

## Skriftlig kommunikation

### – *Hur undervisar man om det?*

I denna artikel beskriver en förstelärare i matematik och en forskare ett samarbete och de insikter de har fått i inledningen av ett skolforskningsprojekt. Syftet med projektet är att utveckla ett ramverk som beskriver kvalitet och progression i skriftlig kommunikation i matematik.

**S**kriftlig kommunikation i matematik ingår i kommunikationsförmågan och ska följaktligen bedömas av alla undervisande lärare. Målet är att eleverna successivt ska bli säkrare i sin kommunikation, för att senare i utbildningen kunna genomföra matematiska bevis. Men hur undervisar man om skriftlig kommunikation i matematik? Hur bedömer man kvaliteten i kommunikationen? Vad är egentligen en god redovisning av en lösning till ett problem? Och hur ser progressionen ut?

Med medel från Skolforskningsinstitutet (Skolfi) arbetar forskare och aktiva lärare sedan januari 2021 tillsammans för att utveckla en modell för att stödja lärare i deras undervisning om skriftligt presenterade resonemang. Projektet löper över tre år och syftet är att tillsammans med lärare utarbeta ett ramverk för att värdera och bedöma progression i elevers formella skriftliga kommunikation i matematik. De forskare som arbetar i projektet är Anna Teledahl, Ola Helenius, Cecilia Kilhamn och Linda Marie Ahl.

I denna artikel beskriver vi de insikter vi har fått i projektets inledande skede. Först berättar Lina, som är förstelärare i matematik på Munksundsskolan i Enköping, och därefter Linda som är forskare.

### Linus berättelse

Jag har under läsåret undervisat en årskurs 5 med 47 elever som är indelade i två grupper. Eleverna är ganska vana vid att lösa problem, och även att berätta och/eller visa hur de löst problemen. Fokus har ofta varit att eleverna ska se att problem kan lösas på olika sätt. Mina försök att få dem att skriva ner hur de löser problemen har givit blandat resultat. När jag fick frågan om jag ville vara pilotlärare i projektet tog jag chansen. Jag såg möjligheten att utveckla min undervisning men också att få vara med och skapa ett stöd för andra lärare. Frågan kom från min biträdande rektor, Nina Ullsten, och eftersom jag visste att hon aktivt skulle stödja mig var det ett enkelt beslut att ta.

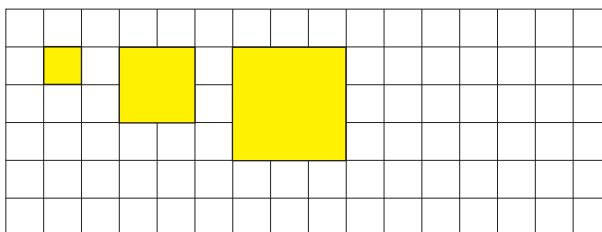
Projektet inleddes med att vi (Lina, Nina, Ola och Linda) träffades och själva enskilt löste några matematikproblem. Vi jämförde sedan våra lösningar för att identifiera styrkor och svagheter. Jag hade mina elever i fokus

och löste problemen som om jag skulle visa elever i årskurs 5 hur man kan göra. Linda och Olas lösningar kändes mer "matematiskt korrekta". Linda hade också med sig autentiska elevlösningar. Tillsammans pratade vi om vad som saknades i lösningarna och om vad som absolut borde vara med. Vi pratade om att lösningen bör bevisa att svaret verkligen är en korrekt lösning. Det var inget som jag hade tagit upp med mina elever.

Nästa steg var att låta eleverna arbeta med ett problem och producera lösningar. Vi tittade på svårighetsgraden på problemen, och valde problem som var lagom för mina elever och som kunde passa in i den övriga undervisningen. Som första problem valde vi ett från det nationella provet i årskurs 6, 2017.

### Mönster I

*figur 1*   *figur 2*   *figur 3*   *figur 4*



Elevernas uppgift var att:

- rita figur 4 i mönstret
- bestämma areorna för figur 2, 3 och 4
- bestämma areorna för figur 7 och 13
- beskriva med ord eller formel hur man kan beräkna arean på en figur om man bara vet figurnumret
- bestämma figurnumret på den figur som har arean  $400 \text{ cm}^2$ .

Innan jag genomförde lektionerna fick jag tydliga instruktioner om hur de skulle genomföras. Vi pratade också om vilka olika sorters lösningar som kunde tänkas komma upp. Efter varje lektionstillfälle har jag lagt upp elevernas skriftligt presenterade lösningar i en gemensam digital mapp så att Linda och Ola också kunde se dem. Efter lektionen har jag antingen skrivit en reflektion eller delgivit mina reflektioner muntligt. Därefter har vi haft digitala möten där vi tittat på lösningarna tillsammans och valt ut några att jobba vidare med nästkommande lektion. Dessa representerar de flesta elevernas sätt att ta sig an problemet men några skiljer sig mycket från de vanligaste lösningarna.

