Johanna Hedlund

Läroboksbråk

I sitt examensarbete analyserade författaren fem läroböcker med hjälp av det ramverk som finns beskrivet i den föregående Nämnarenartikeln *Ett ramverk för progression*. Eftersom tal i bråkform är ett kritiskt område för många elever gjordes begränsningen till det området.

Under tiden som jag håller i en genomgång på tavlan kan elever uttrycka *Men kan vi inte få räkna i boken nu?* Kan det vara så att eleverna inte anser att genomgångar *är* matematik utan att matematik endast handlar om att räkna i boken? Flera forskare menar att läroböckerna står i centrum för svensk matematikundervisning. Elever hämtar förhoppningsvis inte enbart kunskap från läroböcker, men det går inte att förneka att läroboken har en mycket stor betydelse för matematikundervisningen.

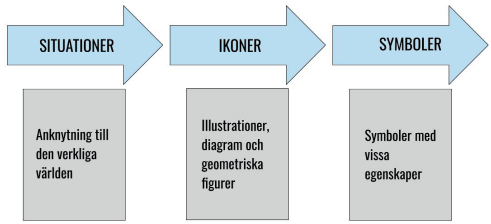
Det finns en intressant spänning mellan läroplaner, kursplaner, kunskapskrav och läroböcker. Lärare har skyldighet att undervisa och bedöma utifrån Skolverkets beslutade läroplaner och kunskapskrav. Samtidigt finns det en marknad för läroböcker, men där läroböckernas författare inte står ansvariga inför någon statlig kontroll. Det sätts alltså stor tillit till lärares professionalitet att välja läroböcker som gör att elever får möjlighet att uppnå de reglerade kunskapskraven och möta alla delar av det centrala innehållet samt utveckla alla förmågor. Som lärare är det därför viktigt att förstå hur matematiska områden förklaras och representeras i läroböcker, för att kunna bedriva en ändamålsenlig undervisning.

Analys av läroböckernas informationsavsnitt

I mitt examensarbete genomförde jag en kvantitativ innehållsanalys av fem läroböcker baserad på den metod av Linda Marie Ahl och Ola Helenius som presenteras i föregående artikel. Jag valde att begränsa studien till några områden som relaterar till tal i bråkform eftersom det är en viktig del av matematiken där elever uppvisar svårigheter. Jag analyserade fem olika läroböcker, för högstadiet *Prio matematik 7* och *Prio matematik 9* och för Matematik 1a, 1b och 1c analyserades *Matematik 5000*-serien. Läroböckerna är alla uppbyggda i sektioner där en matematisk idé definieras, förklaras och/eller illustreras i ett avgränsat område som innehåller både teori och exempeluppgifter. Dessa avgränsade områden kallas hädanefter för informationsavsnitt och tolkas som författarnas sätt att göra matematiska påståenden. Det är där som elever får vägledning för att lösa problemen i läroboken. Informationsavsnitten kan anses vara förmedlaren av kunskap och därför är det dessa som jag har analyserat i läroböckerna och inte de uppgifter som eleverna förväntas lösa.

Vad är utveckling?

Utifrån psykologen Jerome Bruner och den matematikdidaktiske forskaren och psykologen Gérard Vergnaud kan det skapas en modell för hur begreppslig utveckling sker. Kortfattat kan vi säga att utveckling sker när förståelsen skiftar från situationsbundna representationer till ikoniska representationer för att slutligen förstås i symboliska representationer. Bruner uttrycker även att det finns ett behov av en förmedlingsprocess, alltså något eller någon som agerar som en brygga mellan människan och kunskapen. Det är denna brygga som medför att människor kan utvecklas. I examensarbetet var det läroböckerna som agerade förmedlare av kunskap till eleverna. Denna modell låg till grund för analysen för att se om läroböckernas innehåll utvecklas och ger förutsättningar för att elever ska kunna utveckla förståelsen för tal i bråkform.



Utveckling utifrån Bruner och Vergnaud.

