Svante Linusson

> ” *Efter att ha satt sig in i hur uddatalsmetoden fungerar så kan man ställa sig den filosofiska frågan om det finns bortkastade röster och vilka det i så fall är.*

Jag har så vitt jag minns alltid tyckt att matematik är roligt. Jag märkte ju också att jag tyckte det var lättare med matematik än de andra eleverna i min klass i skolan. Jag tror fortfarande att det finns en stark återkoppling. Det som är roligt blir mindre svårt. Men det var inte för att det var lätt som det var roligt! Det skojigaste var att fundera över riktigt luriga problem.

Jag gick på låg- och mellanstadiet på 70-talet och tidsandan var sådan att många lärare strängeligen förbjöd eleverna att läsa vidare i högre årskursens böcker och komma före de andra i klassen. Man skulle inte få tro att man var märkvärdig! När man hade klarat sig igenom oändligt många uppgifter med multiplikation av tresiffriga och fyrsiffriga tal så kunde man som belöning få en ny lite längre lista. Skolmatematiken var urtråkig och jag låg länge ett par månader efter mina klasskamrater i matteboken, men på rasterna funderade jag på trigonometri och ritade sinuskurvor i längdhoppsgropen på skolgården som de

äldre killarna i schackklubben lärt mig. Jag minns fortfarande starkt den underbara känslan av frihet när jag började högstadiet (sjunde klass) och det blev tillåtet att jobba i förväg och möjligt att ställa intressanta frågor på lektionerna, för de lärarna hade specialistkompetens och kom med spännande svar. Det var dock först när jag var 17 år och som utbytesstudent i USA deltog i olika matematiktävlingar som jag började inse att min fallenhet för matematik var lite större än bara ”bäst i klassen”. Innan dess hade jag tänkt att jag skulle bli ingenjör eller naturvetare, men väl hemkommen från USA bestämde jag mig för att satsa helhjärtat på matematiken. Min fortsatta väg blev fil kand vid Göteborgs universitet 1990, doktorsexamen på KTH 1995, postdoc i först Bordeaux och sedan Berkeley, forskarassistent vid Stockholms universitet och år 2000 blev jag professor vid Linköpings universitet. Från och med 2006 är jag tillbaka på KTH som professor i diskret matematik.

Mitt forskningsområde inom matematiken är kombinatorik, även kallat diskret matematik. Att jag valde detta område beror nog mycket på mitt stora intresse för att knäcka problem. Den diskreta matematiken erbjuder ofta problem som är lätta att formulera och har frågeställllningar som går relativt snabbt att förstå, men som kan vara oerhört rika i sin struktur och erbjuda stor utmaning för de bästa av matematiker.

Uddatalsmetoden och valsystem ligger lite vid sidan av mina normala forskningsfält. Att jag valt att skriva om dem beror dels på att jag tycker att det är ett bra exempel på att matematik är viktig även utanför de klassiska tekniska och naturvetenskapliga tillämpningarna. Dels beror det på att jag själv tidigare har varit aktiv som fritidspolitiker i Stockholm, där jag var ledamot av stadsfullmäktige 1998 – 2002. Jag märkte då att även många som ägnat decennier åt politik aldrig riktigt har reflekterat över hur det svenska valsystemet fungerade eller varför man kan tycka att det är ett bra system. Det finns all anledning att bidra till allmänbildningen kring detta då det är viktigt för demokratin att vi har förtroende för vårt svenska valsystem. Det är därför bra att många har god kunskap om hur vårt demokratiska röstsystem fungerar och motivet bakom detsamma.

Uddatalsmetoden och valsystem

Första gången jag såg uddatalsmetoden tycktes den mig mystisk. Jag undrade hur i hela friden man hade kommit fram till en sådan udda metod för att göra något så viktigt som att fördela platser i riksdagen. Med tiden har jag kommit till insikt om att uddatalsmetoden faktiskt är väldigt bra på att fördela mandat så proportionellt som möjligt efter antalet röster. Jag skulle till och med vilja påstå att den är perfekt så länge man jämför utfallet för två partier i taget. Min avsikt med detta kapitel är att försöka förmedla denna insikt och att ge ett litet smakprov på problemen med att utforma det perfekta valsystemet.

