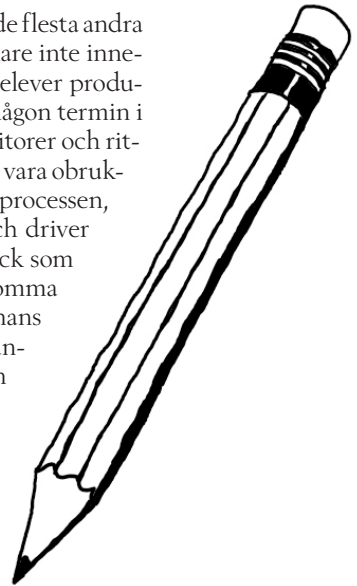


Inte utan min penna

När jag för snart 10 år sedan började arbeta som lärare i matematik på en gymnasieskola i Uppsala hade jag – i skuggan av hela implementeringen av den reviderade kursplanen för gymnasiet, Gy 11, och uppstarten av min egen karriär som lärare – ganska blygsamma målsättningar. Jag ville hitta ett arbetssätt som möjliggjorde användandet av grafitare i datormiljö utan att ständigt behöva slå av och på en projektor och rulla en duk upp och ner i växlingen mellan anteckningar på whiteboard och datorstödd undervisning. Den relativt enkla lösningen jag fann på det triviala problemet visade sig medföra en lång rad praktiska och pedagogiska fördelar och har sedan dess präglat verksamheten i mitt klassrum.

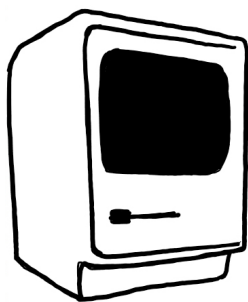
Pennans betydelse för matematiken

Matematik och de naturvetenskapliga ämnena skiljer ut sig från de flesta andra ämnen i skolan på så vis att ett tangentbord och en ordbehandlare inte innebär någon vidare effektivisering av utövandet. Både lärare och elever producerar stora mängder skisser, ekvationer och figurer under bara någon termin i klassrummet. Och även om det finns lätthanterliga ekvationseditorer och ritprogram tillgängliga så tenderar dessa att för de flesta användare vara obrukbara verktyg vid tex ekvationslösning. De bromsar snarast processen, medan en penna istället fungerar som ett stöd för tankarna och driver lösningsprocessen framåt. Att "tänka med pennan" är ett uttryck som jag då och då använder mig av för att hjälpa mina elever att komma igång med problemlösning i matematik. Idéer föds ur pennans linjer på pappret. Så hur kan ett ämne som i så hög grad är balanserat på den välvässade spetsen av den analoga blyertspennan digitaliseras på ett vettigt och meningsfullt sätt? Är det ens något att eftersträva? Vi refererar till papper och penna när något ska beräknas för hand men när det kommer till kritan – om uttrycket ursäktas – är det nog inte pappret som är den omistliga ingrediensen utan snarare skrivdonet.



Digitalisering av skolan

Incitamenten för digitalisering av skolan är flera. Skolverket poängterar vikten av elevernas digitala kompetens för att klara sig i livet och som samhällsmedborgare. Det finns också uppenbara anledningar att plocka in datorer i klassrummen för att syssla med exempelvis programmering eller textbearbetning.



Men dessa argument kommer inte i första hand från lärare i matematik för att stärka undervisningen i ämnet. Många matematiklärare upplever säkerligen programmeringens intåg i ämnet mest som något nytt att bemästra, snarare än ett självklart medel för undervisning i matematik. De kommersiella aktörer som vädrar morgonluft när skolor över hela landet investerar i var sin dator till varje elev kan också bedyra digitaliseringsrevolutionerande effekter på lärandet. Men som exempelvis Isak Skogstad påpekar tenderar datorer och appar ibland bli lösningar som söker problem.

