

Tankar från en lärare som har mer att ge

Jag har varit verksam inom skolan i snart 61 år; 16 år som elev och 45 år som lärare, och jag har trivts i stort sett hela tiden. Nu när jag blir 68 har inte kommunen råd att ha mig kvar. Fast egentligen tycker jag att kommunen inte borde ha råd att låta mig sluta.

– Hur har du orkat? frågade en yngre lärare mig häromdagen.

För mig har läraryrket hela tiden varit både utmanande och lärorikt. Jag tycker att det är först de senaste tio åren som jag verkligen har börjat förstå det här med matematikdidaktik. Det tog tid för mig att inse att det gäller att hitta till elevernas tankar, att oftare ställa frågor än att ge svar. Idag ser jag vikten av att ställa frågor som utmanar elevens tänkande så att eleven själv får uppleva glädjen att komma på svaret, istället för att säga till en elev att ”det är fel”.

Våren 1974 tog jag min mellanstadielärorexamen och arbetade sedan i åk 4–6 i 17 år. Därefter kompletterade jag med 40 poäng matematik och 20 poäng fysik för att bli behörig i åk 7–9. Första tjänsten efter den utbildningen var en blandtjänst där jag undervisade både på mellan- och högstadiet. Det var mycket lärorikt! Jag upptäckte att skillnaderna inte var så stora och att grunderna var helt avgörande för hur det gick senare. Automatiserade huvudräkningskunskaper är en av grunderna, men eleverna måste också förstå vad de gör och varför.

”Matte är ju så kul när man förstår” fick jag en dag höra från en elev i nian som kämpat med matten hela högstadietiden. Det värmdes. Sedan fortsatte han: ”Det hade säkert varit mycket lättare för mig om jag hade lärt mig multiplikationstabellen.”

Vikten av huvudräkning

En sak som jag tog med mig från lärarhögskolan när det gäller matematikundervisning var att starta varje lektion med huvudräkning. Från början gällde det bara multiplikationstabellen, eftersom jag tog för givet att eleverna behärskade övriga tabeller. Men i varje klass jag tagit emot i åk 7 har det funnits elever som inte har automatiserat alla additioner och subtraktioner med talen upp till tio. Att automatisera upp till tio innebär till exempel att direkt kunna ange vad som ska läggas till fem för att få nio. Oftast har eleverna jag mötte varit ganska säkra på tiokamraterna, men sedan tar det slut. Vilka kombinationer av tal som tillsammans är nio eller åtta har de inte kunnat svara på utan att räkna efter. Huvudräkningen är grundläggande för självförtroendet. Det räcker inte att eleven klarar att lösa uppgiften laborativt. De senaste 15 åren har jag arbetat med huvudräkning varje lektion i åk 7–9. Jag brukar alltid börja med addition och subtraktion och använder de övningar som beskrivs i boken *Förstå och använda tal*.

Ett exempel är $68 + 53$.

Eleverna får först tänka tyst själva. Efter några minuter ber jag dem berätta för grannen hur de tänkte och sedan får de berätta för klassen. De olika metoder som eleverna beskriver skrivs upp på tavlan. Det kan se ut så här:

$$60 + 50 = 110; 8 + 3 = 11; 110 + 11 = 121$$

$$8 + 3 = 11; 60 + 50 = 110; 110 + 11 = 121$$

$$68 + 53 = 70 + 51 = 121$$

$$68 + 53 = 71 + 50 = 121$$

Adderar talsorter för sig med tiotalen först.

Adderar talsorter för sig med entalen först.

För över 2 från 53 till 68 för att jämna till talen.

För över 3 från 53 till 68 för att jämna till talen.

Ibland visas lösningar på tallinjen. Syftet är att eleverna ska lära av varandra. Elever som inte har kommit hela vägen fram till ett svar får berätta hur de börjat och hur långt de kommit. Kanske kan någon annan bygga vidare på deras tanke.

Vad är det eleverna inte kan?

