

Rationella tal på tallinjen

BEGREPP – TALUPPFATTNING

Avsikt och matematikinnehåll

Förmåga att använda fakta om bråkuttryck på ett rationellt sätt bygger på förståelse för bråkuttrycks samband (mellan olika bråkuttryck och mellan bråkuttryck och andra representationsformer) och att dessa samband, åtminstone till stor del, har automatiserats. Detta öppnar för möjligheter att kunna generalisera aritmetiska operationer med hela tal till operationer med rationella tal. Några modeller som ofta används i undervisningen är bråkcirkel och tallinje. Inledningsvis används konkreta modeller i form av bland annat så kallade bråkburkar, efterhand övergår modellerna till att vara bildmässiga och slutligen modeller för tänkandet.

Tallinjen är en komplex och generell modell av tal som elever utvecklar förståelse för allt eftersom de försätts i situationer där de har nytta av att använda den. Först används tallinjen för att utveckla talraden genom att heltal placeras på tallinjen och senare blir tallinjen allt mer detaljerad för att åskådliggöra var alla tal kan placeras, såväl naturliga tal som rationella och reella tal. Efter hand används tallinjen för operationer, kanske främst additions- och subtraktionsberäkningar, och den tomma tallinjen blir slutligen en modell för tänkandet om både enskilda tal och allt mer avancerade operationer. Så småningom kommer tallinjer också att användas i exempelvis koordinatsystem och diagram. För eleverna kan det ta tid att utveckla full förståelse för tallinjen och det är viktigt att då och då ta reda på vilken uppfattning de har. Om en elev inte har tillräckligt väl utvecklad förståelse för tallinjen fungerar den kanske inte som en god representation av det aktuella matematikinnehållet utan leder istället till förvirring.

Det finns goda möjligheter att koppla samman bråkcirklar och tallinjer för att utmana elevers förståelse för bråk som del av helhet och bråk som tal, liksom förhållande mellan bråkuttryck och tal i decimalform. I följande aktivitet ska elever jämföra bråk som är representerade som areor i form av delar av en cirkelskiva, med punkter eller sträckor på tallinjen, och dessutom koppla dessa till motsvarande decimaltal. I första hand är aktiviteten tänkt att ge elever grundläggande erfarenhet av rationella tal på tallinjen. Uppföljande samtal är mycket viktiga så att eventuella missuppfattningar kan undanröjas innan de har hunnit bli befästa.

Förkunskaper

Aktiviteten bygger på att eleverna är förtrogna med bråk som del av helhet. Säkerställ att eleverna har förståelse för termerna tal i bråkform, nämnare, täljare, tal i decimalform, exakt värde och närmevärde, intervall.

Material

På ncm.gu.se/matematikpapper finns ark med bråkcirklar, att använda i introduktionen eller som alternativ aktivitet, från en hel till och med tolfedelar. Bråkcirklar i plast finns att köpa, ofta förpackade i bråkburkar. I de vanligast förekommande varianterna från en hel till tolfedelar saknas sjundedelar, niondelar och elftedelar.

För elevaktiviteten behövs ark med bråkcirklar och tallinjer som finns på elevsidorna och två tiosidiga tärningar till varje par. Bråkcirkelarna på elevsidorna kommer i ordning från en halv till och med tiondelar. Sist finns ett ark med tomma cirklar och tallinjer som eleverna själva får gradera. Ett alternativ för att spara papper är att laminera sidorna och låta eleverna använda vattenlöslig tuschpenna. Då räcker det ofta att bara markera bråkdelen som ska användas med ett kryss.



Beskrivning

Eleverna ska använda en tallinje för att jämföra tal i bråkform med motsvarande bråk representerade som delar i en bråkcirkel och som tal i decimalform. Bråkuttrycken slår eleverna själva fram med två tiosidiga tärningar.

