Denice D’Arcy & Jan Olsson

Att undervisa matematik för kreativa resonemang

Författarna vill dela med sig av sina erfarenheter från ett FoU-projekt som går in på fjärde året. Genom att ställa upp och utveckla principer för att stödja elevers kreativa matematiska resonemang kan lärare i sin tur få hjälp att designa lämpliga uppgifter och förbereda det stöd de kan ge eleverna.

Vi har i ett flerårigt samarbete utvecklat kunskap och underlag för att bedriva en undervisning där elever lär sig matematik genom att konstruera egna lösningar och formulera argument för dessa. Arbetet är väl underbyggt genom en alltmer samstämmig forskning som visar att nya former för matematikundervisning måste utvecklas som alternativ till vad som ofta kallas traditionell undervisning, vilket beskrivs som att läraren går igenom och förklarar nytt matematikinnehåll, visar hur exempeluppgifter kan lösas varefter eleverna övar på liknande uppgifter. Den traditionella undervisningen medför ofta att när elever behöver hjälp fokuserar läraren på att hjälpa eleven att genomföra lösningsprocedurer på rätt sätt istället för att diskutera den inneboende matematiken. Det som forskare menar är viktigt för matematiklärande, att konstruera och argumentera för lösningar, får då för litet utrymme.

Vi anser att undervisningen som helhet ska genomsyras av arbete med uppgifter av problemlösande karaktär och att eleverna ska förväntas konstruera lösningar och argumentera för dessa. Det räcker alltså inte att ha inslag av problemlösning eller att vid vissa tillfällen ha helklassdiskussioner i en undervisning som till största delen är traditionell. Då ser eleverna problemlösning och diskussioner som något utanför den vanliga matematiken. Istället ska eleverna ständigt vara beredda att berätta hur de tänker och att argumentera för sina lösningar. Därför har vi valt att bygga vårt forsknings- och utvecklingsprojekt på teorier om läranderesonemang. Detta ska inte förväxlas med fritt lärande eller att elever inte behöver undervisning om grundläggande matematiska kunskaper – tvärtom så är det fördjupade grundläggande kunskaper vi strävar mot. Vi utgår från att resonemang är den tankeverksamhet som leder till lösning av uppgifter, och som sker i allt lärande. Tankeverksamheten kan innebära såväl ytliga minnesstrategier som strategier som leder till begreppsförståelse.

Imitativa och kreativa matematiska resonemang

Professor Johan Lithner vid Umeå universitet har studerat hur elever tar sig an uppgifter där de inte i förväg känner till en lösningsmetod. Det har visat sig att elever ofta får svårigheter när de försöker minnas och välja en metod som de tror kan lösa uppgiften. Ett exempel är när en elev ska räkna ut hur många procent en ökning från 10 till 22 är. Eleven har inte tidigare mött uppgifter där procentsatsen blir större än 100 men minns att *delen ska delas på det hela*. Eleven dividerar 12 på 10 samt multiplicerar med 100, vilket är korrekt. Men sedan ändrar sig eleven och väljer att dividera 10 på 12 istället med argumentet att procentsatsen alltid brukar bli mindre än 100. Elevens resonemang går ut på att minnas en memorerad metod och argumentet är baserat på ytliga egenskaper och inte på den inneboende matematiken i procentbegreppet. Detta kallar Lithner för ett *imitativt resonemang* och det är vanligt hos elever som får undervisning enligt den traditionella modellen. Detta fungerar så länge undervisningen är i närtid, då procedurer och fakta fortfarande är möjliga att minnas, men kunskaperna är ytliga och försvagas med tiden. Om eleven istället för att försöka minnas en metod hade byggt sitt resonemang på förståelse av procentbegreppet hade resonemanget uppfyllt Lithners kriterier för ett *kreativt matematiskt resonemang.* I exemplet är frågan hur stor ökningen är, så 12 är delen och 10 det hela, och beräkningen går ut på att finna förhållandet mellan delen och det hela. Eleven kan resonera att det hela räknas om till 100 och eftersom 12 är större än 10 måste procentsatsen bli större än 100 och utifrån det komma fram till beräkningen $100 \cdot 12/10$. Det innebär att eleven konstruerar en lösningsmetod och formulerar argument som bygger på matematik. Det är rimligt att anta att elever som oftast resonerar kreativt får djupare kunskaper än de som resonerar imitativt.