I första avsnittet presenteras den lilla kommunen Örkelträsk och deras problem med att besätta de 7 platserna i fullmäktige. I avsnitten därpå visas hur uddatalsmetoden skulle fungera i detta fall och varför den faktiskt ger ett rimligt utfall. Därefter diskuteras en del praktiska konsekvenser hos det system med olika småpartispärrar som i praktiken gäller i Sverige.

Sen byter vi ämne en aning och presenterar den så kallade Arrows diktatorsats. Den säger att det är omöjligt att formulera ett valsystem som samtidigt uppfyller fyra i sammanhanget önskvärda kriterier. Ett exempel på hur det kan gå snett vid en omröstning i en melodifestival och vid en konståkningstävling får illustrera problemet.

Ursprunget till detta kapitel är ett föredrag jag höll på Svenska Matematikersamfundets utbildningsdagar den 25 januari 2007. Den presentation jag gav där (Linusson, 2007) kan laddas ner och får användas vid uppgivande av referens.

Uddatalsmetoden

Exempel från Örkelträsk

Vi utgår nu från den fiktiva lilla kommunen Örkelträsk. Där skall exakt 700 personer rösta i kommunalvalet på partierna A, B eller C. Fullmäktige i Örkelträsk har praktiskt nog 7 platser (mandat) som skall fördelas mellan partierna utifrån röstetalen.

Låt oss se på några möjliga utfall.

		Parti A	Parti B	Parti C	
Fall 1	röster	400	200	100	
	mandat	4	2	1	lätt att vara överens om
Fall 2	röster	300	300	100	
	mandat	3	3	1	också klart
Fall 3	röster	360	240	100	
	mandat	4	2	1	närmast fall 1
Fall 4	röster	333	237	130	
	mandat	?	?	?	matematisk metod krävs
Fall 5	röster	367	267	66	
	mandat	?	?	?	

I fallen 1 och 2 är det inga problem att fördela de 7 mandaten eftersom invånarna har haft vänligheten att fördela sina röster i jämna hundratal. I fall 3 ser man att parti C har fått lika många röster som tidigare och alla i Örkelträsk är överens om att de även nu bör få ett mandat. Tittar vi sedan på partierna A och B har de röstetal som ligger närmare fall 1 än fall 2. Det blir därför mest proportionerligt att fördela mandaten mellan dem som i fall 1. Men i fall 4 och 5 har partirepresentanterna helt olika syn på hur många mandat som skall fördelas till vilket parti och alla lyckas hitta något argumet för varför just de skall ha många mandat. Det krävs en grundlagsreglerad matematik för att lösa dilemmat.

Så utförs Uddatalsmetoden

Vid demokratiska val används i olika länder olika metoder för att utse regeringschef och fördela platserna i parlamentet. Men det är förstås av yttersta vikt att man i förväg har kommit överens om vilken metod som skall användas och därför brukar sådant regleras i ländernas grundlag eller motsvarande.

I Sverige används till såväl riksdag som landstings- och kommunfullmäktige sedan 1954 en matematisk metod som kallas uddatalsmetoden, jämte en del politiska justeringar för att försvåra för små partier. Justeringarna ska vi återkomma till. Uddatalsmetoden verkar först har föreslagits av belgaren Sainte-Laguë och kallas ibland Sainte-Laguës metod.