Digital penna

Ponera att det är matematiklärare som själva väljer vilka verktyg som behövs i matematikundervisningen. Vore det inte klädsamt om den enhet som varje elev bär med sig till klassrummet vore anpassad även för matematikämnet? Då skulle vi sluta prata om appar och istället fundera över hur vi vill undervisa. Jag vill inte möta en elevgrupp som gått igenom sin grundskolematematik genom att peka på en skärm. Om vi ska dra nytta av alla de fördelar som digitaliseringen erbjuder är mitt förslag att förse eleverna med en dator som har en skärm som de kan skriva på. Det är alltså inte fråga om en vanlig pekskärm, utan en skärm med stöd för en aktiv penna med många gånger högre precision än ett pekfinger och som exempelvis reagerar på hur hårt man trycker och som inte störs av att handen som håller i pennan vilar mot skärmen. Kort sagt som en vanlig penna betar sig. Inga kompromisser, bara en dator som blir en extrautrustad anteckningsbok. Den förutsättningen innebär på samma gång en dramatisk och blygsam förändring för den undervisande läraren och dennes lärjungar.

Whiteboarden byts ut mot lärarens skärm som projiceras framför eleverna. Vänd mot klassen antecknar, skissar och infogar den undervisande läraren material med sin penna på sin skärm. Alla anteckningar som läraren producerar finns direkt åtkomliga för alla elever, oavsett om de har varit med på undervisningstillfället eller är frånvarande till exempel med anledning av sjukdom. De elever som har svårt att hänga med och anteckna samtidigt kan vid behov göra en paus i antecknandet, förvissade om att det finns anteckningar tillgängliga ändå. Genomgångar, föreläsningssanteckningar och exempeluppgifter sparas över tid och kan nås av alla när som helst. Det betyder givetvis inte att det blir fråga om distansundervisning, även om den sortens undervisning helt uppenbart också kan dra många fördelar av ett liknande upplägg. Det blir enkelt och naturligt för läraren att hänvisa till tidigare resultat som utgångspunkt för nya lärdomar när förra lektionens dokumentation finns att tillgå strax ovanför i den digitala skrivytan som i praktiken är obegränsat stor.

En av de avgörande poängerna med att arbeta så här är att det inte nödvändigtvis innebär någon skillnad alls vad gäller lärarens undervisningsmetoder. Det är sällan en lyckad idé att kasta all beprövad erfarenhet överbord bara för att det dyker upp en möjlighet att pröva något nytt. Den digitala pennan erbjuder anspråkslöst en uppsättning möjligheter för undervisningen utan att för den sakens skull diktera villkoren för, eller i övrigt begränsa densamma. I det avseendet rör det sig snarare om en evolution än en revolution.

Undervisning i en digital anteckningsbok

Navet för kursen blir nu en gemensam digital anteckningsbok för klassen som administreras av läraren. Här dokumenteras all undervisning. Innehållet kategoriseras efter ämnesområde och i kronologisk ordning så att det är lätt att hitta och följa med i kursens progression. Utdelning av material i form av uppgifter till elever, lösningar till gemensamma uppgifter, tidigare givna prov etc finns tillgängliga. Om varje elev har sin personliga koppling till anteckningsboken, kan denne också ta del av sina provresultat eller individuellt anpassat övningsmaterial. I den bemärkelsen fyller anteckningsboken också funktionen av ett filarkiv, med den skillnaden att det finns möjlighet att länka in vilket material som helst, exempelvis mitt i de löpande föreläsningsanteckningarna. Direkt efter en redogörelse för definitionen av begreppet sinus utifrån ritade figurer på bakgrund av en inklistrad enhetscirkel finns en länk till en interaktiv applikation på webben och en beskrivning av veckans hemuppgift. Så långt är läraren producent och eleverna kan ta del av materialet.

