

# Lärartankar

## Primtal och Dianas återupprättade heder

I läroplanen för grundskolan från 1994 (Lpo 94) plockades alternativa kurser i matematik och engelska bort. Av hävd fortsatte man, åtminstone på den skola där jag arbetade, att dela upp elever i nivågrupper när det gäller matematikämnet. Då skolan hade stora årskurser brukade man skapa fyra nivåer. Sålunda blev elever, efter att ha diagnosticerats med det valda läroboksförlagets test, indelade i fyra grupper som vi kan kalla A, B, C och D i fallande kunskapsordning. När det gäller gruppernas storlek så gällde samma princip. Storleksordningen var alltså fallande i likhet med kunskapsordningen.

Det aktuella året fick jag uppdraget att ta hand om grupp D i årskurs 7 som innehöll blygsamma tio själar medan grupp A kunde stoltsera med över trettio elever. Grupp A fick epitet som *självgående* och *snabb*, vilket väl motiverar gruppens storlek medan grupp D ansågs behöva mycket hjälp och krävde stor lärarresurs per elev.

### Primtalslektionen

Jag insåg snabbt att det var meningslöst att följa lärobokens innehåll och försökte istället skapa situationer som skulle motivera lärande. Ett led i detta var mina besök med gruppen i en förskola som är beskrivet i artikeln *Ett förskoleprojekt*. När vi var tillbaka i klassrummet efter ett sådant besök fick jag idén att introducera primtal för gruppen. Jag frågade eleverna hur de skulle gruppera tolv förskolebarn om de hade arbetat på en förskola och skulle gå på en utflykt. Det kom ganska snabbt svar att barnen kunde gå parvis.

– Nåväl, hur skulle ni göra om det var femton barn i gruppen?

En av eleverna svarade att hon kunde hålla ett barn i handen.

– Men om samtliga barn vill gå med sina kamrater och vägrar hålla någon personal i handen?

Efter ett tag kom svaret att barnen kunde gå i formationer om tre.

– Hur skulle ni gruppera om det var tretton barn?

Det kom inga svar. Då utrustade jag eleverna med kapsyler. De försökte gruppera tretton kapsyler i lika stora grupper utan att lyckas. Jag fick höra: *Det går inte*. Jag berättade att antalet tretton inte var unikt när det gäller att inte kunna delas i lika stora grupper och att sådana tal som 13 kallas primtal. Därefter skulle eleverna leta efter primtal med hjälp av kapsylerna. Vissa hann förbi tjugo men inte trettio medan andra nådde nästföljande dekad. Av arbetsdisciplinen att döma var intresset stort.

När lektionstiden var slut fick jag avbryta aktiviteten och jag begav mig till personalrummet. Där var det ganska tomt eftersom vi tillämpade flytande schema, men vid ett av borden satt två matematiklärare. I min naiva iver ville jag dela erfarenheterna från lektionen med mina kollegor. När de fick höra att lektionens innehåll varit primtal, uttryckte en av dem att det är galenskap att komma på en sådan idé med den grupp som jag hade. Det var förstås inte läge för mig att beskriva lektionens förlopp.

## Urartad kemilektion

Ungefär sex veckor senare hade jag en kemilektion med en grupp elever. Efter ett tag räckte Can upp handen och upplyste mig om att kemilektionens innehåll inte kunde förstås av Diana. Jag antar att det var ett försök att på ett diplomatiskt sätt uppmärksamma mig på att Can själv hade vissa svårigheter med de kemiska sambandens klarhet. Det är ju ändå inte acceptabelt att skylla sina problem på en annan elev. Jag frågade honom vad anledningen för hans påstående var och han svarade: *Hon går i den dåligaste mattegruppen*. Det hör till saken att kemilektioner inte var nivågrupperade och att Diana, som du läsare nog gissar, tillhörde grupp D på matematiklektionerna. Can ingick i grupp C.

Här såg jag min chans. Jag var nästan säker på att läraren i hans grupp inte hade behandlat primtal; ett sådant område var ju förbehållet så kallade självgående och snabba elever som hunnit längre än deras lärare hade planerat och kunde syssla med ett sådant "meningslöst" tidsfördriv. Jag ställde följande fråga till honom: *Vad skulle du säga om Diana kunde svara på en matematisk fråga, som inte du själv klarar?* Svaret kom omedelbart: *Omöjligt*.

Den matematiska frågan handlade om vad primtal var. Han upplyste mig om att läraren i deras grupp inte hade gått igenom detta. Nu blev jag lite våghalsig och ville visa min generositet och gav de övriga eleverna, där representanterna för de övriga två matematikgrupperna fanns, möjlighet att svara på min fråga. Då ingen nappade på erbjudandet skulle Diana besvara den. Min puls steg något. Jag var inte säker på att hon skulle klara det efter de sex förflutna veckorna. Jag tror att du som läsare väntar med samma spänning, som de på kemilektionen närvarande eleverna. Hennes svar lät så här: *Om man försöker gruppera det (antalet) i grupper om två och det inte går, sen försöker man gruppera i grupper om tre och det inte går och sen försöker man gruppera i grupper om fem och det inte går så är det ett primtal*. Jag godkände svaret och miss-tänker att Diana kände samma stolthet som jag.

