

Teknikens tal

Skolans teknikämne kan ge många uppslag till problem att lösa på matematiklektioner. Här visar författaren tre exempel. Problemen handlar om antalet hjulmuttrar på en personbil, tillåten last i personhissar och antal lastpallar som får plats i en container. Fler idéer finns i slutet av artikeln.

Talen i teknikens värld går sällan att tolka som exakta värden, även om de skenbart kan tyckas vara det. Givna mått brukar kräva en uppgift om toleranser, alltså hur stor avvikelse som är tillåten. Ofta behöver man också göra rimlighetsbedömningar av resultatet av en beräkning. I undervisningen är det viktigt att resonera om rimlighet och vad svaret faktiskt säger. Elever bör tidigt bli medvetna om att ibland ska de svara med hög precision och ibland räcker det med ett närmevärde.

Räkna hjulmuttrar

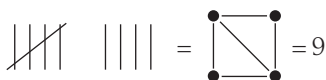
På en personbil brukar hjulen sitta fast med fyra eller fem muttrar. På lastbilar och bussar, där hjulen och påfrestningarna är större än för en personbil, finns det betydligt fler. En del riktigt små bilar har bara tre muttrar.

Låt eleverna undersöka hur många muttrar bilarna på en parkeringsplats eller närliggande gator har. Det finns tre naturliga svarsalternativ:

- fyra muttrar
- fem muttrar
- en navkapsel gör att det inte går att se hur många muttrar det är.

En sådan här fråga med tre svar förekommer ofta i opinionsundersökningar, till exempel med svaren ja, nej och vet inte/vill inte svara.

När eleverna ska räkna hur många bilar som faller inom de tre svarsalternativen behövs någon enkel metod för "avprickning". Andrejs Dunkels beskrev i artikeln *Avprickning* olika sätt att göra detta. I Sverige brukar vi börja med fyra lodräta streck och sedan dra ett snett streck över varje sådan grupp för att markera fem stycken. Som ytterligare markering kan man rita en oval runt två närliggande 5-grupper så att det blir 10 inuti ovalen. I andra länder kanske man gör på annat sätt, till exempel markerar de första fyra fallen med punkter i hörnen på en tänkt kvadrat och fortsätter sedan med att dra de fyra strecken i kvadratens sidor och avslutar med de två diagonalerna för att markera ett fullbordat tiotal.


$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \diagup \\ \hline \end{array} = 9$$

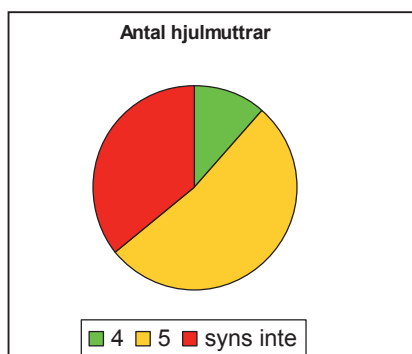
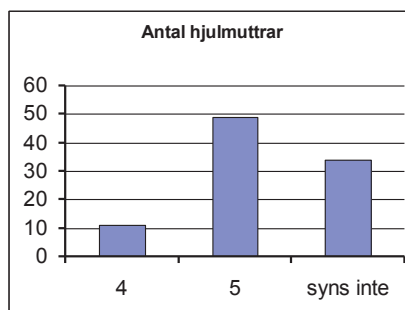
Resultatet av undersökningen kan enkelt summeras i en tabell. Kanske vill man också lägga till en kolumn som visar procentandelen för de tre alternativen.

Kategori	Antal	Procent
4 hjulmuttrar	11	12
5 hjulmuttrar	49	52
Går inte att se	34	36

Eftersom en ändring av antalet muttrar med en enhet i vårt exempel gör en skillnad med ungefär en procentenhet skulle det vara meningslöst att ange procentandelen med en eller flera decimaler, men det kan ha betydelse för hur värdena ska avrundas. Frågan skulle kunna belysas med ett annat exempel. Anta att två värden är 1,51% och 98,49%. Avrundar vi till närmaste heltal får vi 2% och 98% och vi gör ett mycket större relativt fel i det lägsta procenttalet. Det är alltså inte självklart hur procenttalen ska avrundas för att summan av dem ska bli 100, men det är inget som passar att diskutera i lägre årskurser. I sammanhanget noterar vi att det enligt svensk och internationell standard ska vara ett blanksteg (mellanslag) mellan siffrorna och procenttecknet, i likhet med regeln för fysikaliska storheter som 25 kg; aldrig 25kg.

Redovisning i grafisk form

Om eleverna har datorvana kan de med datorprogrammet Excel ge resultatet en grafisk form. Här visas två diagram där det första visar exakta värden med absoluta antal. Det andra visar andel, vilket ofta också brukar uttryckas i procent.