### *Tre problemlösningstillfällen*

Första gången fick eleverna i uppgift att först göra en enskild lösning för att sedan visa och prata om sin lösning i smågrupper. Någon eller några från varje grupp fick sedan visa sin lösning i hela klassen och kamraterna fick ställa frågor. Därefter fick alla i uppgift att enskilt skriva ner en så tydlig lösning att vem som än tittade på den skulle förstå. En del elever protesterade och frågade "Måste jag skriva samma igen?" och "Hur mycket måste jag skriva?". Jag

berättade att de gärna fick skriva ner någon annans lösning, vilken som helst som de tyckte var bra. Eftersom syftet var att producera en skriftlig välkommunicerad lösning hade det varit ändamålsenligt för flera elever att byta bort sin egen lösning mot en som de tyckte var bättre. Detta erbjudande lyckades jag dock inte sälja in. Eleverna tyckte det var för konstigt och samtliga höll fast vid sin egen lösning. Några av eleverna skrev inte ner någon andra lösning alls, och i vissa fall blev den andra versionen sämre än den första. För att komma ifrån dessa problem reviderade vi lektionsupplägget.

Vid nästa tillfälle gjorde eleverna lösningar i par under första lektionen. När vi tillsammans valt vilka lösningar jag skulle ta vidare till andra lektionen fick jag också i uppgift att lägga till en egen lösning. Syftet var att eleverna skulle kunna se styrkor i min lösning som inte fanns i elevernas. Mina två elevgrupper är ganska olika. I den ena gruppen är det fler som är delaktiga och diskuterar så att hela gruppen kommer framåt. I den andra gruppen behöver jag stötta mer för att föra diskussionen framåt. Efter några lektionstillfällen tyckte eleverna att det var ok att skriva av någon annans lösning. De som tycker att det är jobbigt har valt den som de tycker bäst om och skrivit rakt av, vilket varit ett bra sätt att få elever som har svårt med själva problemlösningen att kunna delta i utvecklingen av den skriftliga kommunikationen.

Vid det sista tillfället på terminen delades båda grupperna till halva grupper som fick arbeta med olika problem. Elevernas uppgift var att i smågrupper göra en så tydlig lösning de kunde där det var viktigt att kunna följa resonemanget. Några dagar senare fick eleverna titta på och försöka förstå lösningar till de problem de inte själva hade jobbat med. Först diskuterade eleverna i smågrupper och sen visades lösningen med hjälp av dokumentkamera för en klassdiskussion. Nu kunde fler elever se att det ofta saknades innehåll som förklarande text, beräkningar och struktur.

### *Mina erfarenheter så här långt*

Hittills har jag lärt mig att vara mer noggrann med förberedelser för det problem jag ska använda mig av. Jag funderar i förväg på vilka olika slags lösningar som kan komma upp. Jag presenterar problemet och försöker undvika missförstånd genom att "checka för gemensam förståelse". Jag är också mer noggrann med att rätta elever som inte uttrycker sig matematisk korrekt, både i skrift och tal.

Eleverna har redan utvecklats under projektet. De flesta kan nu avgöra om lösningen är tydlig och om det saknas beräkningar, svar eller förklarande text. De flesta kan ge relevant feedback på en lösning, även om de själva kan ha svårt att formulera en god lösning. Min bedömning är att alla elever har förbättrat sin skriftliga kommunikation under våren. Jag har också blivit mer uppmärksam på detaljer i lösningarna. Nu nöjer jag mig inte med att eleverna löser problemet och att jag förstår hur de har tänkt. En intressant sak angående notation kom upp när vi jobbade med det här problemet:

Skolan hade en cykeltävling. Det var 120 elever som startade, men bara 4/5 som kom i mål. Hur många kom inte i mål?

Flera elever skrev att  $1/5 = 24$ . Jag var först nöjd över att de har förstått att  $1/5$  i det här fallet motsvarar  $1/5$  av 120 elever, det vill säga 24 stycken. Men Linda och Ola var inte nöjda. De påpekade att det absolut inte stämmer att  $1/5 = 24$  och att det därför inte är rätt att skriva så. Det hade jag inte tänkt

på. Lektionen efter visade jag eleverna varför man inte får skriva så och hur de kan skriva om det kommer en sån här uppgift igen.

Jag ser fram emot att fortsätta arbeta på detta sätt och se elevernas framsteg men också att utveckla min egen undervisning. Jag har gjort vissa missar i år som jag förhoppningsvis inte gör igen. Jag känner mig tryggare nu med den här typen av undervisning och tror på att den ger positiva resultat. Jag har stöd i Ola och Linda, som jag kan vända mig till med frågor och få hjälp av när jag behöver. Jag ser också fram emot att pandemin ska ta slut så att de kan vara med i klassrummet och ge mig ännu bättre feedback.

## Lindas berättelse

Vår forskargrups ambition är att låta ett ramverk för kvalitet och progression i formell skriftlig kommunikation växa fram i samarbete med Lina (och de andra pilotlärarna) och hennes elever. Vi inser att det är meningslöst att säga att eleverna ska ha med till exempel premisser, frågeställning och argument för sina beräkningar om vi inte samtidigt kan beskriva om vad som menas med det och hur det skulle kunna se ut. Dessutom vill vi att kraven på den skriftliga framställningen ökar över tid, så ramverket ska kunna användas flexibelt från årskurs 4 och upp till den första kursen på gymnasiet. Samtidigt vill vi inte presentera färdiga mallar för hur en skriftlig lösning ska se ut, utan istället skapa verktyg som hjälper lärare och elever att själva kunna bedöma detta från fall till fall.

