PROBLEM AVDELNINGEN

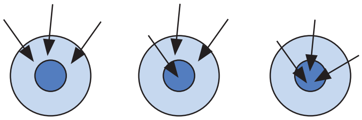
Problem med spel

I detta nummer av Nämnaren handlar några av artiklarna om spel. Då vi precis avslutat arbetet med årets Kängurutävling fick vi inspiration därifrån till problem som rör spel, turneringar och antal vunna eller insamlade poäng.

4382 *Kubbturnering*
På midsommarafton ska det ordnas en kubbturnering. Det ska vara sex lag med lika många deltagare i varje lag.

Först anmälde sig 13 personer och sen kom det 19 till som anmälde sig. Hur många fler personer behövs för att det ska gå att göra sex lag?

4383 *Pilkastning*
Diana kastar pil med tre pilar. I första omgången får hon 12 poäng. I andra omgången får hon 15 poäng. Hur många poäng får hon i den tredje omgången?



12 poäng 15 poäng ?

4384 *Vanlig tärning*
Hur många gånger måste vi kasta en vanlig tärning för att vara säkra på att få samma resultat två gånger?

4385 *Schackturnering*
I en schackturnering skulle Magnus spela 15 partier. En bit in i turneringen hade han vunnit hälften av de partier han spelat dittills, förlorat en tredjedel och spelat två partier som slutat oavgjort (det kallas remi i schack). Om Magnus vinner resten av sina partier, hur många har han då vunnit totalt?

4386 *Ett hoppspel*
I ett spel kom Lothars spelpjäs i mål före Manfreds, Victors kom efter Jans, Manfreds före Jans och Eddys kom före Victors. Vems spelpjäs kom sist i mål?

4387 *Tomma burkar*
På ett tivoli kan man skjuta ner tomma plåtburkar. När Parisha har skjutit 20 skott har hon träffat 55 % av gångerna. När hon skjuter ytterligare fem skott ökar antalet träffade skott till 56 %.

Hur många av dessa fem skott träffade?

4388 *Lagturnering*
Fyra lag deltar i en turnering med ett kortspel. Alla lag spelar mot varandra exakt en gång.

För varje match gäller att det vinnande laget får tre poäng och förlorarna noll poäng. Blir det oavgjort får lagen en poäng vardera. Vilken av de sammanlagda poängen 0–9 kan ett lag inte ha, efter att alla matcher har spelats?

4389 *Handbollsmatch*
I en handbollsmatch gjorde fyra spelare mål. Ingen gjorde samma antal som någon av de andra. Mia var den som gjorde minst antal mål. De tre andra gjorde tillsammans 20 mål.

Vilket är det största antal mål som Mia kan ha gjort?

Svar och förslag på lösningar

4382 Svar: 4 personer
$13+19=32$. Nästa tal som är delbart med 6 är 36. $36-32=4$, det behövs alltså ytterligare 4 personer.

4383 Svar: 21 poäng
En träff i den yttre ringen ger 4 poäng ($3\cdot4=12$ p).

Diana får 3 poäng mer när en av pilarna träffar mittringen, alltså ger en träff i mittringen $4+3=7$ poäng.

Tre pilar i mittringen ger därför 21 poäng.

4384 Svar: 7
Det sämsta tänkbara utfallet är att vi slår olika resultat sex gånger, men sen måste något upprepas.

4385 Svar: 9 partier
Av de partier Magnus har spelat har han vunnit 1/2 och förlorat 1/3; $1/2+1/3=5/6$. Det betyder att Magnus har spelat remi på 1/6 av de partier han spelat hittills. Vi får fråga oss vilket tal som 2 är en sjättedel av? Jo 12. Alltså återstår det att spela tre partier. De vunna matcherna är 1/2 av 12, det vill säga sex stycken. Vinner han alla övriga så har han vunnit $6+3=9$ partier.

Lösning med ekvation: En ekvation kan ställas upp där x är antalet spelade partier. $x/2+x/3+2=x$ innebär att $x=12$. Då återstår tre partier att spela. De vunna partierna är $12/2=6$. Vinner han alla så vinner han $6+3=9$ partier.

Resonerande lösning: Vi måste hitta ett tal som är delbart med både 2 och 3 eftersom vi ska ta hälften och en tredjedel av det. 6 och 12 fungerar.

Vi testar med 6: hälften av 6 är 3 och en tredjedel är 2, så om Magnus vunnit tre partier och förlorat två återstår bara ett parti. Men det stämmer inte eftersom Magnus har spelat remi i två partier. Vi testar med 12: hälften av 12 är 6 och en tredjedel är 4, så då har Magnus vunnit sex och förlorat fyra, och spelat remi i två. Han har spelat 12 partier och har tre kvar att spela.

4386 Svar: Victors spelpjäs
Första påståendet ger att Lothars spelpjäs inte är sist. Andra påståendet ger att Jans inte heller är sist. Tredje påståendet ger att Manfreds inte är sist. Fjärde påståendet ger att Eddys inte heller är sist. Kvar är Victors spelpjäs som då måste komma sist.

4387 Svar: 3 träffar
55 % av 20 skott innebär 11 skott som träffar. Om 56 % av 25 skott träffar är det 14 träffar. På de fem extra skotten träffade hon alltså $14-11=3$ gånger.

Man kan räkna utan räknare:
55 % av 20 skott: 55 % av 10 skott är 5,5 och av 20 alltså $5{,}5\cdot2=11$. 56 % av 25 skott: 56 % av 100 är 56 och eftersom 25 är 100/4, så är 56 % av $25=56/4=14$.

Vi kan också förenkla procentberäkningen genom att utnyttja att $56/4-55/5=14-11=3$, a % av b är lika med b % av a. Alltså är 56 % av 25 – 55 % av 20 lika med 25 % av 56 – 20 % av 55.

4388 Svar: 8 poäng
Varje lag spelar tre matcher, en mot var och en av de andra. Högsta möjliga poäng är 9 med tre vinster ($3+3+3=9$ poäng). Näst högsta poäng är 7, med två segrar och en oavgjord ($3+3+1=7$ poäng). Eftersom värdena är på båda sidor om 8, kan vi vara säkra på att 8 poäng är omöjligt.

För att göra lösningen komplett kontrollerar vi att alla de andra alternativen är möjliga: En vinst, en oavgjord och en förlust ger $3+1+0=4$. En vinst och två oavgjorda ger $3+1+1=5$. Två vinster och en förlust ger $3+3+0=6$. Två vinster och en oavgjord ger $3+3+1=7$. Faktiskt är alla poäng från 0 till 9 möjliga, med undantag av 8.

4389 Svar: 4 mål
Vi ska hitta tre olika tal som ger summan 20. Talet 20 kan delas på tre tal på många sätt, men vi ska söka den mest gynnsamma fördelning för att Mia ska få så många mål som möjligt, det vill säga den av de tre andra spelarna som har gjort minst antal mål ska ha gjort ett så stort antal som möjligt. Det innebär att de tre bör ha en så jämn fördelning av mål som möjligt.

$20/3=6$ rest 2, så antalet mål bör ligga runt 6. Vi provar med 6 och finner att det inte går att kombinera med 7 eller 8 utan att något tal upprepas ($6+7+7=20$, $6+8+6=20$), men det går med 9: $6+9+5=20$. Det innebär att den som gjorde minst antal av dessa gjorde 5 mål och Mia kan därför ha gjort 4.

Samma svar kommer vi fram till även med fördelningen $5+7+8$.

Ulrica Dahlberg