Forskare vid Umeå universitet har gjort studier där elever fått olika förutsättningar för att lösa problem. En grupp elever som i anslutning till att ha fått instruktioner om en lösningsmetod klarade närmare 100 % av liknande uppgifter. Efter en vecka fick dessa elever lösa liknande uppgifter och då klarade de 20 %. En annan grupp elever, med likartad bakgrund, fick samma uppgifter fast utan information om lösningsmetoder. De fick istället konstruera dem på egen hand. Dessa elever klarade 60 % av uppgifterna vid första tillfället och när de efter en vecka fick samma test som den första gruppen klarade de 40 %. Den andra gruppen som fått konstruera lösningar på egen hand kom alltså efter en vecka bättre ihåg det de skulle lära sig. Enligt dessa resultat finns det en potential i att stödja elever enligt den modell där elever själva får konstruera lösningen. Med rätt stöd bör de klara fler uppgifter. Att ytterligare stödja gruppen som fått instruktioner innehållande lösningsmetoder verkar inte vara ett alternativ eftersom de vid övningstillfället klarar i stort sett alla uppgifter.

Det finns alltså anledning att fundera över hur undervisning kan läggas upp så att elever får möjlighet att konstruera lösningar och formulera argument för dem. Utmaningen för läraren består i att få fler elever att resonera kreativt utan att avslöja hur uppgifter kan lösas. I sitt examensarbete gjorde Denice ett experiment med elever i åk 5 som fick lösa problemuppgifter. Elever i en grupp fick, när de behövde hjälp, tips och vägledning för hur uppgiften kunde lösas. En annan grupp fick uppmaningar att förklara hur de förstod uppgiften och frågor om de kunde kontrollera sina svar. Det visade sig att *alla* elever inledde arbetet med att lösa uppgiften genom att resonera kreativt. De elever som fick feedback och uppmuntrades att förklara och kontrollera sina lösningar fördjupade sina kreativa resonemang medan de elever som fick vägledning i hur de kunde lösa uppgifterna övergick till imitativa resonemang. Hur en lärare interagerar med eleverna har alltså betydelse för hur de resonerar. Med detta som utgångspunkt har vi under tre år drivit ett forsknings- och utvecklingsprojekt där eleverna lär sig matematik genom att resonera kreativt.

Uppstart av ett långsiktigt projekt

Eftersom vårt projekt inte bara syftar till att utveckla den lokala undervisningen utan också till att komma fram till resultat som är användbara för andra lärare, bestämde vi att vi skulle formulera principer för undervisning där elever lär sig matematik genom kreativa resonemang. Genom att hela tiden utgå från dessa principer har vi kontinuerligt kunnat utveckla dem så att de blivit allt mer generella och möjliga för andra lärare att använda.

Vi inledde arbetet genom att med stöd av Lithners definitioner designa uppgifter som förväntades innebära att eleverna behövde resonera kreativt, det vill säga konstruera en egen lösning samt formulera argument för lösningen med förankring i matematik. Möjliga vägar till lösningar, möjliga svårigheter som eleverna kunde stöta på och vad som var avgörande för att nå en lösning förutsågs. Utifrån John Hattie och Helen Timperleys översikt av olika feedbackformer utformade vi sådana som riktade sig mot elevernas tankeprocess i anslutning till de svårigheter som eleverna kunde stöta på. Detta var sedan underlag för interaktionen med eleverna när de löste uppgifterna. Under lektionerna har lärare och elever ljudinspelats vilket efteråt använts för att utvärdera och analysera hur undervisningen fungerat med avseende på om eleverna för kreativa resonemang och hur läraren stödjer det. Med jämna mellanrum har principerna reviderats. Hittills har vi genomfört ett 40-tal lektioner och principerna har reviderats tolv gånger.

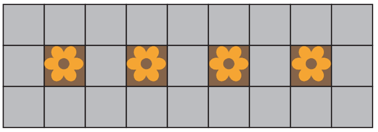
Principer för att stödja kreativa matematiska resonemang

Med utgångspunkt i Denices examensarbete formulerade vi de första riktlinjerna ganska brett. Uppgifterna skulle inte innehålla information om hur de kunde lösas. Läraren skulle skapa sin interaktion genom att med frågor ta reda på hur eleverna hade tänkt när de försökte konstruera en lösning. Läraren skulle också uppmuntra dem att argumentera för sina lösningsmetoder. Vi planerade lektioner genom att formulera möjliga lösningar, förutse vilka svårigheter eleverna skulle hamna i och formulera hur läraren skulle interagera med eleverna när de behövde hjälp att ta sig förbi dessa svårigheter. Planeringarna blev mycket omfattande och detaljerade, men det inledande arbetet var avgörande för att koppla samman teori med praktik. Utan dessa omfattande planeringar hade utvärderingar och analyser riskerat att bli godtyckliga. Nu var vi redan innan lektionerna genomfördes helt på det klara med både vad vi ville åstadkomma och hur. Genom inspelningarna kunde vi sedan avgöra vad som fungerade, eller inte. Efter ett antal lektioner började vi urskilja vad som var viktigt och kunde vidareutveckla principer mer direkt riktade mot de uppgifter eleverna arbetade med:

- rikta feedback mot enklare deluppgifter
- utmana elever att förklara varför deras lösning fungerar
- utmana elever att komma fram till den generella lösningsmetoden
- uppmuntra eleven att kontrollera sina lösningar med den generella metoden.

Blommor i en rabatt med plattor

Till höger finns en bild med blommor och plattor i en rabatt.



a) Hur många plattor behövs om det är 5 blommor?
b) Hur många plattor skulle det vara om det istället är 10 blommor?
c) Hur många plattor skulle det vara om det är 100 blommor?
d) Kan du komma på ett sätt att räkna ut antal plattor med vilket antal blommor som helst?

Med stöd av principerna designade vi en uppgift om blommor och plattor, se ovan. Avsikten är att alla deluppgifter ska kunna lösas med samma matematiska grundkunskaper, att deluppgifterna har stegrande svårighetsgrad och att det ska gå att komma fram till en generell metod som fungerar på alla deluppgifter. En bärande idé är att alla elever ska kunna lösa den inledande deluppgiften och att alla elever ska möta en utmaning. Det som vi bedömde som avgörande för att lösa uppgiftens samtliga delar, var att eleverna behöver upptäcka att antalet plattor ökar med fem för varje blomma och att det alltid behövs tre extra plattor vid den första blomman.

I följande exempel visar vi hur två elever som jobbade ihop har löst den första deluppgiften med fem blommor korrekt. På deluppgiften med tio blommor har de svarat 56, vilket är fel, och på deluppgiften med 100 blommor har de kommit fram till 560, vilket också är fel. De vill nu ha hjälp med att lösa sista deluppgiften där de ska komma på en generell metod som beräknar antal plattor med olika antal blommor. Denice berättar från lektionen:

1. Denice:	Hur gjorde ni för att lista ut den här till exempel? Den första?
2. Elev:	Vi räknade.
3. Denice:	Ni räknade. Okej. Och vad såg ni då att …?
4. Elev:	Att … att jag kan ju inte … för att … om … ja, den här går ju till fyra.
5. Denice:	Mmm.

Eftersom en av principerna säger att feedback ska riktas mot en enklare uppgift uppmuntrar jag på rad 1 eleverna att berätta hur de löste den första deluppgiften. Elevernas yttrande på rad 2 och 4 är fragmentariska, men istället för att ta över och förklara uppmuntrar jag på rad 3 eleverna att fortsätta förklara och på rad 5 bekräftar jag att jag lyssnar utan att förmedla något som bidrar till lösningen på uppgiften. Det leder till fortsättningen:

6. Elev:	… så att jag satte till fem stycken.
7. Denice:	Mmm.
8. Elev:	… och då så blev det fem blommor …
9. Denice:	Okej, och om du hade gjort en blomma till hur många plattor till hade du satt då?
10. Elev:	Ja då hade jag ju satt dit fem till.
11. Denice:	Fem till. Om du hade satt dit en blomma till. Hur många hade du satt dit då?
12. Elev:	Fem. Fem, fem, fem, fem, …
13. Denice:	Okej, så där har du kommit fram till nånting. Vad har du kommit fram till?

På rad 6 uttrycker eleven den för lösningen viktiga komponenten att det ökar med fem för varje blomma. Här skulle jag kunnat bekräfta att det var viktigt och talat om varför, men det hade troligen hindrat eleverna både från att konstruera en egen lösningsmetod och att formulera argument för denna. Istället avvaktar jag på rad 7, och på rad 9 och 11 uppmuntras eleverna att fortsätta formulera på vilket sätt ”att det ökar med fem” är viktigt. Här är det eleverna och inte är jag som bidrar med det som är viktigt för att lösa uppgiften. På rad 12 ser det ut som att eleverna har kommit fram till att det ökar med fem plattor för varje blomma. På rad 13 bekräftar jag att eleverna har kommit fram till något men fortfarande utan att bidra med något matematiskt som löser uppgiften. Istället fortsätter jag uppmuntra eleverna att berätta hur de resonerar och interaktionen fortsätter:

14. Denice:	Så om det vore åtta blommor … Hur många plattor behövs då?
15. Elev:	(paus) … 40 … 8 gånger 5 är 40 … och sen måste man lägga till tre … 43.
16. Denice:	Kan du beskriva hur man räknar ut antal plattor för vilket antal blommor som helst?
17. Elev:	Man tar så många blommor man har och gångrar med fem … sen lägger man till tre … därför att annars finns inte den här raden (pekar på de första tre plattorna).
18. Denice:	Nu har ni kommit fram till en regel … Kan ni kontrollera era svar med den?
19. Elev:	(räknar för 10 och 100) … De här är fel … Det ska vara 53 och 503 …
20. Denice:	Varför blev det fel?
21. Elev:	Därför att vi tog tre extra plattor för varje fem.

Min feedback på rad 14 ger eleverna möjlighet att uttrycka och testa sitt resonemang, fortfarande utan att bidra med lösningsmetoden. Eleverna konstruerar på rad 15 lösningen för åtta plattor. Jag bekräftar inte heller nu att lösningen är korrekt (rad 16) utan utmanar istället eleverna att komma fram till den generella lösningen (som är en av principerna). På rad 17 konstruerar eleverna den generella lösningen och formulerar ett argument för varför de lägger till tre. På rad 18 bekräftar jag att eleverna kommit fram till en regel, men inte att den är korrekt. Istället uppmanar jag eleverna att använda regeln för att kontrollera sitt svar (en av principerna). Det leder till att eleverna på rad 19 konstaterar att tidigare svar varit fel. På rad 20 frågar jag varför (en av principerna) och eleverna formulerar argument för varför det blev fel (rad 21).

Samtliga principer för lärar–elev-interaktionen som var till grund för planeringen har använts och eleverna har konstruerat en lösning och formulerat argument med förankring i den matematik som ingår i uppgiften, dvs de har fört ett kreativt resonemang. Det är rimligt att anta att det beror på att jag som lärare inte avslöjar hur uppgiften ska lösas utan istället uppmuntrar eleverna att uttrycka hur de tänker.

Principer för lärande genom kreativa resonemang

Uppgiften om blommor och plattor är en av flera som designats med stöd av samma principer. Vi använder den som utgångspunkt för att beskriva hur vi fortsatt utveckla principerna utifrån Lithners definition av kreativa resonemang: *Eleven ska konstruera en egen lösningsmetod och formulera argument för lösningsmetoden och lösningen med förankring i matematik*. Förutsatt att läraren inte förser eleverna med en lösningsmetod medför uppgiften att eleverna måste konstruera en lösningsmetod. Resonemanget bakom lösningsmetoden kan eleverna uttrycka om läraren visar intresse för hur de tänker, som i vårt exempel genom att fråga hur eleverna löst första deluppgiften. Mer generellt kan det beskrivas som att eleverna *får möjlighet att uttrycka ett självständigt resonemang*. Eleverna i vårt exempel kommer fram till felaktiga lösningar i två deluppgifter. Det beror troligtvis på att de ser möjligheten att multiplicera lösningen för fem blommor med två och lösningen för tio blommor med tio utan att inse att det medför att de får tre extra plattor för varje figur med fem blommor som läggs till. När eleverna utvecklar sitt resonemang mot en generell lösning kommer de fram till det som är avgörande för att kunna korrigera sina lösningar, att varje ny blomma innebär fem nya plattor och att det finns tre extra bara vid den första blomman. Det är viktigt att de med stöd av läraren gör det själva. Eleverna får inga tips eller förklaringar från läraren och detta kan beskrivas som att eleverna *utvecklar det egna resonemanget*. När eleverna har kommit så här långt, att de har resonerat sig fram till en generell lösning, får de frågan om de kan förklara varför deras första försök inte ledde till rätt lösningar för 10 och 100 blommor. De har nu genom sitt resonemang ett bra verktyg att testa sina lösningar med. Eleverna *argumenterar för det egna resonemanget* och *testar resultatet av det*.

På det här viset har vi under tre år planerat och genomfört de cirka 40 lektionerna. Vi har analyserat dem med avsikt att utveckla och förfina de framtagna principerna. När vi planerar lektioner i dagsläget gäller följande:

P1 – uttrycka ett självständigt resonemang

P2 – utveckla det egna resonemanget

P3 – argumentera för det egna resonemanget

P4 – testa resultatet av det egna resonemanget.