Uddatalsmetoden fördelar mandaten stegvis, ett i taget till det parti som i det steget har störst jämförelsetal. I början är jämförelsetalet samma som antalet röster partiet fått. Då partiet fått sitt första mandat divideras antalet röster med 3. Efter andra mandatet blir ett partis jämförelsetal lika med antalet röster dividerat med 5 osv. Har partiet fått n mandat är

$$\text{jämförelsetalet} = \text{antalet röster} \ /(2n+1)$$

i nästa steg. Denna procedur kan tyckas konstig, men en motivering presenteras nedan i avsnittet Motivering. Först ett par exempel.

Exempel 1
Låt oss gå igenom hur uddatalsmetoden fungerar på fall 4 från Örkelträsk. Parti A har flest röster så de får först ett mandat. Jämförelsetalet för parti A blir sedan $333/3 = 111$. I steg 2 har parti B störst jämförelsetal med 237 och de får sitt första mandat och nytt jämförelsetal $237/3 = 79$. I steg 3 får parti C ett mandat och nytt jämförelsetal $130/3$. I steg 4 har parti A åter störst jämförelsetal och får sitt andra mandat. Deras nya jämförelsetal blir då $333/5$. Följande tabell visar en fullständig genomgång av fall 4.

	Parti A	Parti B	Parti C	
röster	333	237	130	mandat 1 till A
jämförelsetal	111 (333/3)	237	130	mandat 2 till B
jämförelsetal	111	79 (237/3)	130	mandat 3 till C
jämförelsetal	111	79	43,33 (130/3)	mandat 4 till A
jämförelsetal	66,6 (333/5)	79	43,33	mandat 5 till B
jämförelsetal	66,6	47,4 (237/5)	43,33	mandat 6 till A
jämförelsetal	47,57 (333/7)	47,4	43,33	mandat 7 till A
mandat	4	2	1	slutlig fördelning

Som synes är det en jämn kamp om vem som skall få det sjunde mandatet. En röst till för B hade gjort stor skillnad.

Exempel 2
En genomgång av uddatalsmetoden för fall 5 från Örkelträsk ger följande resultat.

	Parti A	Parti B	Parti C	
röster	367	267	66	mandat 1 till A
jämförelsetal	122,33 (367/3)	267	66	mandat 2 till B
jämförelsetal	122,33	89 (267/3)	66	mandat 3 till A
jämförelsetal	73,4 (367/5)	89	66	mandat 4 till B
jämförelsetal	73,4	53,4 (267/5)	66	mandat 5 till A
jämförelsetal	52,42 (367/7)	53,4	66	mandat 6 till C
jämförelsetal	52,42	53,4	22 (66/3)	mandat 7 till B
mandat	3	3	1	slutlig fördelning

Företrädare för parti A tycker detta verkar konstigt och orättvist. I exempel 2 har de fler röster och får ändå färre mandat! Den enkla förklaringen till detta är att parti C har nästan dubbelt så många röster i exempel 1, men det får bara ett mandat i båda fallen. Sedan har exemplen medvetet valts så att det sista mandatet har hamnat hos A i första fallet och i andra fallet hos B. Exemplen ovan är valda som något extrema fall, men det är viktigt att förstå att det inte finns någon absolut gräns för när ett parti får sitt första mandat eller sitt andra. Det beror även i verkligheten mycket på hur rösterna fördelas på övriga partier.

Du kan hitta fler exempel på hur uddatalsmetoden fungerar på valmyndighetens webbplats www.val.se.

Motivering av Uddatalsmetoden

Låt oss titta lite noggrannare på det första exemplet ovan där röstetalen var:

	Parti A	Parti B	Parti C
röster	333	237	130

Låt oss för ögonblicket bortse från uddatalsmetoden och fundera på hur man kan göra så att fördelningen skall bli så proportionell som möjligt om man jämför två partier med varandra. Hur skulle vi göra då?