Överbelastad hiss

Vid hissar brukar det finnas en skylt som i följande figur. Hur ska den tolkas? Det kan uppenbarligen inte vara så att hisslinan brister om belastningen är större än 500 kg eller om fler än sex personer går in i hissen. Kanske ljuder en signal, eller så hör man ett meddelande. Om någon då lämnar hissen bör den fungera normalt igen. Hissar är konstruerade med en säkerhetsfaktor på cirka 10 eller mer, beroende på hisstyp och vilket land det gäller.



Det är belastningen i kilogram som är viktig ur teknisk synpunkt, men om ett antal personer väntar på att gå in i en hiss så är det naturligtvis orimligt att de skulle försöka uppskatta hur stor deras sammanlagda massa är. Däremot är det mycket lätt att räkna antalet personer och man utgår från att varje person väger ungefär lika mycket. En uppgift i matematik för lägre årskurser kan vara att undersöka hur stort detta värde är. Data i tabellen är hämtade från en sökning på nätet på hissskyltar. Om skolan ligger i ett område med bebyggelse med många hissar kan eleverna själva få i uppgift att göra en tabell.

Last högst (kg)	Personer högst	Kvot M (kg/person)
640	8	80
630	8	79
630	7	90
560	7	80
500	6	83
480	6	80
475	6	79
400	5	80
400	4	100
320	4	80
255	3	85
250	3	83
240	3	80

Vi räknar för varje hiss i tabellen ut vilken massa per person det motsvarar. Ett typiskt värde är 80 kg. Blir det annorlunda i mycket stora hissar? Bland exemplen på nätet går det att hitta värdena i tabellen:

Last högst (kg)	Personer högst	Kvot M (kg/person)	Hissens plats
1 000	12	83	hotell
1 875	25	75	restaurang
3 800	48	79	Fyrishov, Uppsala

Vi ser att den typiska massan per person är i stort sett oberoende av hissens storlek. Man hade kanske kunnat tänka sig ett betydligt högre värde för hotellhissen eftersom man där ofta har med tungt bagage. Men med stora resväskor får inte så många personer plats i hissen.

Noggrannhet

Exemplet med hissen illustrerar att det i tekniska sammanhang ofta inte går, eller är direkt olämpligt, att ge mycket noggranna värden. I stället talar man om typiska eller karakteristiska värden. Det skulle vara meningslöst att i tabellen ange 79,17 kg eller 79,2 kg för fallet med 6 personer och maximal last 475 kg, vilket kanske eleverna är frestade att göra.

Hur noggrant ett typiskt värde ska vara beror på sammanhanget. Om man jämför värden som skiljer sig åt med flera storleksordningar kan det vara bra att arbeta med tiopotenser. Gäller det till exempel längden (eller höjden) och massan av däggdjuren på jorden, är det inte fel att säga att människors längd och massa är 1 m och 100 kg, trots att de allra flesta är längre än 1 m och väger mindre än 100 kg. Däggdjurens massa kan variera med mer än en faktor 1 000 000, från en näbbmus på några gram till en elefant på flera ton. Det kan vara en bra träning i taluppfattning att diskutera vad som är typiska värden på antalet sidor i en bok, antalet invånare i en stad, största djupet i en sjö eller hur många minuter man tittar på teve varje dag. Ibland hör man uttrycket "hur långt är ett snöre" som exempel på att det är omöjligt att ge ett numeriskt svar. Hur reagerar eleverna på den frågan? Om "snöret" är till exempel 3 cm eller 300 m långt skulle vi knappast kalla det för ett snöre.

Lastpallar och containrar

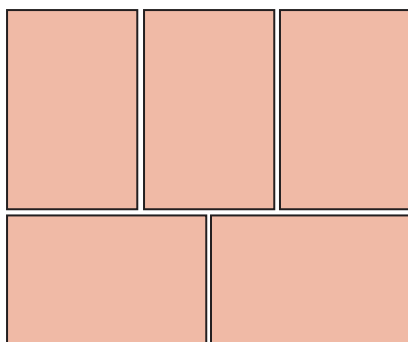
Lastpallen, som kan benämnas SJ-pall, Europapall eller EUR-pall, togs fram i Sverige och blev europeisk standard 1961. Det är världens mest använda lastpall, med längden 1200 mm och bredden 800 mm. En annan välkänd standard gäller för containrar. De utvecklades i USA och har måtten: bredd 8 ft (foot, fot), längd 20 ft eller 40 ft.



Längdenheten 1 ft är lika med 12 inch (in, tum) och 1 in är exakt 25,4 mm. Det ger $8\text{ ft} = 2438,4\text{ mm}$, $20\text{ ft} = 6096\text{ mm}$ och $40\text{ ft} = 12192\text{ mm}$.

Eftersom EUR-pallarna är baserade på längdenheten meter och containrarna på fot så kan man inte helt fylla bottenytan i en standardcontainer med EUR-pallar.

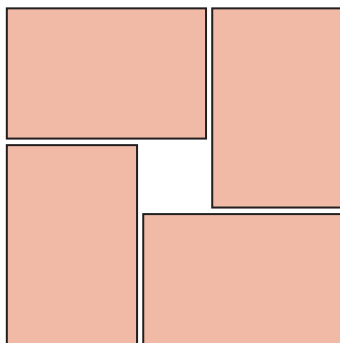
Lägg fem lastpallar som i figuren. Det ger en rektangel med sidorna 2 400 mm och 2 000 mm. Då verkar det först som att man kan få in en sådan konfiguration i en container med bredden 8 ft = 2 438 mm – fast det blir trångt.