En överblick av metoden

Informationsavsnitten analyserades i två avseenden: (1) informationsavsnittens funktioner och (2) förekomst av olika representationsformer. Det finns tre funktioner. Den första funktionen är *begrepp* (ett begrepp eller matematiskt område får mening och/eller förklaras), den andra är *procedur* (en procedur, metod eller tillvägagångssätt presenteras och/eller förklaras) och den tredje är att skapa *samband* (samband eller kopplingarna mellan olika matematiska begrepp eller områden undersöks, förklaras och/eller beskrivs). Därefter kategoriseras representationerna för varje funktion i informationsavsnittet. Det finns tre kategorier som i analysen har olika symboler. Den första är ☺️ = *situationsbaserade* representationer, den andra är ❤️ = *ikoniska* representationer, den tredje är π = *symboliska* representationer. Datan sammanställdes i tabeller och färgkodades och datainsamlingen kan sammanfattas i följande trestegsmetod:

1. Urval av informationsavsnitt i läroböckerna.
2. Kategorisering av *funktionen* för exempelrutorna som begrepp, procedur eller samband. Ett informationsavsnitt kan ha flera funktioner.
3. Kategorisering av *representationerna* för varje informationsavsnitt som situationsbundna (☺️), ikoniska (❤️) eller symboliska (π). Ett informationsavsnitt kan ha flera representationer.

Informationsavsnitten kan med hjälp av en representation skapa mening för ett matematiskt område och sedan med hjälp av en annan representation utveckla eller beteckna meningsskapandet. I analysen visas detta med hjälp av en pil (→), exempelvis ❤️→π om något begrepp ges mening via en ikonisk representation som sedan utvecklas eller sammanfattas i en symbolisk representation.

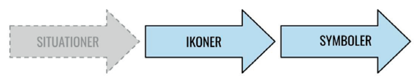
De tre vanligaste representationerna i läroböckerna

Enligt Bruner sker utveckling med avseende på vilka stimuli som behövs för att en människa ska kunna skapa mening i något. I metoden har en sekvensiering av de tre funktionerna (begrepp, procedur och samband) inte betraktats som utveckling. I stället har utveckling studerats utifrån representationerna inom de olika funktionerna. Enligt ramverket bör representationerna införas i en viss ordning för att förmedlingsprocessen ska leda till utveckling. Alltså borde analysen av de matematiska områdena och funktionerna först kategoriseras ☺→ ❤️och sedan ❤️→π, antingen *inom* eller *mellan* läroböckerna.

Det önskvärda resultatet som skulle kunna tolkas som en utveckling framkom bara en enda gång i materialet, då inom området addition av tal i bråkform men inte inom samma funktion i boken Matematik 5000 1a (se tabell 2). I alla fem böcker som analyserats var den vanligaste kategorin att representationen enbart var symbolisk utan tillhörande meningsskapande resonemang (→π). De tre vanligaste kategoriseringar i samtliga böcker var, i fallande ordning:

1. →π, vilket innebär att det endast finns en symbolisk representation som inte grundas i ett meningsskapande

2. ❤️→π,vilket innebär att informationsavsnittets meningsskapande utgår från ikoniska representationer och utvecklas med hjälp av symboliska representationer



3. ☺→π, vilket innebär att informationsavsnittets meningsskapande utgår från situationsnära representationer med anknytning till den verkliga världen och utvecklas sedan med hjälp av symboliska representationer.

Enbart symboler

Den vanligaste kategoriseringen →π av representationerna var i tydlig majoritet i Matematik 5000 1c. Det förväntas alltså att elever redan har fått meningsskapande och förståelse för symbolerna innan de möter denna lärobok. Så var inte fallet när Matematik 5000 1c ställdes emot Prio 9, se tabell 1. Madeleine Löwing beskriver att bland de elever som läser matematikintensiva program (där Matematik 1c ingår) finns få elever som kan genomföra division av två tal i bråkform. Att representationerna i Matematik 5000 1c bara var symboliska utan meningsskapande och eleverna inte har fått med sig något att bygga denna kunskap på från Prio 9 skulle kanske kunna vara en bidragande faktor till detta.

