vanliga provet ändå. Det kändes inte som man missat något.”

”Jag tycker att det gick bra, jag lärde mig mycket på en relativt kort mängd tid och det blev lättare och lättare ju längre jag höll på även om uppgifterna blev svårare.”

”Roligt, intressanta uppgifter, bra upplägg!”

”Jag tyckte att det var roligt och att det funkade bra med att lära sig själv med hjälp av materialet man fick i textboken. Det var bra exempel som tog upp det som kom i uppgifterna som motsvarade det kapitlet. Det var också roligt att lära sig om grafer och använda olika ekvationer och funktioner för det.”

”Önskar jag fick göra detta tidigare.”

Det finns planer på en uppföljare till *Grafernas abcd*. Tanken är att blanda teori och problemlösning för att, bland annat, lära ut hur man med 3d-grafik kan rita den röda blomman i programmet Geogebra. Vill du veta mer kan du höra av dig till författarna på grafernasabcd@gmail.com.



LITTERATUR OCH LÄNKAR

Christiansen, C. & Nilsson, A-C. (2021). *Rörliga bilder med Desmos*.

Nämnamn 2021:1.

Christiansen, C. & Nilsson, A-C. (2020). *Hundkojan*. Nämnamn 2020:3.

Christiansen, C. & Nilsson, A-C. (2020). *Desmos – en interaktiv plattform*.

Nämnamn 2020:1.

Christiansen, C. & Nilsson, A-C. (2019). *Algebra-artisten*. Nämnamn 2019:4.