Sex av dessa konfigurationer har den totala längden 12 000 mm, att jämföra med 40 ft = 12 192 mm. Alltså skulle en 40 ft-container kunna rymma totalt 30 EUR-pallar. I praktiken är det omöjligt. Containermättet avser nämligen yttermått. Tekniska mått ges dessutom aldrig som exakta värden utan de innefattar toleranser. För EUR-pallarna är toleransen $-0/+3$ mm. För konfigurationen i figuren ovan med fem pallar kan sidornas längder vara 2 409 mm och 2 006 mm. Även containermått har toleranser. Den med längden 40 ft har ett innermått som är minst 11 998 mm och med det värdet ryms varken 30 eller 25 lastpallar.

Däremot går det lätt att få in 24 pallar. Det kan vara en utmaning för eleverna att lista ut hur de då ska placeras i containern. Gör ett pussel med pallarna representerade av rektanglar med sidolängder i förhållandet 3:2.

Lösningen är att först lägga ut fyra grupper av fem pallar, med bredden 2 000 mm och längden 2 400 mm. Då återstår knappt 2 400 mm till containerns gavel. Nu kan man med god marginal placera fyra ytterligare pallar i en kvadratisk "ring" med kantlängden $1\,200\text{ mm} + 800\text{ mm} = 2\,000\text{ mm}$, som i följande figur. Eftersom hela containerytan inte täcks med pallar måste man av stabilitetsskäl fylla ut tomrummen på lämpligt sätt.



Vi finner alltså att en 40 ft container kan fyllas med högst 24 lastpallar. Men en hälften så lång container, 12 ft, rymmer inte hälften så många pallar, utan bara 11 stycken. Hur ska de då placeras?

Teknikens tal

"Det här trappsteget måste vara exakt vågrätt", skulle man kunna höra någon säga. I vardagsspråk använder vi ofta uttrycket "exakt", utan att tänka närmare på vad ordet egentligen innebär. I teknik och naturvetenskap finns det däremot inga mätresultat som i strikt mening kan vara "exakta", utom när det är fråga om antal. Den som säger att något är exakt vågrätt menar i verkligheten att man inte på ett enkelt sätt kan mäta en avvikelse från det kravet. Läggtill exempel ett vattenpass på trappsteget. Om det inte verkar visa någon tydlig lutning åt ena eller andra sidan kan man anse att trappsteget är "exakt vågrätt" orienterat. Men ett bättre vattenpass hade kanske visat på en svag lutning. Vi noterar också att ett trappsteg kan luta på mer än ett sätt. Vänstra och högra sidan kan ligga på olika höjd, och stegets framkant kan också ligga högre eller lägre än den innersta delen. För att kontrollera om ett plan är vågrätt måste man vrida vattenpasset åt olika håll.

Ovanstående är ett stycke från boken *Teknikens väsen – skolans teknikämne i tidigare skolor*. Där finns mer text om hjulmuttrar, hissar och lastpallar samt avsnitt bland annat om hur noggrann fartmätaren i bilar måste vara och med matematisk formel för det, hur mycket spänningen i eluttaget får skilja sig från värdet 230 volt, vilka krav som ställs på massan av en kulstötningsskula, cykelbelysningen vid färd i mörker och studsegenskaper för tennisbollar. Annat som behandlas är att morsealfabetets tecken är enklare ju mer frekvent en bokstav är i engelsk text. Ett exempel med avprickning kan vara att låta eleverna jämföra med en motsvarande svensk text. En enkel övning i geometri är att jämföra de nordiska flaggorna, som alla har kors men med olika förhållanden på korsets och de övriga fältens relativa storlek. En övning om osäkerheten vid digital tidsvisning är följande. Om klockan visar 12.04 när jag ställer mig i en kö och 12.07 när jag börjar bli expedierad – hur länge har jag då fått vänta?

Teknikens metoder – skolans teknikämne i senare skolor ger många exempel på hur man kan sätta mått på något, och ofta åskådliggöra det grafiskt. Det kan gälla åtgärder för att förbättra framkomligheten för kollektivtrafik, vattenanvändning i hushåll, kostnaden att ha en bil, "ekologiskt fotavtryck" och livscykelanalys av en påse potatiships. Beräkning av (sista) kontrollsiffran i personnummer och av tillåten bullerexponering under en dag (en logaritmisk storhet) behandlas också i boken.

LITTERATUR

- Dunkels, A. (1992). *Avprickning*. Nämnaren 1992:2.
Grimvall, G. (2013). *Teknikens väsen – skolans teknikämne i tidigare skolor*. Studentlitteratur.
Grimvall, G. (2014). *Teknikens väsen – skolans teknikämne i senare skolor*. Studentlitteratur.