

Vår matematiska resa

Under lärarutbildningen är det ibland möjligt att göra praktik utomlands. Här beskriver tre lärarstudenter en praktik i New York City som förändrade deras syn på matematikundervisning. De skildrar sina upplevelser från årskurs 2 i två skolor som arbetar med inspiration från Mathematics in the City.

Vi är tre lärarstudenter vid Göteborgs universitet som vårterminen 2019 åkte på utlands-VFU till New York City med syfte att besöka två privatskolor och ta del av deras matematikundervisning. Den undervisning vi fick se baseras på lärarhandledningar i en serie som kallas *Contexts for learning*. Detta material är ett resultat från ett samarbete mellan Freudenthalinstitutet och Mathematics in the City. Kortfattat innebär det ett arbetssätt där elevers lärande i matematik betraktas som en resa genom olika matematiska landskap bestående av modeller, strategier och "big ideas". I undervisningen står kontext och kommunikation i fokus. Varje nytt område som introduceras, presenteras genom en för eleven känd kontext och eleven uppmuntras och utmanas ständigt att presentera sina matematiska resonemang. Ett exempel på detta är att eleverna får lära sig att *prata om olika strategier* som kan användas för att lösa en viss typ av uppgift, istället för att bara lära sig en algoritm som löser uppgiften. Det är, enligt konceptet, en viktig faktor för att eleven ska se sig själv och sina klasskamrater som "unga matematiker".

Våra förväntningar på resan och utlandspraktiken var höga. Vi hade framförallt förväntningar på oss själva och vår utveckling, men även på att få se matematikundervisning i en ny kultur. Syftet med resan var att stärka vårt personliga, pedagogiska självförtroende kring matematik.

Här har vi försökt samla de viktigaste tankarna och den inspiration vi fick med oss, och som vi konkretiserar med hjälp av exempel som vi såg på plats. Vi vill också diskutera hur vi som framtida lärare ska ta med oss detta och hur det kan hjälpa oss att forma vår egen undervisning på bästa sätt.

Utforskande arbetssätt

Det första vi reagerade på när vi besökte klassrummen var nyfikenheten och självförtroendet hos majoriteten av eleverna. Det fanns både en vilja och en glädje bland eleverna att dela med sig av sina strategier och tankesätt. Det märktes att atmosfären och arbetssättet i matematiken var tillåtande, där rätt och fel inte var i fokus, utan snarare möjligheten att få utforska sin egen väg fram till lösningar och svar.

Ett tydligt exempel på hur eleverna arbetade utforskande var i en årskurs 2 som vi fick följa under två veckors tid. Klassen arbetade i flera veckor kring temat T-shirtfabriken där syftet var att utveckla en matematisk förståelse för positionssystemet och olika strategier för att beräkna addition och subtraktion.

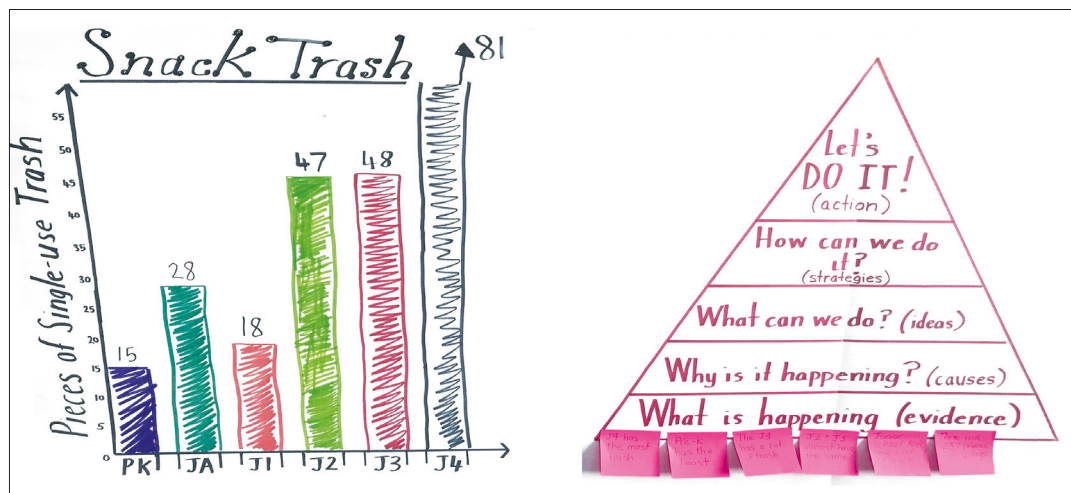
Under veckorna introducerades sedan uppdrag till elevernas fabriker där de skulle köpa och sälja sina T-shirts. Ett exempel på ett sådant uppdrag var att eleverna kunde få en beställning till sin fabrik, vilket innebar att de skulle sälja ett antal T-shirts från sitt lager. Här är ett exempel på ett uppdrag som ledde till att eleverna fick hitta en strategi för subtraktion.