Antag att det är givet att parti C skall ha ett mandat för sina 130 röster och att vi skall fördela övriga mandat. Partierna A och B skall då dela på 6 mandat och de har tillsammans 570 röster. Varje mandat är då värt $\frac{333+237}{6} = 95$ röster.

mandat:	1	2	2,5	3	3,5	4	5	6
röster:	95	190	237,5	285	332,5	380	475	570

Parti A är med sina 333 röster precis över 3,5 mandat och bör således avrundas till 4. Parti B är med sina 237 röster precis under 2,5 mandat och bör således avrundas till 2.

Det avgörande i den parvisa jämförelsen mellan partierna A och B som vi just gjorde var att $333 > \frac{333+237}{6} \cdot 3,5$ och att $237 < \frac{333+237}{6} \cdot 2,5$. Det är samma sak som

$$\frac{333}{3,5} > \frac{333+237}{6} > \frac{237}{2,5}$$

vilket är ekvivalent med

$$\frac{333}{7} > \frac{237}{5}$$

Detta är precis den jämförelse som uddatalsmetoden gör!

På samma sätt kan man för varje par av partier visa att uddatalsmetoden ger proportionerligt utfall mellan dessa partier. Metoden är alltså "rättvis" vid direkt jämförelse mellan två partier.

En väldigt bra egenskap hos uddatalsmetoden är att man inte behöver jämföra varje par av partier för sig. Jämförelsetalen gör att vi kan jämföra alla samtidigt och ändå få så proportionell fördelning som möjligt mellan varje par av partier. Det innebär att metoden också är effektiv och snabb att använda.

Partiledningen för parti C är oroliga för att åka ur fullmäktige och undrar hur många röster som egentligen krävs för att säkra en plats. Som vi sett i exemplen ovan så beror antalet mandat partiet får också på hur de andra partiernas röster fördelas. I detta fall kan vi säga att 54 röster alltid räcker, men att det inte är säkert att 53 räcker. Om partierna får 593, 54 repektive 53 röster så får C inget mandat. Däremot skulle det kunna räcka med 47 röster om partierna får 327, 326 respektive 47 röster. Läsaren uppmanas att kontrollera dessa påståenden! Spannet är inte så stort, men om det är fler partier inblandade kan det skilja mycket mer, se övning 3 i slutet av kapitlet.

Vill man formalisera resonemanget ovan från exemplet till ett allmänt fall, kan vi låta partierna A och B ha fått a respektive b röster. Vi antar att de skall dela på m mandat. Låt m_A respektive m_B vara antalet mandat som uddatalsmetoden ger partierna och antag att parti A fick sista mandatet (fallet att parti B fick sista mandatet behandlas helt symmetriskt). Vi har att $m = m_A + m_B$ och varje mandat motsvarar $(a+b)/m$ röster. Sista relevanta jämförelsen i uddatalsmetoden var att

$$a/(2(m_A-1)+1) > b/(2(m_B)+1)$$

Detta är ekvivalent med

$$a/(m_A-\tfrac{1}{2}) > b/(m_B+\tfrac{1}{2})$$

Nu använder vi det faktum att för fyra positiva tal a, b, c, d där $\dfrac{a}{c} > \dfrac{b}{d}$ så gäller alltid $\dfrac{a}{c} > \dfrac{a+b}{c+d} > \dfrac{b}{d}$

Den första av dessa olikheter bevisas med kalkylen

$$\frac{a}{c} - \frac{a+b}{c+d} = \frac{ad-bc}{c(c+d)} > 0$$

ty antagandet var att $ad - bc > 0$. Den andra bevisas på liknande sätt.

Instoppat i vår uträkning ger det att

$$a > (m_A-\tfrac{1}{2})\cdot(a+b)/(m_A+m_B) \quad \text{och}$$

$$b < (m_B+\tfrac{1}{2})\cdot(a+b)/(m_A+m_B)$$

Uddatalsmetoden har alltså gett ett så proportionellt resultat som möjligt mellan partierna A och B.

Småpartispärrar

I Sverige används uddatalsmetoden med några tillägg som gynnar de större partierna.