Introduktion

Inled med att repetera bråkdelen i en cirkel. Visa också ett par olika tallinjer på tavlan och identifiera tillsammans var talen 0 och 1 finns på dem. För att kunna placera ett bråk på tallinjen behöver enhetssträckan mellan 0 och 1 identifieras eftersom det är den som är helheten. Visa också hur tal i bråkform skrivs och diskutera vad som händer om täljaren är 0. Låt även eleverna fundera på vad det skulle kunna betyda om nämnaren var 0 och diskutera varför detta inte är tillåtet. Kom överens om att när tärningen visar 0 så används det som 10 i den här aktiviteten.

Uppföljning

Med växande förståelse för modeller följer att elever i allt högre grad kan generalisera. En väg för att uppmuntra elever att generalisera är att göra till en vana att de ska titta efter samband i såväl konkreta representationer och illustrationer som i numerisk information och samband mellan olika operationer. Diskutera i uppföljningen vilka tankar eleverna tar med sig från aktiviteten om samband mellan tal i bråkform och tal i decimalform. Många elever kommer troligen också att göra jämförelser med procentuttryck. Bejaka sådana tankar och placera in procentuttrycken på tallinjerna.

Frågor att fundera på:

- Hur kan man se om ett tal i bråkform är nära 0?
- Hur kan man se om talet är nära 1?
- Vilka tal är lika? Hur kan man se det?
- Vilka tal motsvarar $1/2$? Hur kan man enkelt se om ett bråk är lika med $1/2$?
- Kan ni hitta ett enkelt sätt att avgöra om ett bråk är större eller mindre än $1/2$?

Utveckling

Sista sidan i kopieringsunderlaget kan användas för dem som vill ha större utmaning. Där får eleverna själva rita in cirkeldelarna och själva gradera tallinjen. Det finns flera cirklar och tallinjer som går längre än till 1 så att underlaget kan användas till oegentliga bråk där täljaren är större än nämnaren.

Variation

Andra strävor som innehåller bråk:

2A *Bråkcirkel och tallinje* (Lämplig som extra anpassning till 2A *Rationella tal på tallinjen* för elever som behöver arbeta med en mer grundläggande aktivitet.)

2A *Bråkplank och tallinje*

3A5A *Cirkelresonemang*

4A *Jämförelse av bråk*

4A5A *Från noll till ett*

2A *Från talrad till tallinje*

Att läsa

Clarke, D., Roche, A. & Mitchell, A. (2010). *Tio sätt att göra bråk levande*. Nämnaren 2010:2.

Holmberg, B. & Kilhamn, C. (2016). *Addition med bråk på tallinjen*. Nämnaren 2016:4.

Kilhamn, C. (2014). *Tallinjen som didaktiskt redskap*. Nämnaren 2014:2.

Lindgren, C., Welin, I. & Sönnnerhed, W. (2012). *Förståelse för tal i bråkform*. Nämnaren 2012:3.