## Matematikböckernas sanningsinnehåll

Här kunde historien ha slutat. Jag återgick till min påbörjade kemilektion men efter en stund blev jag på nytt avbruten. Denna gång var det Bertil från grupp B. Han kom med ett mycket riktigt påpekande: *Det måste väl finnas saker som vi kan men som elever i din mattegrupp inte kan?* Jag visste att han hade rätt men undrade ändå vad det var som han kunde som samtidigt inte behärskades av min grupps elever.

- Kan de räkna ränta på pengar som har legat på banken mindre än ett helt år?
- Nej, det kan de inte, men kan du det själv? var mitt svar.

- Ja, det kan jag, svarade Bertil.
- Berätta för oss hur man bär sig åt.
- Då måste jag ha miniräknare.

Jag lugnade honom och sa att vi kunde använda runda tal och att han nog kunde klara det utan miniräknare. Jag gav som exempel insättning på 2 000 kr med räntesatsen 10 % per år och spartiden ett halvt år. Han svarade stolt att räntan skulle bli 100 kr. Då bjöd jag honom på ett tankeexperiment. Han skulle spara 2 000 kr med räntesatsen 10 % per år i ett år medan jag sparade samma belopp med samma räntesats i ett halvt år.

- Jag skulle tjäna 200 kr och du endast 100 kr, utbrast Bertil.
- Det är inte så konstigt om jag behåller pengarna en kortare period på banken. Men hur mycket skulle jag lyfta om jag hade tömt mitt konto?
- 2100 kr, så klart.
- Men jag skulle väl kunna lägga tillbaka pengarna på kontot och behålla dem ytterligare ett halvt år?

Efter ett tag kom han fram till att räntan det andra halvåret var på 105 kr och jag skulle ha 5 kr mer än han.

- Jo, det är mer, men inte så mycket.
- Men om vi hade satt in 2 000 000 kr?
- Ja. Då är det en annan sak. Du skulle vinna 5 000 kr på det.
- Tror du verkligen att banker bjuder på sådant?
- Nja, men varför står det så i boken?
- Allt som står i böcker är inte sant.
- Men min lärare då? Hon säger ju samma sak.

Situationen började upplevas smått prekär samtidigt som triumfkänslan sköljde över mig. På tavlan stod anteckningar gjorda av mig över det som Bertil hade räknat fram och dörren till kemisalen stod öppen. Den nyutbildade läraren för grupp B passerade utanför och blev hejdad av sina elever.

- Se Lina, det du lär oss stämmer inte.

Lina ryckte på axlarna och gick ut med ett leende på läpparna. Strax efteråt gick även Magnus, läraren för grupp C, förbi. Hans svar blev att ”det är nog rätt, men då skulle ni inte kunna räkna ränta på delar av året”. Efter Magnus visit stängde jag dörren för att inte riskera att konfronteras med grupp A:s lärare.

## Hjälpbehövande Diana

Jag tror att du som läsare får många tankar efter de beskrivna händelserna. Jag vill ändå bena upp vissa saker som du kanske förbiser och som kan användas i din undervisning. Om vi återgår till Diana så kan vi säga att hon själv skapade sin definition för primtal. Detta kan väl räknas som att hon i ett visst avseende var självgående. Definitionen är inte heltäckande men den fungerar bra i det talområdet som hon befann sig i. Efter det laborativa förfarandet nämnde hon på sitt sätt att tal som varken är delbara med 2, 3 eller 5 är primtal. Hon nämnde inte 4. Under arbetets gång måste hon ha insett att om ett tal ska vara delbart med 4 så måste det även vara delbart med 2, vilket är ekvivalent med att om ett tal inte är delbart med 2 så kan det inte vara delbart med 4. Av samma anledning kan hon ha hoppat över talet 6. Däremot nämner hon inte 7. Vad är skälet till

det? Behovet för att testa delbarhet med 7 fanns inte. Eleverna hann helt enkelt inte undersöka tillräckligt många tal. Fundera själv på vilket antal Diana hade behövt hantera för att komma fram till behovet att gruppera kapsyler om sju.

Dianas sätt påminner onekligen om Eratosthenes såll. Han arbetade med tal medan Diana arbetade med antal. Därför är Eratosthenes metod mer effektiv. Å andra sidan är tal abstraktioner av antal och för att röra sig fritt bland talen behöver nog en del elever erfarenheter av antal. Eratosthenes visste att det går att hoppa över vartannat tal från 2 räknat, medan Diana började få den insikten under arbetets gång.

När jag var yrkesverksam kunde jag många gånger höra oro bland matematiklärare när det gäller elevernas bristande kunskap i multiplikationstabellen. Att lära sig multiplikationstabellen är väldigt trist och leder sällan till skicklighet i att faktorisera tal. Att utföra övningar med att dela upp olika antal i lika stora grupper ger viktiga insikter och konkretiserar förfarandet. Att Diana kom ihåg processen och meningen med den efter sex veckor säger en hel del. Det är inte så ovanligt att när man arbetar med förmedlingspedagogik med så kallade genomgångar så förvånas man över elevernas korta minne. Man kan höra frågor av typen "Hur gjorde man det?" en måndag fast man gick igenom typexempel föregående fredag.