Samtliga problem redovisades både skriftligt och muntligt. Lösningarna diskuterades i helklass och de skriftliga redovisningarna sparades i egenhändigt tillverkade portfolios. Det blev tydligt att eleverna arbetade med matematiken på ett utforskande arbetssätt, där hela tankeprocessen fanns med – från början till slut.

Ett exempel där eleverna fått in fler T-shirts till sitt lager. De behöver därför addera de nya till dem som redan fanns och använder den öppna tallinjen för att göra beräkningen.

Sopsortering

Ett annat exempel på utforskande arbetssätt i årskurs 2 handlade om sopsortering. Eleverna fick som uppgift att ta reda på hur många engångsförpackningar som slängdes i sex olika klasser på skolan. En låda ställdes i varje klassrum för detta ändamål. Efter en vecka samlade eleverna in lådorna och räknade hur mycket som hade slängts i respektive klass. Statistiken sammanställdes därefter i olika diagram. Eleverna var mycket entusiastiska över uppgiften och blev häpnadslagna när de med hjälp av diagrammen tydligt kunde se skillnaderna mellan klasserna.



Resultatet från sopsorteringen med hjälp av ett stapeldiagram som eleverna och läraren gjorde tillsammans.

Till höger om diagrammet syns den arbetsprocess eleverna följer när de arbetar med detta arbetssätt i de naturorienterande ämnena. De olika stegen i processen är, med start i pyramidens bas: Vad är det som händer? (datainsamling). Varför händer det? (orsaker). Vad kan vi göra? (idéer). Hur kan vi göra det? (strategier). Sätt igång! (agera)

Många representationer

I båda exemplen på utforskande arbetssätt, T-shirtfabriken och sopsortering, synliggörs matematiken tydligt för eleverna genom visuella representationer, såsom öppna tallinjer och diagram, som ritas på stora planscher. En gemensam nämnare för dessa exempel är att de börjar i en inspirerande kontext som möjliggör att olika strategier kan ta form.

Utöver vad som redan nämnts upplevde vi att eleverna hade en viss kontroll över vilket innehåll som skulle belysas i diskussionerna. Vi såg också tydliga inslag av multimodala uttrycksformer som en hjälp för eleverna att på olika sätt utveckla sin matematiska förmåga, exempelvis genom olika former av skapande och i diskussioner.

Normer i det matematiska klassrummet

I samtliga klassrum märkte vi att det fanns fasta normer för hur matematiksamtal skulle gå till. Det var ett tillåtande klimat som bjöd in till samtal och diskussion. Varje lektion inleddes och avslutades med att alla elever satte sig på en matta runt sin lärare. Där inleddes en öppet samtal om matematik då eleverna alltid först fick samtala parvis om ett uppdrag. Parsamtalen möjliggjorde att varje elev blev hörd och att var och en alltid fick lyssna på en annan elevs tankar. Uppdragen följde en röd tråd som var kopplad till vad eleverna lärt sig under föregående undervisningstillfälle. Under dessa pardiskussioner gick läraren runt och lyssnade på elevernas samtal och valde ut några resonemang som sedan lyftes i helklass.

Något som vi reagerade på var att lärarna inte stod och instruerade och "hade genomgångar". Lärarens roll var snarare att lyfta, utmana och styra samtalen. Denna form av kommunikation är starkt knuten till vilka samtalsnormer som råder under matematiklektionerna. Ett exempel på en norm är att det krävdes en förklaring från eleverna när de redogjorde för sina lösningar. Eleverna fick berätta muntligt vilken strategi som användes och representera den skriftligt. Därefter vidtog en helklassdiskussion där elevernas olika lösningar lyftes fram.

Denna form av kommunikation förekom under varje matematiklektion och var en del av vardagen i dessa klassrum. Om ett svar visade sig vara fel diskuterades det öppet i klassrummet. En rådande norm var att alla har rätten att bli hörda och att man kan ändra sin åsikt. Det syntes tydligt att eleverna var öppna för denna typ av diskussion och att det är genom diskussionerna de lär sig av andra och tillsammans med varandra. Samtliga svar togs emot av läraren. Felaktiga svar synliggjordes genom att de lyftes fram och jämfördes med korrekta svar, så att eleven genom diskussionerna själv kunde komma fram till vad som gick fel vid uträkningen. Alla svar ansågs skapa utvecklingsmöjligheter.