Planering för lärande genom kreativa resonemang

Innan den konkreta planeringen genomförs är det viktigt att tänka på det *didaktiska kontraktet*, alltså vilka förväntningar lärare och elever har på varandra oavsett vilka uppgifter eleverna jobbar med. Elever behöver skolas in i ett arbetssätt där de förväntas konstruera lösningar och argumentera för dem. Enligt våra erfarenheter tar det ett tag innan eleverna vänjer sig vid att de alltid förväntas berätta hur de tänker och kunna argumentera för sina lösningar. Men när de väl är inne i arbetssättet finns många fördelar. Elever som vill ha hjälp fortsätter att jobba med uppgiften i och med att de förbereder sig på att förklara för läraren hur de tänker istället för att passivt vänta på läraren och eleverna blir bättre på att ta hjälp av varandra i och med att de kan förklara och berätta om sina försök till lösningar. Vi kan konstatera i våra inspelningar att eleverna faktiskt jobbar med matematik hela lektionerna. För att uppfylla våra principer är det viktigt att eleverna är medvetna om punkterna under didaktiskt kontrakt som finns i tabellen nedan.

I den konkreta planeringen finns två delar att tänka på: *uppgiftens design* och *lärar–elevinteraktion*. Här kopplas principerna till den aktuella uppgiften och hur eleverna förväntas konstruera lösningen till den och att se vilka förutsättningar den erbjuder. I tabellen visar vi hur uppgiften om blommor och plattor bedöms ge förutsättningar till var och en av principerna.

Framtagna principer	Didaktiskt kontrakt	Konkret planering Uppgiftens design
P1 Uttrycka ett självständigt resonemang	Eleverna förväntas försöka komma fram till en lösning på egen hand.	Det är inte troligt att eleverna känner till några standardprocedurer för att lösa uppgiften. Informationen innehåller inga lösningsmetoder. En bild är den information eleverna får.
P2 Utveckla det egna resonemanget	Eleverna förväntas förklara hur de har tänkt när de löst uppgiften.	Uppgiftens olika delar bygger på varandra och svårighetsgraden ökar för varje del. a) kan lösas genom att bilden utökas med en blomma och plattor, som sedan räknas. b) kan lösas genom att bilden utökas eller genom att en beräkning görs utifrån den skriftliga informationen, t ex genom att dubblera resultatet för fem blommor (felaktigt) eller genom att räkna $10 \cdot 5 + 3$. c) kan lösas genom multiplikation med antalet på 10 med 10 (felaktigt) eller att beräkningen från b) återanvänds fast med 100. d) kan lösas med en muntlig förklaring och/eller genom att en formel ställs upp.
P3 Argumentera för det egna resonemanget	Eleverna förväntas förklara varför deras lösning fungerar eller inte fungerar.	a) är utformad så att det är rimligt för eleverna att vara säkra på att de har kommit fram till en korrekt lösning och är rimlig att utgå från för att komma fram till en generell lösning. b) och c) är utformade så att eleverna kan komma fram till både felaktiga och korrekta lösningar och bilden är användbar för att argumenter för lösningar på d).
P4 Testa resultatet av det egna resonemanget	Eleverna förväntas testa sina resonemang, antingen på andra uppgifter eller genom att visa att de stämmer.	Lösningen på d) kan användas för att testa a–c.

Sista steget i planeringen är att förbereda interaktionen med eleverna under tiden de arbetar med uppgiften. Det gäller att för varje princip *förutse möjliga elevresonemang* och att förbereda *hur elever kan få stöd* att föra dessa eller liknande resonemang. I tabellen nedan finns exempel på möjliga resonemang för varje princip och hur elever kan stöttas att föra resonemang utan att avslöja hur uppgiften kan lösas.