Jag har alltid undrat vad det betyder att vara hjälpbehövande i matematik. Matematik bygger på logiskt tänkande. Men hur kan man hjälpa någon annan att tänka logiskt? Logiskt tänkande utvecklas under ungdomsåren och vissa människor når högre nivåer än andra. Så är det ju med andra områden som idrottsförmåga, gehör, formkänsla med mera. Vissa människor blir duktiga idrottare, musiker eller konstnärer men alla kan sparka boll, slå en takt någorlunda rätt eller avbilda en enkel form. Så var det med Diana. Hon kunde kanske inte nå högre nivåer i mitt ämne men det betyder inte att hon helt saknade förmågan att tänka logiskt, vilket hon gav ett bevis på genom att inse det vara onödigt att pröva delbarhet med 4. Jag anser inte att jag hjälpte henne på något vis. Hon var helt självständig i sin slutsats. Det enda jag gjorde var att styra in henne i en för henne välbekant situation.

## Nästan självgående Bertil

Om grupp A var självgående måste grupp B betraktas som gående med en viss vägledning. Man kan tolka det så att läraren inspirerade eleverna till att komma fram till beräkningsformeln. Men i sådant fall skulle Bertil försöka motivera varför han räknade som han gjorde. I och med att han skyllde både på boken och på läraren, utgår jag ifrån att det var läraren själv som lärde sina elever att räkna ränta som om den hade varit proportionell mot tiden. Räntetillväxt är exponentiell och i folkmun säger man att man räknar med ränta på ränta. Det går inte att ta hänsyn till den exponentiella tillväxten på den nivå som grundskoleelever befinner sig om tiden inte är uttryckt i hela år. Det är nog för mycket begärt av elever att genomskåda inkonsekvenser som läroboken blundar för men man borde kunna kräva det av läraren.

”Självgående” är en annan av mig missförstådd term. Är det meningen att dessa elever ska arbeta utan lärarens medverkan? Jag har varit vittne till att elever som arbetar snabbt i en lärobok släpps fria och sköter det på egen hand. Men är det så bra? De elever som har den förmågan delas i två grupper – högpresterande och särbegåvade. Detta beskrivs i flera artiklar i Nämnarens serie Mattetalanger.

De högpresterande eleverna kännetecknas av gott minne och stark vilja att få bekräftelse i bland annat form av höga betyg. För de särbegåvade eleverna är det ämne som de har begåvning i, i högsta grad levande och formbart där de själva kan lämna avtryck. Högpresterande elever lär sig smidigt och okritiskt att hantera uppgifter med rätta på delar av året medan särbegåvade kan inse inkonsekvenser i formler serverade av läroboken. De särbegåvade eleverna ses ibland som obekväma av lärare som själva tillhör den högpresterande gruppen. Jag tror inte att det är bra för några elever att i tysthet ”plöja” igenom bokens innehåll och medelst instruktioner skaffa sig matematisk kunskap. Lärandet måste ske genom att läraren leder diskussioner innehållande resonemang där andra elever deltar. Den högpresterande eleven lär sig att bli kritisk medan den särbegåvade blir bekräftad istället för att vara till besvär.

*Pesach Laksman*

#### LITTERATUR

- Laksman, P. (2009). *Ett forskoleprojekt*. Nämnaren 2009:1.  
Matsson, L. & Pettersson, E. (2016). *Mattetalanger – Uppmärksamma särskilt begåvade elever och utmana dig själv*. Nämnaren 2016:1.  
Pettersson, E. (2012). *Elever med särskilda förmågor*. Nämnaren 2012:3.

#### Elever är olika

Du har kanske redan läst artikeln om Gudrun Malmer tidigare i detta nummer. Hon skrev på 1990-talet boken *Bra matematik för alla – Nödvändig för elever i inlärnings-svårigheter*. Erfarna matematiklärare håller säker med om att det som är bra matematikundervisning för en viss kategori elever också är bra för många andra elever. Det kan ändå finnas tillfällen då en särskild grupp elever behöver något som är speciellt för just dem. Det försöker vi på NCM ta hänsyn till då vi tar fram nya publikationer.

*Blå strävor – matematik i många små steg* och *Mattetalanger* är två häften som vänder sig till lärare med elevgrupper som antingen behöver extra grundläggande stöd eller särskilda utmaningar. Häftet *Blå strävor* är lärartexter knutna till aktiviteter som finns på [ncm.gu.se/stravorna](http://ncm.gu.se/stravorna). Materialet är alltså betydligt mer omfattande än det som finns i häftet. *Mattetalanger* är en artikelserie i Nämnaren. De tio första artiklarna finns samlade och delvis kompletterade i häftet. Serien är pågående, men framöver något glesare publicering än en artikel i varje nummer. Läs mer på [ncm.gu.se](http://ncm.gu.se).