- Procentspärr på 4% i riksdagen och 3% i landstingen.
- Jämkning, som innebär att första jämförelsetalet fås genom division med 1,4 av röstetalet. Effekten är att det första mandatet blir svårare att få.

Exempel 3

Låt oss göra om exempel 2 ovan och istället använda jämkade uddatalsmetoden. Skillnaden ligger i första steget. Vi delar först samtliga röstetal med 1,4 innan proceduren börjar.

	Parti A	Parti B	Parti C	
röster	367	267	66	
jämförelsetal	262,14 (367/1,4)	190,71 (267/1,4)	47,14 (66/1,4)	mandat 1 till A
jämförelsetal	122,33 (367/3)	190,71	47,14	mandat 2 till B
jämförelsetal	122,33	89 (267/3)	47,14	mandat 3 till A
jämförelsetal	73,4 (367/5)	89	47,14	mandat 4 till B
jämförelsetal	73,4	53,4 (267/5)	47,14	mandat 5 till A
jämförelsetal	52,42 (367/7)	53,4	47,14	mandat 6 till B
jämförelsetal	52,42	38,14 (267/7)	47,14	mandat 7 till A
mandat	4	3	0	slutlig fördelning

Som vi ser får nu parti C aldrig något mandat. Ur småpartiernas synvinkel uppfattas det nog inte som särskilt välvalt att kalla en ren småpartispärr för en ”jämkning”.

Jämkningen är betydelsefull i kommunalval där procentgräns och utjämningsmandat saknas. Att divisorn är just 1,4 saknar matematisk motivering. Det är en framförhandlad politisk kompromiss (Leif Andersson, privat kommunikation, 2007).

▼ Valkretsindelning av större kommuner. Detta innebär att man räknar den jämkade uddatalsmetoden på en mindre del av kommunen i taget, istället för på hela kommunen. Detta gynnar alltid de största partierna och gör det till lite av ett lotteri för de mindre partierna om hur många mandat de får.

Ett exempel från Stockholms kommunalval 2006: Kristdemokraterna (kd) fick 3,91 % och 3 mandat (av 101), medan centern (c) fick 3,14 % men bara 1 mandat. Ändå var det (kd) som hade mest otur. De missade faktiskt ett mandat med bara en rösts marginal, se övning 2.

Man kan jämföra med andra länder, t ex USA och Storbritannien, där valkretsarna är så små att det bara väljs en person i varje valkrets. Detta verkar leda till utpräglade tvåpartisystem.

Det finns flera andra intressanta regler vid val, exempelvis regler för vilka kandidater på listorna som skall få mandatet eller om hur utjämningsmandatet fungerar. Lagtexter och regler finns på Valmyndighetens webbplats, www.val.se. En matematisk analys av olika delar av vårt valsystem har gjorts av Jesper Carlström, (Carlström 1998; 2007) där den senare är en mer avancerad text.

Bortkastade röster?

Efter att ha satt sig in i hur uddatalsmetoden fungerar så kan man ställa sig den filosofiska frågan om det finns bortkastade röster och vilka det i så fall är.

Ibland hör man så kallade experter i media eller vanliga väljare som uttalar sig om att en röst på ett parti som inte får några mandat alls är en bortkastad röst. Men när vi nu vet hur uddatalsmetoden fungerar ser vi ju att partiernas röstetal nästan alltid hamnar någonstans mellan två gränser för mandat och väldigt sällan direkt på en sådan gräns (sällsynta undantag finns, se övning 2). Den direkta påverkan av att just jag gick och röstade är nästan alltid noll oavsett hur många mandat partiet får. Sannolikheten att just min röst på marginalen påverkar utgången är faktiskt mindre om man röstar på ett stort parti eftersom röstetalet då dividerats med något stort udda tal vid sista jämförelsen. Är det bara en mänsklig strävan att tillhöra ett vinnande lag som gör att många tycker att en röst på ett parti som inte fick mandat är mer bortkastad? Beror det på dålig insikt i uddatalsmetoden, eller på att man fruktar 4%-spärren? Har du en bättre förklaring? Själv tycker jag inte att några röster är bortkastade.