The collage contains several mathematical elements:

- Top Left:** A TI-Nspire interface showing a normal distribution function $f(x) = \text{Normalfördelning}(0, 1, \text{false})$ and its cumulative distribution function $h(x) = \text{Normalfördelning}(0, 1, \text{true})$. A graph shows the area under the curve from $x=0$ to $x=0.5$ shaded green, with a handwritten note: $h(1) - h(0,5)$ } samma värde!
- Top Right:** A handwritten note: $\int_{0,5}^1 f(x) dx$ } samma värde!
- Middle Left:** A TI-84 Plus calculator screen showing the command `normalcdf(0, 0.5, 0, 1)` resulting in `.682689489`. A handwritten note says "2nd + VARS".
- Middle:** Handwritten formulas for the standard normal distribution: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-0)^2}{2 \cdot 1^2}}$ and $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-0)^2}{2 \cdot 1^2}} dx = 0,68$. A note says "dvs standard normal fördelning ($\bar{x} = \mu = 0$, $\sigma = s = 1$)".
- Bottom Left:** A graph of a function approximated by a Riemann sum with rectangles. The x-axis is labeled with Δx .
- Bottom Middle:** A handwritten formula: $I \approx \sum_{k=1}^5 f(0,1 + k \cdot \Delta x)$.
- Bottom Right:** A MATLAB script snippet:


```

4  h = 5;
5  a = 0;
6  b = 1;
7  dx = (b-a)/5;
8  x = a-0.5*dx;
9  Integral = 0;
10
11
12  for ii = 1:h
13      x = x + dx;
14      A(ii) = sin(x^2)*dx;
15  end
16
17  for jj = 1:h
18      Integral = Integral + A(jj);
19  end
20
21  Integral
      
```

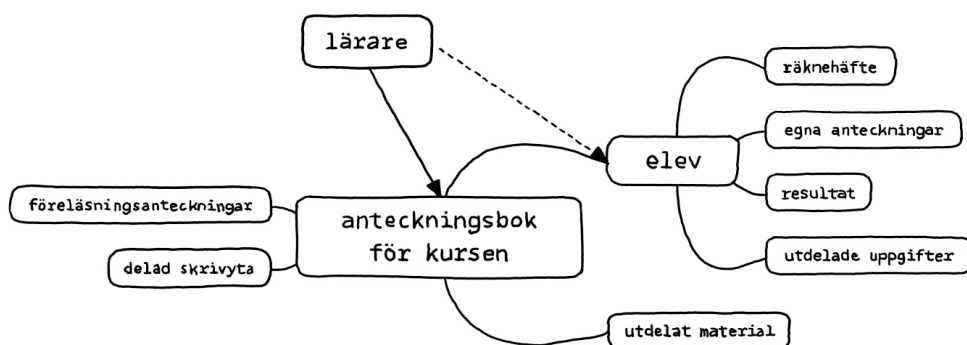
 Below the script, the output is shown: `Integral = 0.3084` and `a = Integral(f, 0, 1) = -0.3103`. A handwritten note says $\frac{3084}{3103} \approx 0,99$.

Så här kan elevens digitala anteckningsbok se ut.

Under huvuddelen av min karriär har detta varit mitt koncept och jag har upplevt att dessa enkla fördelar har varit tillräckligt för att motivera pension av whiteboardpennan. Men när sedan eleverna får samma verktyg som läraren i händerna blir möjligheterna betydligt större. Genom sin personliga anslutning till hela klassens anteckningsbok kan nu också eleven börja producera digitalt. Eleven skriver sina anteckningar på sin skrivyta, synlig för läraren men inte för klasskamraterna. När eleven räknar sina uppgifter samlas hela produktionen på ett ställe som inte går att slarva bort. Det utgör en tydlig bild av framåtskridandet i kursen, något att återvända till för att undersöka tidigare svårigheter eller vid repetition inför kommande prov.