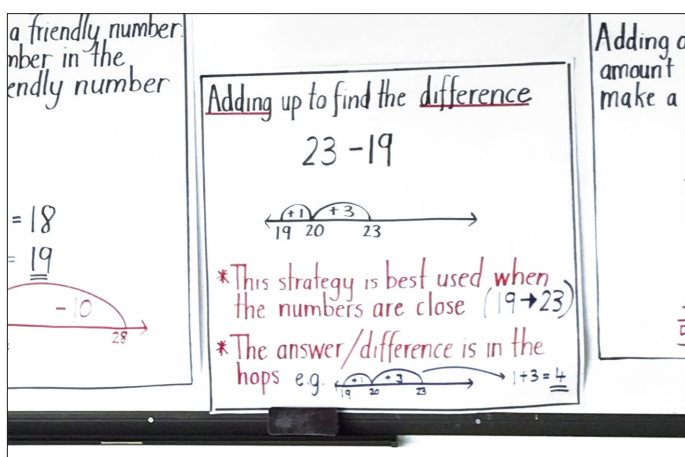
Ett exempel på hur ett klassrum såg ut. Det fanns en bestämd plats på en matta i varje klassrum där diskussionerna skulle ske. I detta klassrum ligger mattan framför tv-skärmen.

En reflektion vi gjorde till dessa samtalsnormer är att läraren behöver vara en strukturerad samtalsledare. Det innebär att läraren har ett tydligt mål med diskussionerna och att dessa följer lektionens syfte. Läraren behöver även ha en förståelse kring vilka tänkbara svar eleverna kan ha och därefter styra eller utmana elevgruppen. Med det sagt ligger ett stort ansvar hos läraren att vara väl förberedd, vilket lärarna vi besökte verkligen var.

Modellering

Modellering med hjälp av visuella representationer är centralt i detta arbets-sätt. Ett exempel är den öppna tallinjen som används av lärare och elever för att beräkna addition, subtraktion och multiplikation. Läraren använde blädderblock för att kunna spara representationen och sätta upp på klassrummets väggar. Det vi upplevde positivt med modelleringen var att elevernas strategier kunde visualiseras på ett tydligt och konkret sätt för eleven själv och andra elever i klassen. Planscherna gav eleverna stöd genom att påminna om att det ofta finns flera sätt att tänka på när man använder matematik. När en strategi blir synlig är det också möjligt för läraren att diskutera den med eleverna och att konkret kunna jämföra olika strategier.

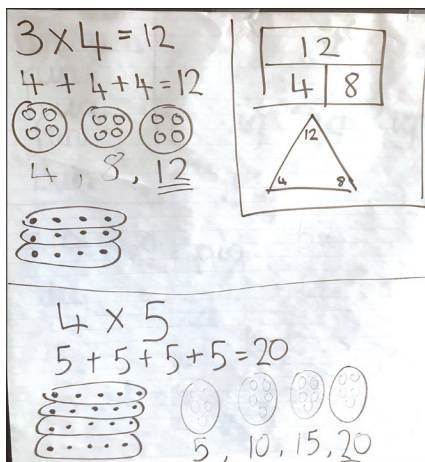
Modelleringen skedde alltid i en nära relation mellan elev och lärare. Läraren satt ofta med eleverna framför sig på mattan och skrev på blädderblock eller en liten whiteboardtavla. Detta skapade möjlighet till dialog mellan lärare och elev istället för att läraren tar upp allt talutrymme. Modellernas syfte är inte att styra elevernas tankeprocesser utan snarare att fungera som ett verktyg och stöd när de resonerar och reflekterar om matematik.



Ett tydligt exempel på den öppna tallinjen som hänger på klassrummets vägg för att hjälpa eleverna visualisera matematiken. Denna plansch visar hur subtraktionen $23-19$ kan lösas med hjälp av addition.

Att kommunicera strategier

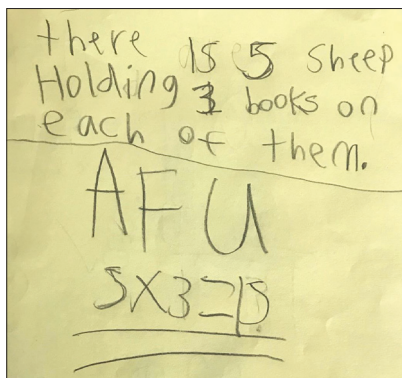
Strategier är olika effektiva i förhållande till vilket problem man ställs inför. Därför behöver elever få möjlighet att utveckla olika strategier. Vi såg ett exempel på detta när eleverna skulle räkna ut $3 \cdot 4$ gemensamt i klassen. Läraren skrev $3 \cdot 4$ på ett stort blädderblock och frågade eleverna hur de tänker när de räknar ut multiplikationen. Eleverna fick därefter berätta om sina strategier och läraren visualiserade elevernas lösningar på blädderblocket: upprepad addition, gruppering och skutträkning. Arbetssättet bidrar till att eleverna kommunicerar inom matematiken snarare än att endast lära sig procedurer.