Uddatalsmetoden vid regeringsbildningen 2006

Enligt SVT:s program *De första 100 dagarna*, som sändes januari 2007 (SVT), användes uddatalsmetoden för att fördela ministerposterna i regeringen efter valet 2006. Moderaterna fick de två första platserna och valde statsminister och finansminister. Centern var näst största parti och valde sedan näringsminister osv. Detta förfarande hade de fyra partierna i den borgerliga alliansen enligt programmet klokt nog kommit överens om innan valet för att detta inte skulle bli en tvistefråga vid regeringsbildningen. Om du jämför med partiernas fördelning i riksdagen kommer du att upptäcka att det inte stämmer exakt. Detta gjorde man också en stor affär av i programmet, och menade att moderaterna av politiska hänsyn skänkt en ministerpost till folkpartiet.

Den som såg programmet kunde höra att de sade att d'Hondts metod hade använts. Den är snarlik uddatalsmetoden men man får jämförelsetalen genom att dividera med heltalen 1, 2, 3, 4 etc istället för med de udda talen. Efter kontakt med journalisterna visade det sig att de sagt fel. Det kan vara intressant att veta att d'Hondts metod var den metod som användes för att fördela mandaten vid val till riksdagen före 1952. Den används fortfarande i en del andra länders parlamentsval och för att fördela utskottsplatser i svenska riksdagen samt nämnd- och styrelseplatser i kommuner och landsting. Den ger en fördel för de stora partierna jämfört med uddatalsmetoden.

Lite juridik

Från en matematikers synvinkel finns det några lite underliga saker i vår nuvarande grundlag.

▼ Vallagen föreskriver på ett ställe avrundning nedåt till 2 decimaler innan jämförelsetalen jämförs. Det verkar konstigt och en aning genant att juristerna inte tycks veta att rationella tal direkt kan jämföras, lättast och exaktast genom att uttryckas med gemensam nämnare.

▼ Valkretsindelningen i kommunerna har flera konsekvenser som jag inte sett problematiseras ordentligt. Som ovan nämnts kan valkretsindelningen ge ett rätt slumpartat utfall för småpartier. En annan regel som tål att funderas på är att antalet mandat per valkrets bestäms av hur många röstberättigade invånare valkretsen har. Detta ger större inflytande åt väljare i valkretsar med lågt valdeltagande. Är det önskvärt? Kanske, men man skulle också kunna tänka sig ett system där antalet mandat som utses från en valkrets bestäms av hur många som faktiskt röstar i valkretsen. Då skulle de avlagda rösternas tyngd bli mer lika över hela kommunen, vilket är en viktig demokratisk princip. Dessutom skulle det ge en extra morot till att gå och rösta.

Jesper Carlström har skrivit om andra mycket intressanta problem med nuvarande system och ger en del förslag till lösningar (Carlström, 2007).

Ett perfekt valsystem?

I valtider blir det ofta debatt om hur valsystemet fungerar. Ibland framförs åsikten att uddatalsmetoden är föråldrad och att mandatfördelningen istället borde ske så att varje parti får samma andel av mandaten som de fått av rösterna (t ex Erlandsson, 2006).

Men som vi sett ovan är uddatalsmetoden en bra metod för just det. De tokigheter och upplevda orättvisor som uppstår orsakas till allt väsentligt av valkretsindelningen.

Ett annat önskemål som också förekommer är att regeringsformen ska föreskriva att alla röster skall ha samma värde. Det låter ju bra, men tyvärr går det faktiskt inte att uppnå. Det vore mycket olyckligt om det stod så i grundlagen. Det är tvärtom viktigt att den exakta matematiska metoden som skall användas för fördelning av mandat finns beskriven i lagen så att ingen tvekan om dess tillämpning kan uppstå. Hur man skapar bra röstningssystem för olika situationer är ett helt forskningsområde.