Eftersom Lina är expert på sina elever fokuserade vi först på att erbjuda problem som vi bedömde vara lagom utmanande samtidigt som det skulle finnas många olika sätt att ta sig an problemet. Men vi underskattade svårigheten med att bedriva problemlösning i helklass. Särskilt när huvudsyftet ändras från att lösa problemet till att öva på att redovisa skriftliga lösningar. Vi har alltså redan nu lärt oss att stödet i mångt och mycket också behöver vara ett stöd för själva genomförandet av lektionerna.

I inledningen av Linas problemlösningundervisning lärde vi oss att det är viktigt att planera för hur man ska vara tydlig med att huvudfokus är den skriftliga redovisningen. Eleverna som var övertygade om att det som vanligt gällde att lösa problemet hade, med all rätt, invändningar mot att de skulle skriva en ny lösning, vilket i många fall ledde till lägre kvalitet andra gången med långa omständliga haranger som inte alls bidrog till förbättring. Det är lätt att vara efterklok, men visst borde vi ha kunnat förutse att eleverna inte lättvindigt skulle tända på den här idén bara för att vi tycker det är intressant och spännande.

En annan insikt handlar om att läraren behöver få veta när hon ska gå in och styra upp elevernas arbete. Det är som bekant inte bra om man råkar ge lösningen till ett problem när eleverna ber om hjälp, eftersom man då tar bort chansen för eleverna att klara situationen med sina egna verktyg. Men varje problem har någon eller några implicita premisser som inte skrivs ut eftersom de då skulle bli texttunga och omfattande. Titta på detta problem:

En påse innehåller 3 blå, 4 röda och 3 gula kulor. Sannolikheten att man slumpmässigt ska ta upp en blå kula är  $\frac{3}{10}$  eller 30%. Hur många kulor och med vilken färg måste minst läggas till för att sannolikheten ska bli 75 % att man slumpmässigt tar upp en blå kula?

Flera elever redovisade lösningar med halva kuler. Eftersom en halv kula inte en kula utan ett halvt klot, och det rent praktiskt är svårt att dela sten- och glaskuler, är det inte ett rimligt angreppssätt. Här behöver läraren gå in och styra upp situationen. Samma sak uppstod med ett annat problem som rörde en flock fåglar och där det fanns elever som inte drog sig för att halvera fåglarna. Känner man sina problem är det lätt att vara uppmärksam, men om man ska använda problem som någon annan har valt ut är det bra att få med information om tolkningar som kan behöva styras upp.

### *Vad en god skriftlig lösning innehåller*

Men kommunikationen då, hur gick det med den? Ja, det vet vi inte riktigt än. Vi håller på med en systematisk översikt över forskningen inom området och kan konstatera att det finns mycket kvar att utforska. Vi har idag en prototypmodell över komponenter som vi tänker oss bör finnas i goda lösningar. Några punkter som den innehåller är:

- ♦ Lösningen ska vara *effektiv*. Långa berättelser med mycket text är sällan effektiva utan snarare tidskrävande och överarbetade.
- ♦ Lösningen ska vara *ändamålsenlig* för mottagaren. Det betyder att en lösning av en 11-åring för en 11-åring är ändamålsenlig om den är enkel att förstå och innehåller för årskursen kända begrepp. För en 15-åring ställs motsvarande krav.
- ♦ Lösningen ska vara *tydlig* och gärna *estetiskt* tilltalande.
- ♦ Lösningen ska vara *korrekt*. Vi skiljer på resonemangsmässig korrekthet och notationmässig korrekthet, där kraven på användningen av formella matematiska symboler ska öka över tid.

Resonemang och argumentation i en lösning kan vara korrekta även om presentationen innehåller formella felaktigheter. Linas elever levererade många lösningar som drevs av helt korrekta matematiska resonemang men som innehöll felaktiga sätt att notera. Exempelvis var det vanligt med en felaktig användning av likhetstecknet, som i  $1/5 = 24$  som beskivits tidigare. Vi behöver ge dem alternativ. Ordet 'motsvarar' fungerar fint i många sådana situationer. Det är onödigt att göra fel i fall där det är enkelt att göra rätt så det här är typiskt en sådan detalj där vårt ramverk kan stötta lärare, både i undervisningen och med bedömning av elevers skriftliga kommunikation i matematik.

Nu ser vi fram emot höstens arbete. Det är roligt att följa Lina och hennes arbete med eleverna. Om du är lärare och tycker att det här verkar spännande och kanske är intresserad av att delta i projektet – hör gärna av dig!

## LITTERATUR

Teledahl, A. (2016). *Knowledge and writing in school mathematics: a communicational approach*. (Doktorsavhandling). Örebro universitet.