

## 4A

# Sanna och falska påståenden

RESONEMANG – TALUPPFATTNING

## Avsikt och matematikinnehåll

Eleverna får resonera om olika påståenden och bestämma om de är sanna eller falska. Därifrån leder aktiviteten vidare till resonemang om de matematiska symbolerna  $=$  och  $\neq$  och vad de står för.

## Förkunskaper

De lektionsförslag som presenteras är tänkta för förskoleklass och årskurs 1–3. Utgå förslagsvis från den årskurs som klassen tillhör och se om nivån tycks vara rätt eller om det är mer lämpligt att använda ett förslag från en tidigare eller senare årskurs.

## Material

Multilinkkuber, markörer, knappar, kort med symbolerna  $=$  och  $\neq$ , arbetsblad, papper och penna. Se respektive lektionsförslag för närmare instruktioner.

## Beskrivning

Varje lektionsförslag inleds med samma påståenden som eleverna ska ta ställning till som sanna eller falska. Därifrån fortsätter aktiviteterna på olika sätt med arbete enskilt, i par och gemensamt, men i samtliga fall är det likhetstecknet och dess innebörd som är i fokus.

## Introduktion

Använd inledningens påståenden. Sporra elevernas fantasi att hitta på fler sanna och falska påståenden.

## Uppföljning

Sist i varje lektionsförslag följer några idéer om hur klassen gemensamt, på aktuell nivå, kan beskriva vad likhet och/eller likhetstecknet är.

## Variation

När ett lektionsförslag har valts, titta även igenom de övriga förslagen och förbered några variationer som kan komma till användning om det blir tydligt att en del elever behöver extra anpassning eller större utmaning.

## Erfarenheter

När elever börjar med mer formell algebra i senare årskurs kan det bli uppenbart att de tänker på likhetstecknet som "nu kommer svaret" istället för att det ska vara lika i de båda leden.

## Ursprung

De lektionsförslag som presenteras togs ursprungligen fram till modulen Taluppfattning och tals användning årskurs 1–3 i Matematiklyftet. De har sedan kompletterats med ett lektionsförslag för förskoleklass.

## Att läsa

Bråting, K. & Madej, L. (2017). *Generaliserad aritmetik – en bro mellan aritmetik och algebra*. Nämnaren 2017:4.

Hägström, J., Kilhamn, C. & Fredriksson, M. (2019). *Algebra i grundskolan*. NCM, Göteborgs universitet.

# Sanna och falska påståenden

## Lektionsförslag förskoleklass

### Inledning

Låt eleverna ta ställning till sanna och falska påståenden. De ska försöka att motivera sina ställningstaganden.

- En stol har fyra ben.
- Hästar kan flyga.
- Nyfödda barn kan gå.
- Katter kan jama.
- Katter kan läsa böcker.
- Vatten kan frysa till is.
- Om man har ett paraply börjar det regna.
- Vi går alltid i skolan på natten.
- Vi går i skolan fem dagar i veckan.

### Lika med eller inte lika med

Syftet med att titta på om påståendena är sanna eller falska är att det så småningom ska leda fram till förståelse för vad som är lika med eller inte lika med. När eleverna visar förståelse för sant och falskt kan de försöka hitta på påståenden som består av två delar och som är lika eller inte lika. Några exempel:

- Blå och gul färg som blandas *är lika med* grön färg.
- HEJ *är lika med* bokstäverna H, E och J.
- En tröja och en jacka *är inte lika med* en träningsoverall.
- En strumpa på vänster fot och en strumpa på höger fot *är lika med* ett par strumpor.

Beroende på elevernas kunskapsnivå kan påstående göras allt mer avancerade. Kanske föreslår eleverna själva matematiska uttryck som "ett plus ett är lika med två". Titta då tillsammans på hur uttrycken kan skrivas och utläsas. Utmana med uttryck som inte är lika med, som "två plus två är lika med fem".



# Sanna och falska påståenden

## Lektionsförslag årskurs 1 – röd och blå klossar

### Inledning

Låt eleverna ta ställning till sanna och falska påståenden. De ska försöka att motivera sina ställningstaganden.

- En stol har fyra ben.
- Hästar kan flyga.
- Nyfödda barn kan gå.
- Katter kan jama.
- Katter kan läsa böcker.
- Vatten kan frysa till is.
- Om man har ett paraply börjar det regna.
- Vi går alltid i skolan på natten.
- Vi går i skolan fem dagar i veckan.