Rationella tal på tallinjen

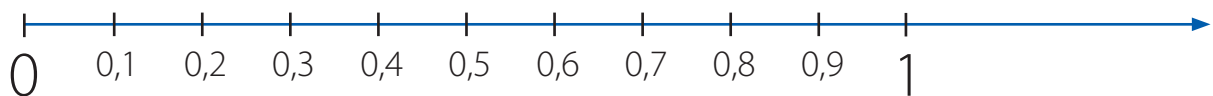
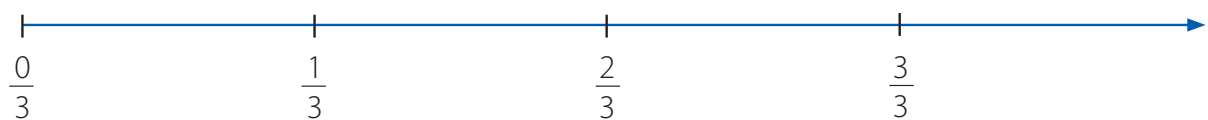
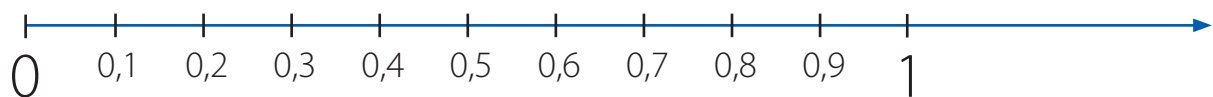
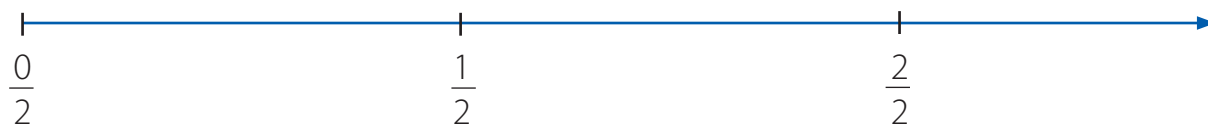
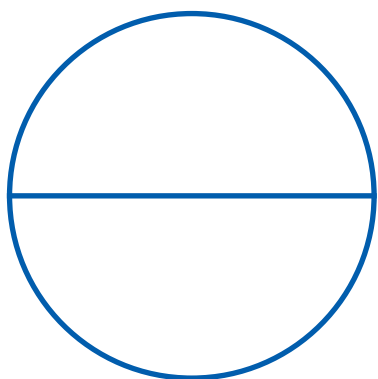
Ni vet säkert att $1/2$ kan skrivas som $0,5$ och $3/4$ som $0,75$. Men vilket decimaltal motsvarar $1/5$, $5/6$, $3/8$ respektive $7/12$? Genom att jämföra ett bråkuttryck i en bråkcirkel med en tallinje går det att se vilket decimaltal ett tal i bråkform motsvarar.

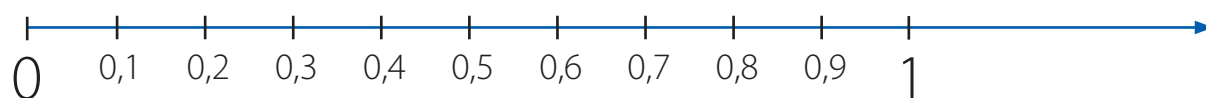
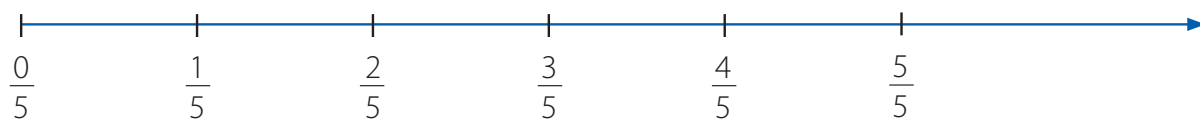
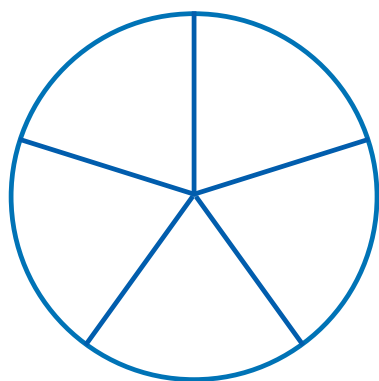
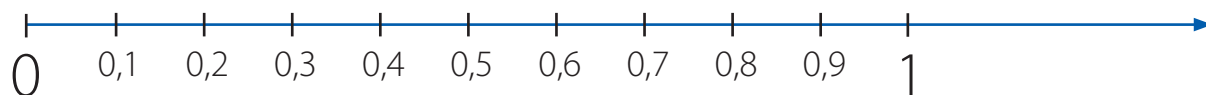
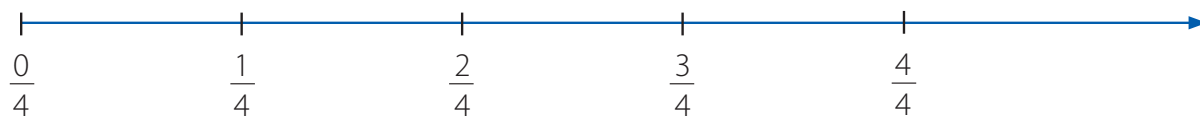
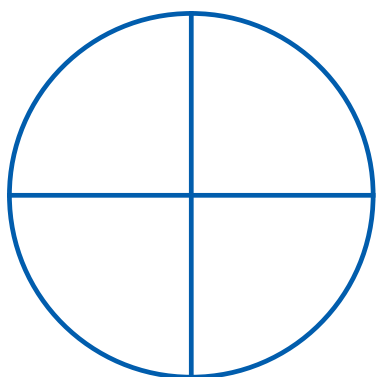
Material