Arrows diktatorsats

Vi lämnar nu uddatalsmetoden och går över till att titta på ett exempel med fyra villkor som det är omöjligt för ett valsystem att uppfylla samtidigt.

Antag att varje väljare skall rangordna ett visst antal (minst 3) kandidater och från dessa rangordningar ska valsystemet forma en gemensam rangordning, där den översta på listan blir vald.

Vi vill att valsystemet skall uppfylla följande villkor:

- Ingen diktator: Valsystemet skall inte alltid följa en viss väljares vilja.
- Universalitet: Alla tänkbara gemensamma rangordningar skall vara möjliga och processen deterministisk, det vill säga fri från slump.
- Paretoeffektivitet: Om alla väljare föredrar kandidat A framför kandidat B så måste den gemensamma rangordningen också ha A före B.
- Oberoende av irrelevanta alternativ: Om någon kandidat som inte har med toppstriden att göra drar sig ur så skall det inte påverka vem som vinner.

Arrows diktatorsats: Det finns inget valsystem som uppfyller samtliga dessa villkor.

Satsen brukar lite mer publikfriande formuleras som att om man vill ha universalitet, paretoeffektivitet och oberoende av irrelevanta alternativ hos ett valsystem så är enda alternativet diktatur. Det villkor som oftast får stryka på foten är dock snarare det sista. Satsen finns i flera olika varianter, och det finns flera olika bevis för satsen (t ex MacKay, 1980; Sen, 1970; Craven, 1992).

En melodifestival – ett exempel

I denna melodifestival är det 7 länder som skall rösta på fyra melodier A, B, C och D. Den melodi som ett land vill ha på första plats får 4 poäng av det landet, den man vill ha som nummer två får 3 poäng, den man vill ha som nummer tre får 2 poäng och den man vill se på fjärde plats får 1 poäng. Rösterna blev som följer.

	4 poäng	3 poäng	2 poäng	1 poäng
Land 1 och 2	A	D	C	B
Land 3 och 4	B	A	D	C
Land 5, 6 och 7	C	B	A	D

Detta ger melodierna A, B, C, D poängen 20, 19, 18 resp 13. Således vinner A, på andra plats kommer B, på tredje C och sist meoldi D. Sedan blir det känt att fusk har förekommit (dopad trummis) och melodi D diskvalificeras. Melodi D kom ju klart sist så det borde ju inte spela någon roll, men sångerskan av melodi C kräver ändå listigt en omräkning. Alla länder har redan berättat vilken rangordning man föredrar mellan melodierna så det enda man behöver göra är att flytta upp alla kvarvarande melodier till platserna 1, 2 och 3. Den nya poängtabellen blir nu.

	4 poäng	3 poäng	2 poäng	1 poäng
Land 1 och 2	A	C	B	–
Land 3 och 4	B	A	C	–
Land 5, 6 och 7	C	B	A	–

Det ger melodierna A, B, C poängen 20, 21 resp 22 poäng. Ordningen mellan A, B, C har kastats om helt! Sångerskan av melodi C vinner och sångarna av melodi A lämnar in en formell protest – ”för inte skall väl de behöva drabbas av att D hade fuskat”. Och ni kan själva tänka er hur många extra lösnummer skvallertidningarna säljer med ”allt om röstskandalen’’.

Problemet med ett valsystem med poängräkning som det som används i exemplet är att det strider mot det fjärde villkoret ovan ”oberoende av irrelevanta alternativ”. Problemet för arrangörerna av melodifestivalen är att Arrows sats säger att det inte finns några valsystem som uppfyller detta krav med mindre än att andra kanske ännu allvarligare fel uppstår.

