



Problemkompott

Så här års kokas det kompotter på höstens nyskördade frukter. Här har vi samlat ihop en problemkompott, det vill säga en blandning av problem med höstanknytning.

4401 *Köp äpplen!*

Äpplen 3 kr styck
Päron 5 kr styck

På hur många olika sätt kan du handla äpplen och päron för precis 100 kronor?

4402 *Fem fruktkorgar*

I fem fruktkorgar ligger nyplockade äpplen. Fyra korgar innehåller tillsammans 84 äpplen. I den femte korgen ligger fyra äpplen färre än genomsnittet av antalet äpplen totalt i alla korgarna. Hur många äpplen ligger i den femte korgen?

4403 *Hur högt var trädet?*

Under en höststorm bröts ett träd av på en fjärdedel av sin höjd över marken. Den avbrutna delen hängde fast på brottytan men trädets toppen nådde marken 20 meter från trädets fot. Hur högt var trädet?

4404 *Nykokt saft*

Olle och Mia gör saft i två karaffer. Olle tar åtta mått saft till sju deciliter vatten. Mia tar nio mått saft till åtta deciliter vatten. Vems saft blir starkast?

4405 *Nyskördade grönsaker*

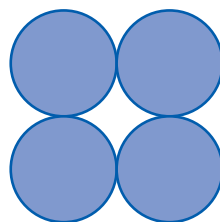
Hamid köpte nyskördade grönsaker till sin restaurang. Allt han köpte var i hela kilogram: Sallad och potatis vägde tillsammans 17 kg, potatis och gurka vägde 20 kg, gurka och tomat vägde 12 kg, tomat och kål vägde 13 kg. Sallad, gurka och tomat vägde tillsammans 16 kg. Hur mycket köpte han av varje grönsaksort?

4406 *Flyttfåglar*

En flock flyttfåglar flög söderut över flera sjöar. På varje sjö landade hälften av fåglarna och en fågel till, de övriga flög vidare. Alla som nådde ända till den sjunde sjön landade där. Hur många flyttfåglar var det i flocken?

4407 *Årets skörd av sädeskorn*

Figuren visar behållare för sädeskorn sedda uppifrån. Det är cylindrar med diametern 2 meter. När cylindrarna är fulla låter man säden rinna ned i mellanrummet i mitten. Hur stort är det i jämförelse med en av cylindrarna?



4401 Svar: 7 olika sätt

Om man bara köper päron får man precis 20 stycken för 100 kronor. Tre päron kan bytas ut mot fem äpplen. Gör man det systematiskt går det att hitta alla lösningarna.

Det går också att beskriva och lösa problemet med en Diofantisk ekvation: $3x + 5y = 100$ ($x, y \geq 0$).

4402 Svar: 16 äpplen

Problemet kan lösas med ekvation där antalet äpplen i den femte korgen betecknas med x . I de fem korgarna finns $84 + x$ äpplen. Medelvärdet av det ska vara detsamma som $x + 4$ och vi kan sätta upp ekvationen $(84 + x)/5 = x + 4$.

Man kan också resonera: Om 4 av de 84 äppelena flyttas över till den femte korgen skulle den innehållit genomsnittligt antal äpplen. De fyra andra korgarna hade då tillsammans haft 80 äpplen, med genomsnittet 20. $20 - 4 = 16$.

4403 Svar: 28 meter

Om h är trädets höjd så får vi med Pythagoras sats $(h/4)^2 + 20^2 = (3h/4)^2$, vilket ger höjden 28 meter.



Detta fotografi stämmer inte helt med villkoren för Pythagoras sats men ger ändå en idé om hur lösningen är tänkt.

4404 Svar: Olles saft

Vilket bråk är störst, $8/7$ eller $9/8$?

4405 Svar: 4 kg sallad, 13 kg potatis, 7 kg gurka, 5 kg tomat och 8 kg kål.

Eftersom vi får veta att sallad, gurka och tomat tillsammans vägde 16 kg och att gurka och tomat tillsammans vägde 12 kg kan vi räkna ut att sallad vägde $16 - 12 = 4$ kg. Med den vetenskapen är det bara att fortsätta bena ut det ena påståendet efter det andra.

4406 Svar: Det finns många lösningar

Hur många är det som landar på den sjunde sjön? Så många och en till dubbelt upp på den sjätte och så vidare.

Säg att 10 fåglar landar på den sjunde sjön, då hade det varit 766 fåglar som landade på den första sjön: $(10 + 1) \cdot 2, (22 + 1) \cdot 2 \dots (382 + 1) \cdot 2$.

Om 190 fåglar startar landar 1 fågel på den sjunde sjön. Om 254 fåglar startar landar 2 fåglar på den sjunde sjön.

4407 Svar: En tredjedels cylinder

Relationen mellan volymerna är densamma som mellan areorna för bottenytorna, eftersom cylindrarna förutsätts ha samma höjd. Förhållandet mellan volymerna för "mellanrummet" och en cylinder blir då med hjälp av figuren: $(2 \cdot 2 - \pi \cdot 1^2) / (\pi \cdot 1^2) = (4 - \pi) / \pi$. Om vi sätter $\pi \approx 3$ så får vi att mellanrummet rymmer en tredjedel så mycket som en cylinder.