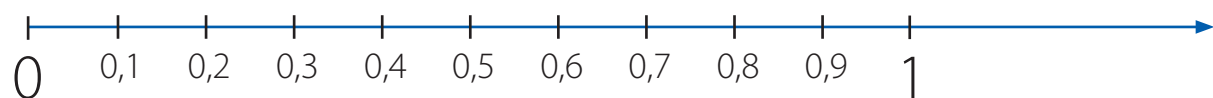
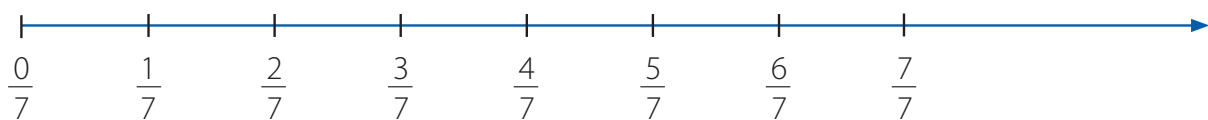
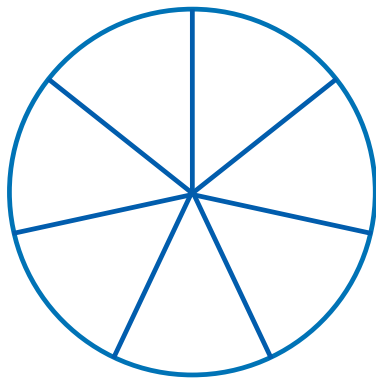
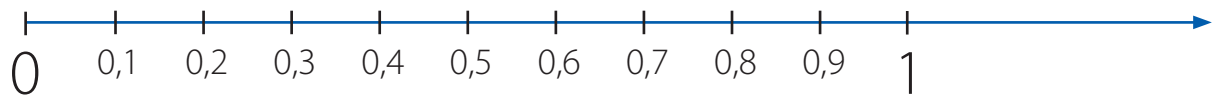
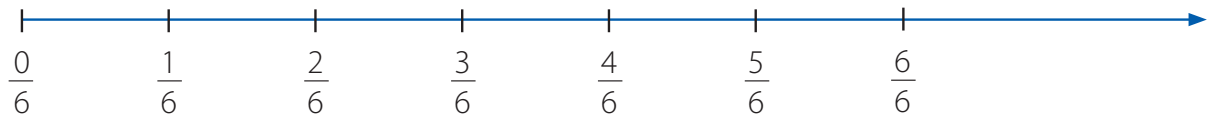
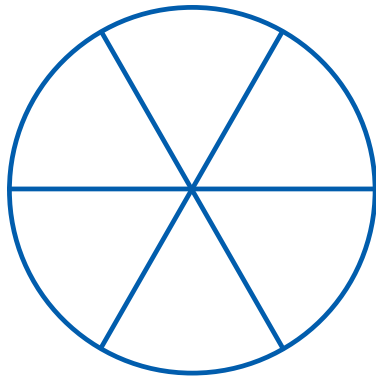
Ark med bråkcirklar och tallinjer, (färg)pennor och två tiosidiga tärningar.