Eftersom det är sällan som en melodi diskvalificeras så uppmärksammas inte den här svagheten särskilt mycket. Men det händer i verkligheten. Ett fall där det blev mycket rabalder inträffade vid EM i konståkning för herrar 1997, (se t ex Loosemore, 1997). Det är inte viktigt att här gå in på exakt hur poängräkning i konståkning går till, men det som hände var att innan den sista åkaren A. Vlascenko åkte så låg V. Zagorodniuk på silverplats och P. Candelero på bronsplats. Efter att Vlascenko hade åkt och hamnat på sjätte plats, så hade poängräkningssystemet gjort så att Candelero hade blivit uppflyttad till silverplats och Zagorodniuk hade snopet blivit av med sin silvermedalj. Precis som i exemplet med melodifestivalen ovan berodde det på att det dels var väldigt jämt och dels att de olika domarna som röstade hade olika inbördes rangordning mellan åkarna. Skridskosporten justerade sitt poängräkningssystem, men vi som känner till Arrows sats, vet att de aldrig helt kan undvika ett system med problem.

Övningar

1. Gå in på www.val.se och klicka fram valresultatet i kommunalvalet i din kommun. Kontrollera att mandatfördelningen har blivit korrekt.

2. Leta upp resultatet 2006 i kommunalvalet i valkrets 4 i Stockholms stad. I denna valkrets fick (kd) inget mandat med sina 2 865 röster. Bekräfta att (kd) hade fått ett mandat (från moderaterna) om de hade fått 2 866 röster. Värt att notera är att (m) och (fp) fick egen majoritet i stadsfullmäktige med ett mandats marginal. En enda röst till på (kd) hade alltså påverkat maktförhållandena i stadshuset avsevärt. Nästa gång kan det vara din röst som fattas eller fäller avgörandet!

3. I Burljunga kommun röstar 1000 personer och 5 partier, A, B, C, D och E, ställer upp för att slåss om de 5 mandaten som fördelas med jämkade uddatalsmetoden.
a) Konstruera en fördelning där parti E får ett mandat med så få röster som möjligt för E.
b) Konstruera en fördelning med så många röster som möjligt för E utan att de får något mandat.
Tips: Antal röster för parti E är drygt 70 % större i b) än i a).

4. Konstruera ett exempel i fotbollsallsvenskan där ett lag A blir ertappat med fusk (t ex användning av otillåten spelare under flera tidigare matcher) och där striden i toppen mellan andra lag förändras för att lag A tvingas att ge walkover i samtliga tidigare matcher.

Litteratur

Carlström, J. (1998). *Mandatfördelning vid svenska val*. www.math.su.se/~jesper/mandatfordelning (2008-01-03).

Carlström, J. (2007). *Kommentarer om mandatfördelningen i riksdagen*. urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se-2007-16 (2008-01-03).

Craven, J. (1992). *Social Choice: A Framework for Collective Decisions and Individual Judgements*. Cambridge: Cambridge University Press.

Erlandsson, M. (2006). Dagens valsystem ger falskt resultat i kommunalvalen. Dagens Nyheters debattsida 12 september. www.dn.se/DNet/jsp/polopoly.jsp?d=572\&a=571901 (2007-12-20).

Linusson, S. (2007). *Matematik och demokrati*. Presentation vid Svenska Matematikersamfundets utbildningsdagar på KTH. www.math.kth.se/~linusson/valsystem.html (2008-01-03).

Loosemore, S. (1997). *An Analysis of the Figure Skating Scoring System*. www.frogsonice.com/skateweb/obo/score-tech.shtml (2007-12-20).

MacKay, A. (1980). *Arrow's theorem: The paradox of Social Choice*. New Haven: Yale University Press.

Sen, A. (1988). *Kollektiva beslut och social välfärd*. Stockholm: Thales.

SVT. Sveriges Television. (2007). *De första hundra dagarna*. 12 januari 2007. svt.se.

Valmyndigheten. www.val.se.

Wikipedia. en.wikipedia.org/wiki/Arrow's_impossibility_theorem (2007-12-28).