De senaste sex åren har jag haft intensivundervisning för elever i åk 8–9 som riskerar att få eller har F i matematik. De har erbjudits fyra 40-minuterslektioner i veckan under tio veckor, utanför ordinarie undervisningstid. Behoven har varit stora och jag brukar börja med att bjuda in cirka tio elever med respektive förälder till ett möte. Eleverna väljs ut i samråd med ordinarie matematiklärare och jag kan inte nog betona vikten av att eleverna själva är motiverade. Intensivundervisning är ingen idé om inte elevens vilja finns.

Här följer några exempel på svårigheter jag kan se hos de elever jag får möta i intensivundervisningen och lite kort om hur vi jobbar med deras förståelse.

Subtraktion

När elever ska subtrahera $72 - 48$ är det vanligt att de först tänker $70 - 40$ och sedan $8 - 2$. Alltför ofta svarar de sedan 36. Dessa elever har inte en fullgod förståelse för subtraktionsbegreppet. De ser inte subtraktion som en skillnad utan enbart som att något ska tas bort, och man tar vanligtvis bort det mindre talet från det större.

Hur vi jobbar vidare

Tillsammans med dessa elever ritar jag tallinjer och räknar på skillnader mellan tal på tallinjen. När de ser talen 72 och 48 på tallinjen kan de räkna upp från 48: $2 + 10 + 10 + 2 = 24$. Andra räknar neråt från 72: 22 ner till 50 och ytterligare 2 ner till 48, antingen $22 + 2 = 24$ eller stegvis neråt $2 + 10 + 10 + 2 = 24$. Vi ritar många tallinjer och gör allt större hopp i upp- och nedräkningen tills idén om subtraktion som skillnaden mellan två tal blir ett sätt för dem att tänka.

Multiplikation

Multiplikation med decimaltal är svårt för många. Det är vanligt att eleverna inte alls vet hur de ska lösa en multiplikation som $0,6 \cdot 0,6$. Somliga löser det så här: $0,6 \cdot 0,6 = 0,36$ och motiverar sitt svar med att "det ska vara två decimaler i

svaret för det var två decimaler i frågan”. Det är ett argument som inte bygger på en matematisk förståelse och som riskerar att bli fel om multiplikationen exempelvis gäller $0,60 \cdot 0,60$. Här är det fyra decimaler, så hur ska eleven veta om svaret ska vara 0,3600 eller 0,0360 eller 0,0036?

Hur vi jobbar vidare

Många elever förstår att det måste vara något med 36 eftersom $6 \cdot 6 = 36$, men tvekar sedan över storleken på talet och placeringen av decimaltecken och nollor. Då ber jag dem fundera över $0,6 \cdot 1 = 0,6$. När vi jämför de två multiplikationerna frågar jag om $0,6 \cdot 0,6$ är mindre eller större och varför. Andra multiplikationer som kan jämföras är följande som skrivs under varandra på tavlan:

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 6 = 36 \\ 6 \cdot 0,6 = 3,6 \end{array}$$

Här resonerar vi om att när den ena faktorn är tio gånger mindre måste även produkten vara tio gånger mindre, vilket leder till:

$$0,6 \cdot 0,6 = 0,36$$

Nu är den andra faktorn tio gånger mindre och produkten följaktligen ytterligare tio gånger mindre.

Division

Elever som dividerar 2400 med 400 kan säga att ”jag stryker två nollor däruppe och två därnere”. Men att bara stryka nollor bygger inte på matematisk förståelse.

$$\frac{2400}{400} = \frac{240\cancel{0}}{40\cancel{0}} = \frac{24}{4}$$

Hur vi jobbar vidare

Här strävar jag efter att eleverna ska förstå att de dividerar både täljare och nämnare med 100. Vi börjar med $2400/100 = 24$. Vi pratar en stund om vad det kan motsvara i praktiken. Hur många 100-tal som finns i 2400 eller hur många 100-lappar som finns i 2400 kronor. På samma sätt tittar vi på $400/100$. Istället för att ”stryka nollor uppe och nere” får eleverna lära sig att dividera med samma tal i både täljare och nämnare.