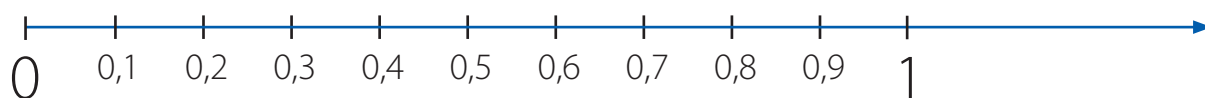
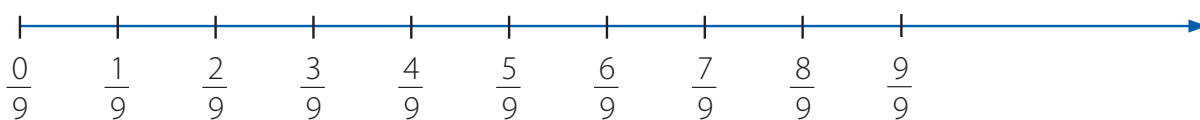
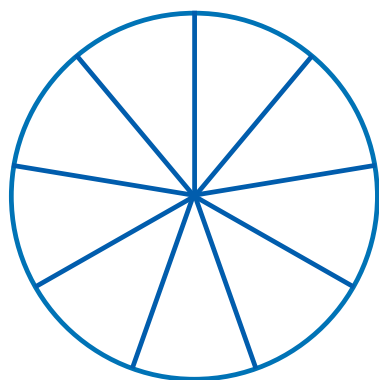
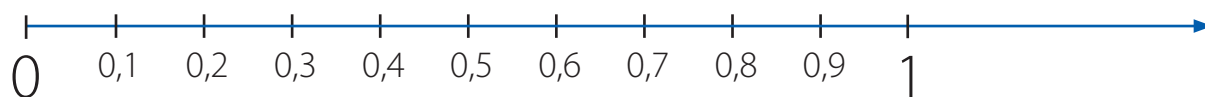
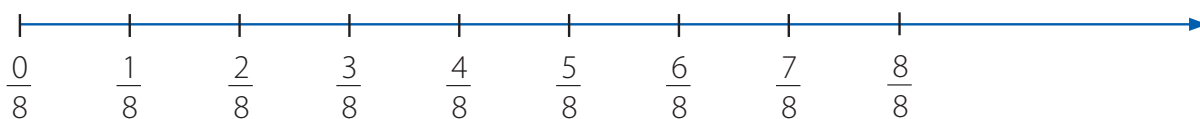
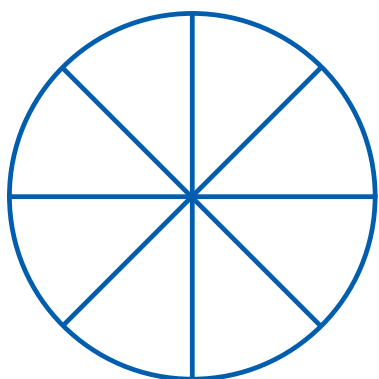
Gör så här