Det finns andra fördelar med att låta eleverna flytta sin egen produktion till en digital miljö. Det ger exempelvis möjlighet för läraren att kontinuerligt utvärdera undervisningen och elevernas utveckling utan att samla in räknehäften eller läxpapper. Om läraren är intresserad av att se hur väl eleverna möter ett visst kriterium kan denne tilldela klassen ett antal speciellt utformade uppgifter och sedan följa processen utan att eleven behöver lämna ifrån sig sitt arbetsmaterial. Den här möjligheten har länge varit verklighet för de ämnen som till större del förlitar sig på textproduktion, där delade dokument mellan elev och lärare de senaste åren slagit igenom som en möjlighet för kontinuerlig och konstruktiv feedback. Det underlättar också i de fall där läraren vill lyfta fram elevlösningar för diskussion eftersom de enkelt och anonymt kan kopieras in till lärarens yta.

Jag vet inte om det bara sker i mitt klassrum, men det händer understundom att någon elev av någon anledning inte har med sig penna eller papper till lektionen. I vissa fall kan det till och med förefalla som om eleven inte är ägare till ovan nämnda verktyg. Men i de fall jag har arbetat med elevgrupper som har haft tillgång till en dator med pennstöd har det varit oerhört sällsynt att denna inte kommer med till lektionen. Det verkar trots allt som om införandet av dessa datorer har satt ytterligare fokus på pennan som arbetsredskap i matematik och fysik.



Den digitala anteckningsboken är central i undervisningen.

Nya utmaningar

Så långt fördelarna. Men eftersom ingenting bara för gott med sig finns så klart också en del utmaningar att hantera. En av de större är förutsägbart nog att utökad användning av datorer oundvikligen medför större risk för distraktion. Jag vet att flera lärare i matematik tycker det är ganska skönt att slippa ta in datorerna i klassrummet. Det har jag full respekt för. Verktyg som inte bidrar till elevers lärande ska inte få ta fokus i klassrummet, men det är precis vad som riskerar att hända om det inte finns en väl genomtänkt strategi bakom användandet. Hur väl det fungerar att introducera en motorväg till webbens samlade utbud av förströelse och gamman när fokus ska ligga på andra ordningens linjära inhomogena differentialekvationer varierar naturligtvis med elevgrupp och sammanhang. Att eleverna tidigt har vant sig vid vad datorn förväntas användas till i klassrummet kan hjälpa. Likaså enträget arbete med att skapa förtroende lärare och elever emellan. Men vi vet också att det finns en grupp elever som helt enkelt inte har förmåga att hejda sina impulser att springa på varje boll som är en push-notis eller ett spelstopp på en match i Premier League. Dessa elever måste vi kanske hjälpa genom olika typer av restriktioner för applikationer och internetåtkomst. Jag är själv kluven, inte minst när det är fråga om gymnasieelever, men frågan är lite för angelägen för att ignoreras.

Digitaliseringen av nationella prov i matematik ligger fortfarande ett antal terminer fram i tiden och verkar dessutom komma att införas i mindre steg. Men för mig är det uppenbart att dessa prov kan digitaliseras fullt ut genom användning av digitalt pennstöd, vilket till exempel skulle underlätta hantering av elevlösningar som ska skickas till provkonstruktören eller rent av till en extern bedömningsinstans. Självklart skulle detta innebära långtgående krav på hårdvara på skolorna men för dem som redan har eller på sikt kommer att skaffa sig möjligheten skulle ett stöd för inmatning av lösningar på uppgifter med digital penna vara en mycket användbar funktion. I dagsläget finns till min kännedom ingen plattformsoberoende säker provmiljö som möjliggör detta i kombination med en hygglig graf- och symbolhanterare. Se där ett utvecklingsområde för ett annars långsamt mognande utbud av pedagogisk mjukvara för skolor. Handsken har härmed kastats.

LITTERATUR

- Skolverket (2017). *Få syn på digitaliseringen på gymnasial nivå*. Ett kommentarmaterial för gymnasieskolan, gymnasiesärskolan samt komvux och sär-
vux på gymnasial nivå.
- Skogstad, I. (2019). *Isak Skogstads obekväma sanningar om skolan*. Natur och Kultur.