	Möjligt resonemang	Vilket stöd behövs
P1 Uttrycka ett självständigt resonemang	Att utöka den befintliga bilden med ytterligare blommor och plattor och sedan räkna. Det ökar med 5 plattor för varje ny blomma. Den första behöver 3 extra plattor för varje blomma.	Fråga: Går det att använda bilden? Vad händer när man lägger till en extra blomma? Hur många plattor behövs för en blomma?
P2 Utveckla det egna resonemanget	Eftersom varje extra blomma behöver 5 plattor kan man multiplicera antalet blommor med 5 och sen lägga till 3.	Fråga: Hur tänkte du på uppgift a? Kan du berätta hur du räknar på vilket antal blommor som helst? Vad händer om man lägger till en extra blomma?
P3 Argumentera för det egna resonemanget	Eftersom det bara är den första blomman som behöver 3 extra räcker det att lägga till 3 en gång. När man lagt 3 på den första behövs det 5 till, sen behövs det bara 5 för varje ny blomma.	Fråga: Varför fungerar din uträkning? Varför multiplicerar du med 5? Varför lägger du till 3?
P4 Testa resultatet av det egna resonemanget	Jag är säker på att 5 blommor är 28 plattor, då kan jag testa min uträkning på 5 blommor. Eftersom jag nu är säker på att min uträkning fungerar kan jag kontrollera mitt svar på 100 blommor.	Uppmuntra eleven att testa sin uträkning på ett exempel där den säkert vet svaret. Uppmuntra eleven att kontrollera sina svar. Ge eleverna fler liknande uppgifter.

Första gångerna lärare förbereder en uppgift enligt vårt förslag innebär det troligtvis mer jobb än att förbereda en traditionell lektion. Där bestämmer läraren själv hur matematiken ska förklaras och vilken metod som ska användas och när elever inte klarar uppgiften kan läraren påminna dem om metoden som gåtts igenom. I vårt exempel behöver läraren tänka igenom flera sätt att lösa uppgiften på och sätta sig in i olika sätt hur eleverna kan förklara hur de löser uppgiften genom resonemang. Det är också viktigt att sätta sig in i hur dessa resonemang leder till att eleverna lär sig det uppgiften syftar mot. I början kanske läraren inte lyckas förutsäga elevernas resonemang och stödet som är förberett kanske inte fungerar som tänkt. Vår erfarenhet är att vi ganska snart blivit duktiga på att förutse hur eleverna resonerar och att det stöd vi utformat fungerar bättre för varje gång. Eleverna blir allt mer vana och vet vad vi förväntar oss av dem men vi har också noterat att för varje ny klass vi möter är vi bättre på att förutse elevers resonemang och vilket stöd de behöver.

Avslutande reflektioner

Det finns många fördelar med att planera lektioner på det här sättet. Läraren blir bekant med matematiken och vet precis vad eleverna ska lära sig och vad det innebär för eleverna att lära sig. Det ökar möjligheterna att stödja varje individ på rätt sätt. Jämfört med den traditionella undervisningen få läraren mycket bättre koll på om eleverna faktiskt förstår matematiken och inte bara klarar av att genomföra en procedur och få rätt lösning. En tydlig indikation att vi är på rätt väg var att den första gruppen vi arbetade med under två år hade mycket bättre resultat på nationella proven i åk 6 än tidigare årskullar på skolan. En möjlig förklaring till att eleverna lär sig matematik bra kan vara att vi genom vårt sätt att planera fokuserar matematiken i uppgifterna och hur eleverna tar sig an den.

Pågående forskning vid Mälardalens högskola som undersöker kollegiala samtal under Matematiklyftet har uppmärksammat att lärarna sällan diskuterar det matematiska innehållet i lektionerna. Istället ligger fokus på hur lektionerna organiseras, t ex jobba i par, inleda med genomgång, organisera helklassdiskussioner osv. Vi menar att om lektioner planeras enligt tabellerna ovan blir det naturligt att knyta an till den matematik som eleverna förväntas lära sig. Annars går det inte att förutse de resonemang som eleverna kan föra för att lösa uppgiften. För att det stöd som planeras ska bli meningsfullt måste det vara tydligt vilken matematik det avses att stödja. Det vi inte tagit upp här är att innehållet i undervisningen naturligtvis måste grundas i kursplanen för matematik. Vi tänker att det är egentligen inte det stora problemet utan utmaningen ligger i hur man omsätter kursplanen i matematik till lärandeaktiviteter. Vi hoppas vårt bidrag kan ge inspiration till spännande och framgångsrik matematikundervisning.

LITTERATUR

Blomhøj, M. (2017). *Fagdidaktik i matematik*. Frederiksberg: Frydenlund Academic.

D'Arcy, D. (2016). *Hur feedback på uppgiftsnivå och processnivå kan skilja elevers resonemang åt i matematik*. Högskolan Dalarna. du.diva-portal.org/smash/get/diva2:925859/FULLTEXT02.pdf

Olsson, J. & Teledahl, A. (2019). Feedback to encourage creative reasoning. I J. Häggström m fl (red), *Perspectives on professionell development of mathematics teachers. Proceedings of MADIF 11*, (s 151–160). Göteborg: SMDF/NCM.