### Material

Exempelvis multilinkklossar i två färger för gemensam undersökning, plockmaterial som knappar eller markörer och lappar med symboler = och  $\neq$  för pararbete.

### Lika med eller inte lika med

Lägg 3 röda och 3 blå klossar väl synliga för eleverna. Fråga om det är sant att 3 röda klossar *är lika med* 3 blå klossar. Någon kanske hävdar att röda och blå klossar inte är lika, de har olika färg. Det är en korrekt och bra utgångspunkt för diskussion om innebörden i likhet. Nu fokuserar vi på *tal* och *antal* och måste bortse från egenskaper som färg, storlek eller form. Visa fler exempel där utsagan ibland visar likhet (sant) och ibland inte visar likhet (falskt). Visa symbolerna = och  $\neq$ . Diskutera vad de betyder och när respektive symbol kan användas. Gör utsagor med hjälp av klossarna där eleverna får föreslå vilken symbol som ska användas samt motivera sina val. Några förslag:

- Är 4 blå klossar lika med 2 blå och 2 röda klossar?
- Är 2 blå och 2 röda lika med 4 blå?
- Är 5 röda lika med 2 röda och 4 blå klossar?
- Är 5 blå lika med 5 röda?
- Är 1 röd och 3 blå lika med 2 blå och 3 röda?



## Eleverna konstruerar sanna och falska utsagor

Låt eleverna parvis konstruera några sanna och falska utsagor med hjälp av plockmaterial och genom att använda symbolerna = och  $\neq$ . Alla utsagor sparas inför den gemensamma diskussionen. Eleverna berättar och förklarar sina exempel och motiverar sina val. Exempel på frågor och uppmaningar som kan hjälpa eleverna att uttrycka sina uppfattningar:

- Försök att förklara varför du tror så.
- Hur kom du fram till det?
- Hur vet du att det är så?
- Sanela och David har löst uppgiften så här. Hur kan de ha tänkt? Har någon samma utsaga men ett annat sätt att förklara?
- På vilka sätt är era utsagor lika? Olika?
- Förklara kamraters exempel. Motivera varför de är sanna eller falska.
- Hur kan en sann utsaga kan förändras och bli falsk och vice versa? Argumentera för ditt förslag.

Observera att vi rör oss både med begreppen sann – falsk och lika – inte lika. Det finns till exempel sanna olikheter och falska likheter.

## Gemensam beskrivning av vad likhetstecknet är

Syftet med lektionens avslutande del är att gemensamt sammanfatta vad ni har undersökt och diskuterat.

- Vilka uppfattningar har kommit fram?
- Vilka uppfattningar är matematiskt hållbara?

Det är rimligt att sortera bort uppfattningar om att färg spelar roll men lyfta fram en luddig men fungerande uppfattning: "Det är lika om man kan räkna till lika många på båda sidorna." I själva verket är det ganska svårt att enkelt, men kortfattat, beskriva likhet på ett heltäckande sätt. Skriv er gemensamma text om likhetstecknets innebörd på till exempel blädderblock och sätt upp den i klassrummet. Återkom till texten och utöka den vartefter ni prövar och kommer fram till fler gemensamma ståndpunkter.

# Sanna och falska påståenden

## Lektionsförslag årskurs 2 – matematiska utsagor

Låt eleverna ta ställning till sanna och falska påståenden. De ska försöka att motivera sina ställningstaganden.

- En stol har fyra ben.
- Hästar kan flyga.
- Nyfödda barn kan gå.
- Katter kan jama.
- Katter kan läsa böcker.
- Vatten kan frysa till is.
- Om man har ett paraply börjar det regna.
- Vi går alltid i skolan på natten.
- Vi går i skolan fem dagar i veckan.

### Lika med eller inte lika med

Fortsätt att diskutera sanna och falska utsagor, men nu med ett matematiskt innehåll.