$$\frac{2400}{400} = \frac{2400/100}{400/100} = \frac{24}{4}$$

Huvudräkningsstrategier hellre än fingerfärdighet

Första gången jag hade intensivmatte i åk 9 började jag som vanligt med att träna huvudräkning med addition och subtraktion i talområdet 0–20. ”Hur räknar du $6+8$?” frågade jag. Det är viktigt att eleverna först får tänka själva, sedan prata med varandra två och två, och sedan berätta för hela gruppen hur de resonerat. Det finns kanske fyra eller fem metoder som går att använda på denna uppgift och det är viktigt att man visar respekt för alla metoder som används, även för räkning på fingrarna. Säg aldrig till elever att de inte får räkna på fingrarna. De gör det därför att de ännu inte tillägnat sig någon annan metod.

Efter att vi muntligt tränat på liknande exempel fick de skriftliga uppgifter att lösa, både addition och subtraktion i talområdet 0–20. Jag bad dem ringa in de uppgifter som de tyckte var svåra och sedan jobbade var och en vidare med sina egna svåra uppgifter. Efter ett par lektioner sa en elev: "Visst har jag blivit duktig. Du förstår att när vi fick göra på tid på mellanstadiet räknade jag alltid på fingrarna för det gick ju fortare då." Mitt råd är att aldrig öva på tid innan eleverna har lärt sig andra strategier än fingerräkning. Strategierna måste sitta först.

När det gäller elever som inte hade automatiserat talen upp till tio brukade jag arbeta efter den modell med faser som Görel Sterner beskrivit i sin Nämnarenartikel *Lässvårigheter och räknsvårigheter*. Här arbetade jag med eleverna en och en.

- ◇ Först måste eleven få arbeta laborativt, som att lägga upp talet 9 med de olika kombinationer som finns. Brickor med olika färg på sidorna, tex Othellobrickor, fungerar bra eftersom eleverna då kan dela upp ett tal och visa delarna med olika färger. Syftet är att eleven ska få inre bilder av talet.
- ◇ Nästa fas är den representativa fasen, då ska eleverna rita talen och skapa olika bildmässiga representationer av talen.
- ◇ Den abstrakta fasen innebär sedan att eleverna arbetar med siffror.

Förutom att beskriva hur man konkret kan arbeta med de olika faserna ger Görel bra exempel på frågor att ställa till eleven under arbetets gång. Jag har säkert läst artikeln femtio gånger, och vid flera tillfällen haft med mig artikeln på lektioner. I stunden är det så lätt att gå för fort fram.



Det är naturligtvis viktigt att eleverna fortsätter att träna på dator och/eller papper hemma. Jag brukar fråga eleverna vad de föredrar och de flesta vill ha uppgifterna på papper. "När jag sitter vid datorn och tränar blir det så lätt att jag går in på annat, därför vill jag ha stenciler" kan de säga. Något som ändå har fungerat bra på datorn är nomp.se. Här kan läraren lägga in uppgifter, se hur det går för eleverna och hur mycket de tränar. Tyvärr är programmet inte gratis.

Ett annat sätt att se på huvudräkning uttrycktes väl av en elev i åk 9 i en utvärdering: "Huvudräkningen har varit ett bra sätt för mig att komma igång med tänkandet i lektionens början." Jag har aldrig sett det så, men eleverna har naturligtvis en massa olika tankar när de kommer in på lektionen och huvudräkningen kan få eleverna "att vakna till och förbereda sig för lektionen" som en annan elev skrev.

Till er som tar över stafettpippen skulle jag vilja säga: Ställ fler frågor än svar. Ta reda på hur eleverna tänker och ställ frågor som utmanar deras tänkande. Arbeta med huvudräkning, men se till att den bygger på matematisk förståelse. "Matematik är ju så kul när man förstår."

När jag nu lämnar yrket känner jag glädje över att jag valde lärarbanan. Att se ungdomar utvecklas värmer, och vad kan vara viktigare att arbeta med än att utveckla nästa generation? Jag hoppas att mina tankar kan bidra till att andra inspireras och får möjlighet att trivas lika bra med läraryrket som jag har gjort.