Kategoriseringen →π kan också liknas vid imitativ inlärning som kan vara en bidragande faktor till att elever bara vill komma fram till rätt svar med hjälp av en given metod. Det kan anses vara mer effektivt och platssparande att bara använda symboler i stället för ikoner (bilder) i läroböcker. Dessutom bör matematiken bli mer symbolisk och sofistikerad för de högre nivåerna vilket motiverar att symboliska representationer är i majoritet för läroböcker för högre nivåer. Jag menar att det är problematiskt att de symboliska representationerna sällan grundar sig i ett meningsskapande, inte ens för de lägre nivåerna.

Matematiskt innehåll	Prio 9	Begrepp	Procedur	Samband	Matematik 5000 1c	Begrepp	Procedur	Samband
Addition av bråk (olika nämnare)			→π				→π	→π
Addition av bråk (samma nämnare)			→π				→π	
Addition och subtraktion av bråk		→π				→π	→π	
Division av bråk		☺️❤️→π	→π ❤️→π ☺️→π				→π	
Förkorta och förlänga		❤️→π ☺️❤️→π	→π			❤️→π	❤️→π	
Inverterat tal		→π	→π	→π		→π		→π
Jämföra bråk			→π				→π	→π
Multiplikation av bråk med heltal		☺️→π	☺️→π →π	→π			→π	→π
Multiplikation av flera bråk		☺️→π	→π ❤️→π	→π			→π	→π

Tabell 1. Prio 9 och Matematik 5 000 1c

Utvecklingen backar i gymnasiet

En annan observation som är värd att lyftas är den tillbakagång av utveckling som fanns mellan Prio 9 och Matematik 5000 1a och 1b. Tabell 2 visar att det inte sker någon tydlig utveckling mellan Prio 9 och Matematik 5000 1a. Det sker snarare en tillbakagång, framför allt inom procedurer och samband som i stort sett endast representerades med symboler, →π, i Prio 9. I Matematik 5000 1a förenklades sedan den matematik som återfanns i Prio 9. Dessutom framkom det att Matematik 5000 1a inte tog upp division av tal i bråkform och inverterade tal. Detta innebär att elever som väljer yrkesförberedande program inte får förutsättningar att fortsätta utveckla förmågorna för alla räknesätt med tal i bråkform.

I Matematik 1c tar den symboliska representationen stor plats, vilket skulle kunna tyda på en utveckling från Prio 9 (se tabell 1), men eftersom den symboliska representationen är vanligast också i Prio 9 vill jag argumentera för att det inte heller här sker någon utveckling mellan läroböckerna. Det sker sällan något meningsskapande till den symboliska matematiken, framförallt vad gäller procedurer och samband. Läroböckerna ger alltså inte en meningsskapande

Matematiskt innehåll		Begrepp	Procedur	Samband		Begrepp	Procedur	Samband
Addition av bråk med samma nämnare	Prio 9		→π		Matematik 5 000 1a	☺→❤	❤→π	
Blandad form			→π				❤→π	
Förkorta		❤→π	→π				→π	
Förlänga		☺❤→π	→π			❤→π	→π	
Jämföra bråk			→π				→π	❤→π
Multiplikation med bråk med heltal		☺→π	→π	→π			→π ☺→π	→π

Tabell 2. Prio 9 och Matematik 5 000 1a

beskrivning i symboler, bara en ”färdig” formel som eleverna kan applicera på kommande uppgifter. Därmed får eleverna inte heller förutsättningarna för att träna symboliska resonemang. Om ett symboliskt resonemang förekom skulle det uttryckas som π →π i tabellen.

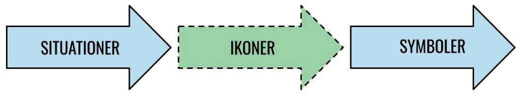
Procedurer vanligast i läroböckerna

Den vanligaste funktionen för informationsavsnitten var att visa procedurer. Detta kanske inte är så förvånande eftersom avsnitten ska förbereda eleverna för att lösa de kommande uppgifterna inom det (nya) matematiska området. Jonas Jäder visar i sin avhandling att 79 % av uppgifterna i läroböcker är imitativa och kan lösas med hjälp av exempeluppgifter. Vad händer när eleverna ska lösa resterande 21 %? Att lära sig utantill och kunna använda olika metoder är självklart en viktig del av matematiken men procedurella och begreppsmässiga kunskaper kräver också förståelse för matematiken. Att kunna lösa 79 % av uppgifterna i en lärobok kanske räcker för att uppfylla betyget E och kanske till viss del även betyget A i årskurs 9. Detsamma gäller för betyget E i Matematik 1a, 1b och 1c. Dock krävs förmågan att lösa problem i mer komplexa situationer för att en elev ska kunna uppnå ett högre betyg i Matematik 1b och 1c.