De olika strategier för uträkningen $3 \cdot 4$ som eleverna har lyft är här åskådliggjorda. De strategier som syns är upprepad addition, skutträkning och två olika varianter på grupperingar. Eleverna benämnde dessa grupperingar "pizza & pepperonis" och "hotdogs".

Längst upp till höger finns en lösning från en elev där addition användes istället för multiplikation. Läraren uppmärksammade elevens svar trots att lösningen inte tillhörde lektionens syfte.

På bilderna nedan har en elev arbetat vidare med tidigare strategier kring multiplikation. Exemplet visar en räknasaga kring beräkningen $5 \cdot 3$ som eleven själv utformat. Eleven har målat fem stycken får som håller tre böcker var, och har använt sig av alla strategier som klassen hade diskuterat tidigare.



Avslutande tankar och reflektioner för framtiden

För att sammanfatta det vi varit med om under praktiken på skolorna i New York vill vi börja med att förklara vikten av att vi gjorde denna resa utifrån ett didaktiskt perspektiv. Att vi fått ta del av lärarhandledningarna och sett hur dessa används i praktiken har gjort ett stort intryck på oss alla tre. Vi skulle vilja beskriva det som en vändpunkt i hur vi som blivande lärare ser på vår kommande matematikundervisning. Innan vi gjorde vår praktik hade vi en uppfattning av att matematikundervisning i F-3 alltid utgår från en matematikbok eller motsvarande digital applikation, utan undantag. Genom vårt besök på skolorna i New York, där vi fått se och ta del av allt vi beskrivit i denna artikel, har vi nu en egen längtan efter att få använda ett utforskande arbetsätt, att modellerandet och kommunikationen ska stå i centrum i klassrummet samt att våra blivande elever ska utveckla självförtroende i matematik. Det tror vi går hand i hand med att känna glädje för ämnet. Vi talar för oss själva när vi berättar att vi känner en oerhörd glädje och ett brinnande engagemang inför kommande undervisning och vi hoppas och tror att detta smittar av sig på våra blivande elever.

Självklart finns det utmaningar för oss som lärare att utveckla den kompetens som krävs för att kunna arbeta på det här sättet. Vi är medvetna och förberedda på det. Ett exempel är att det tar tid, både vad gäller planering och ur aspekten att elevgruppen behöver formas på ett sätt som gynnar det klassrumsklimat som är en förutsättning för arbetssättet. Inför framtiden tänker vi att det är en bra idé att börja i det lilla. Vi vill att eleverna ska skapa den djupa förståelse som beskrivs i syftesdelen för matematik i kursplanen. Exempelvis att utveckla förmågan att argumentera logiskt och föra matematiska resonemang. När det är något vi strävar efter bör vi som lärare börja med att reflektera över vilka frågor som ställs i klassrummet. Vi bör också resonera kring modellering, vilka matematiska modeller och visuella representationer vi använder. Hur och varför använder vi dem, vilket stöd kan de ge?

Avslutningsvis har vi en förhoppning av att sammanfattningen av den praktik vi genomfört ger inspiration till både yrkesaktiva och blivande lärare att våga implementera nya metoder i matematikundervisningen.

LITTERATUR

Fosnot, C. & Dolk, M. (2018). *Unga matematiker i arbete*. Lund: Studentlitteratur.
www.heinemann.com/contextsforlearning/

Mathematics in the City

Ett antal artiklar om de didaktiska idéer och arbetssätt som utvecklats av Mathematics in the City har publicerats tidigare i Nämnaren:

Unga matematiker i arbete, Cecilia Kilhamn, 2015:4.
Muffles' truffles – Undervisning i multiplikation med systematiskt varierade exempel, Christina Skodras, 2016:2.
Reflekterande och matematiserande barn – en utmaning, Cecilia Kilhamn & Susanne Frisk, 2016:3.
Addition med bråk på tallinjen, Britt Holmberg & Cecilia Kilhamn, 2016:4.
Varför modeller spelar roll, Kara Louise Imm, 2018:1.
Resa i ett lärandelandskap, Pia Eriksson & Cecilia Kilhamn, 2019:3.

Materialet i lärarhandledningarna till serien *Contexts for learning* bygger på tankar som presenteras i tre huvudböcker som nu finns översatta till svenska.