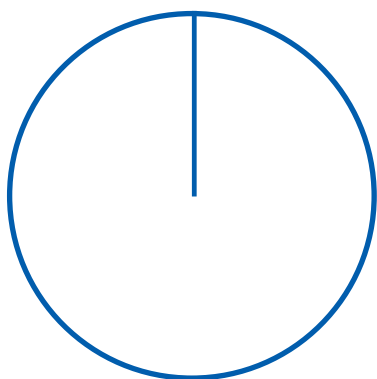
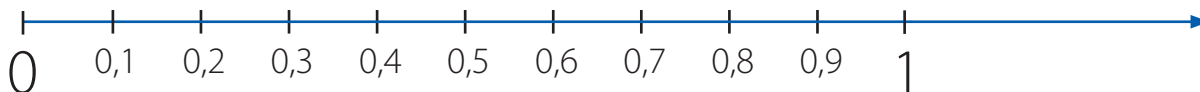
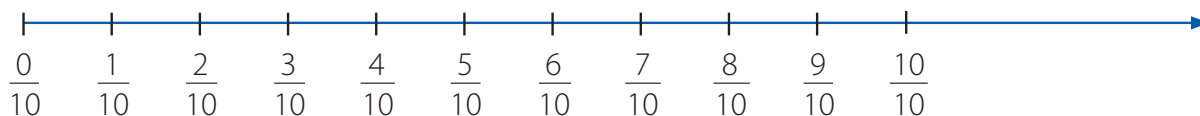
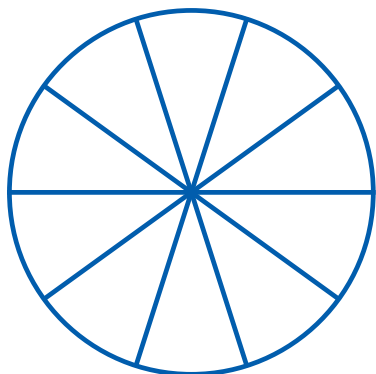
1. Slå de båda tärningarna och skapa ett tal i bråkform av de två talen. Enklast är att börja med egentliga bråk, det vill säga bråkuttryck där täljaren är mindre än nämnaren. (0 på tärningen används som 10).
2. Ta fram den bråkcirkel som är delad i så många delar som *nämnaren* visar.
3. Skugga så många sammanhängande delar som *täljaren* visar. (Om ni gör ett oegentligt bråk där täljaren är större än nämnaren får ni rita in fler cirklar och kanske förlänga tallinjen.)
4. Markera var på tallinjen bråket finns. Diskutera varför det finns just där. Jämför med den undre tallinjen och avläs och skriv decimaltalet, om möjligt med ett exakt värde ($1/4 = 0,25$), annars med ett närmevärde ($5/7 \approx 0,71$).
5. Skugga hela intervallet från 0 fram till punkten som representerar talet. Nu har ni två representationer av talet på samma tallinje: dels en punkt på tallinjen, dels ett intervall. Jämför med den skuggade delen av cirkeln.
6. Upprepa från början tills ni känner er säkra på sambandet mellan tal i bråkform, tal i decimalform och delar av en cirkel.
7. Sammanfatta ert arbete i en kort text med hela meningar. Ta hjälp av följande stödfrågor:
 - Vilka tal i bråkform uttryckta som decimaltal känner ni er säkra på?
Vilka tal i bråkform tycker ni är svåra att skriva om som decimaltal? Varför?
 - Känner ni er säkra på hur ni placerar in tal i bråkform på en tallinje?
Om ni svarar nej, vad skulle ni behöva få hjälp med att förstå?
Om ni svarar ja, skulle ni kunna placera in precis vilket tal i bråkform som helst på en tallinje? Ge några exempel!
 - Vilken betydelse har det hur tallinjen ser ut? Kan den vara hur lång eller kort som helst?
Måste den vara graderad på något särskilt sätt?





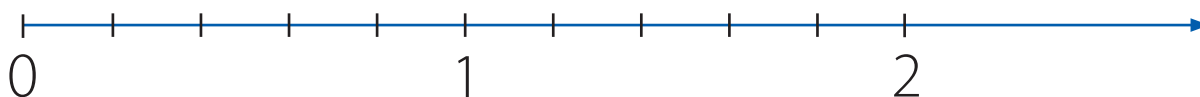






Här ritar ni själva.

Rita in rätt bråkdelar i cirkeln och titta noga på hur tallinjen är graderad.



Här får ni själva rita cirkeldelarna och välja den tallinje som är bäst för att visa ert tal.

Sätt ut de graderingar ni behöver på tallinjen.

Skriv talet i bråkform över tallinjen och talet i decimalform under tallinjen.