Lärare och läroböcker

Resultatet av mitt examensarbete visar att förutsättningarna för att elever ska kunna utvecklas med hjälp av läroböckerna inte är tillräckligt goda då läroböckerna i sig själva inte visar på en tydlig utveckling. I vissa fall kan det till och med anses att läroböckerna backar i utvecklingen. Det krävs alltså någonting mer än en lärobok eller läroboksserie för att elever ska utveckla sin förståelse för tal i bråkform.

Lärare bör vara medvetna om vilka förutsättningar läroböcker ger och använda sin professionalitet i bedömning om läroböckernas fördelar, brister och lämplighet. Dessutom behöver lärare ge elever fler representationer än de som finns i läroboken. Om ett informationsavsnitt har ett situationsbaserat exempel så räcker det inte med att visa med symboler (tal) för att eleverna ska kunna utveckla en förståelse, det måste även finnas ikoner. Om då läroboken saknar ikoner måste läraren komplettera undervisningen med detta. Likaså om läroboken endast visar på en representation utan ett meningsskapande är det lärarens uppdrag att ge eleverna det meningsskapande som saknas.



Eftersom procedurer är den vanligaste funktionen i läroböckerna kan lärare behöva ge eleverna sambanden och begreppen. Ingen lärobok tog till exempel tydligt upp vad som sker matematiskt när man förlänger ett tal. Att talet i själva verket multipliceras med ett var inget som tydligt framkom i någon lärobok. Det kunde däremot finnas implicita samband som att talets värde inte förändras när det förlängs. Frågan om eleverna förstår sambandet mellan att multiplicera ett tal i bråkform med samma tal i täljaren och nämnaren och talet ett kvarstår därför.

Vidare kan det diskuteras vad som händer med elever som ”ligger före klassen” och får jobba själva i boken. För dessa elever kan läroboken vara den största eller enda input för matematisk kunskap. Lärare har en skyldighet att även ge dessa elever förutsättningar att utvecklas och utifrån mitt examensarbete kan jag konstatera att bara ge en lärobok för en annan årskurs inte nödvändigtvis ger förutsättningarna för att utvecklas, i alla fall inte när det gäller tal i bråkform.

Våga undervisa!

Matematik är en vetenskap som har utvecklats under flera århundraden och som elever idag ska lära sig på bara några få år. Läroböckerna är organiserade och kan bidra till att strukturera den omfattande undervisningen och lärandet. Den kan även hjälpa lärare att spara ”dyr” planeringstid, men vore det ändå inte bättre om läroböckerna gav ett bättre stöd för elevers kunskapsutveckling? Jag tror att det är viktigt som lärare att komma ihåg att läroböcker inte kan bidra med all undervisning och planering. Att producera en fulländad och ”perfekt” lärobok är nog näst intill omöjligt. Min handledare sa ofta till mig på min VFU att jag skulle ”våga undervisa och inte låta boken styra mig” och det är kanske just det som behövs? Läroboken är ett av många verktyg som vi lärare kan ha i vår verktygslåda men precis som att en snickare inte kan bygga ett hus med endast en hammare, tror jag inte att lärare kan skapa meningsfull och utvecklande matematikundervisning med endast läroböcker.

LITTERATUR OCH LÄNKAR

Prio matematik 7 och *Prio matematik 9* ges ut av Sanoma utbildning.
Matematik 5000-serien ges ut av Natur & Kultur.
Ahl, L. M. & Helenius, O. (2021). *Ett ramverk för progression*. Nämnaren 2021:2.

Komplett referenslista och länk till uppsatsen *Bråket om läroboken – En kvantitativ innehållsanalys om tal i bråkforms utveckling i läroböcker från högstadiet till gymnasiet* finns på Nämnaren på nätet.