*a.*  $3+6=9$

*b.*  $9=3+6$

*c.*  $9=9$

*d.*  $3+6=3+6$

*e.*  $3+6=6+3$

*f.*  $6=3+6+3$

*g.*  $6+3=2+2+2+3$

*h.*  $10=20-10$

*i.*  $10-2=4+4$

*j.*  $8+5=13+0$

*k.*  $8+5=0+13$

*l.*  $9+1=5+?$

*m.*  $9-1=4+?$

- Skriv utsaga *a* på tavlan. Är den sann eller falsk? Låt eleverna motivera sina svar. Elever som svarar lika, vare sig det är rätt eller fel, kan ha skilda motiv till detta. Det är betydelsefullt att olika uppfattningar uppdragas och diskuteras. Skriv utsaga *b* på tavlan, diskutera om den är sann eller falsk och varför/varför inte. Jämför *a* och *b*. Vad är lika? Hur skiljer de sig åt? Vad kan vi säga om *c*? Är den sann om det bara finns ett tal på varje sida om likhetstecknet? Hur vet vi om en utsaga är sann eller falsk?
- Jämför *d* och *e*. Får vi byta ordning på de ingående talen? Varför, varför inte? Hur kan vi veta om *f* är sann eller falsk? Hur skiljer sig *g* från övriga utsagor? Hur många tal får vi ha på vardera sidan om likhetstecknet? Varför? Vilken förutsättning gäller?



- Får talet till höger om likhetstecknet vara större än talet till vänster om likhetstecknet, vid subtraktion, som i  $h$ ? Varför, varför inte? Får man blanda addition och subtraktion i samma utsaga, som i uppgift  $i$ ? Är  $j$  sann eller falsk? Jämför  $j$  med  $k$ . Någon kanske hävdar att  $j$  är sann medan  $k$  är falsk. Hur argumenterar eleven för den uppfattningen? Hur kan kamrater övertygas om att både  $j$  och  $k$  är sanna?
- I uppgifterna  $l$  och  $m$  saknas ett tal. Kan vi veta vilka talen är? Hur?

## Eleverna rättar lösningar

Wille, Sigrid och Olle har kommit fram till olika svar på uppgiften  $9 + 3 = \boxed{?} + 4$ . Eleverna avgör först vilken/vilka av lösningarna som är sanna respektive falska.

Därefter ska de reflektera över likhetstecknets användning, diskutera och tillsammans försöka förklara hur Wille, Sigrid och Olle kan ha tänkt:

Willes lösning:  $9 + 3 = \boxed{12} + 4$

Sigrids lösning:  $9 + 3 = \boxed{16} + 4$

Olles lösning:  $9 + 3 = \boxed{8} + 4$

## Diskutera tillsammans

Uppmuntra eleverna att ge uttryck för och motivera sina ståndpunkter. Genom att också reflektera över och försöka förklara hur någon annan har tänkt, kan eget tänkande och språklig uttrycksförmåga bli synlig, liksom hur de uppfattar likhetstecknets innebörd och användning.

## Gemensam beskrivning av vad likhetstecknet är

Syftet med lektionens avslutande del är att gemensamt sammanfatta vad ni har undersökt och diskuterat och framför allt vilka uppfattningar som har kommit fram och vilka som är matematiskt hållbara. Inledningsvis diskuterade ni till exempel om det kan vara likhet när det bara finns ett tal på varje sida om likhetstecknet och om det finns någon begränsning uppåt eller nedåt för hur många tal som kan finnas på var sida. Eleverna fick möjlighet att uttrycka uppfattningar om att det bara får finnas ett visst antal termer på var sida, att "svaret" måste komma direkt efter likhetstecknet eller att addition och subtraktion med noll inte är möjligt. En viktig fråga handlade om huruvida man får byta plats på de ingående talen.

Skriv er gemensamma text om likhetstecknets innebörd, på till exempel blädderblock, och sätt upp den i klassrummet. Återkom till texten och utöka den vartefter ni prövar och kommer fram till fler gemensamma ståndpunkter.

# Sanna och falska påståenden

## Lektionsförslag årskurs 3 – likhetstecknet som en relation

Låt eleverna ta ställning till sanna och falska påståenden. De ska skapa likhet så att varje utsaga är sann.

- En stol har fyra ben.
- Hästar kan flyga.
- Nyfödda barn kan gå.
- Katter kan jama.
- Katter kan läsa böcker.
- Vatten kan frysa till is.
- Om man har ett paraply börjar det regna.
- Vi går alltid i skolan på natten.
- Vi går i skolan fem dagar i veckan.

## Lika med eller inte lika med

I den här aktiviteten får eleverna reflektera över likhetstecknets innebörd genom att arbeta med öppna utsagor. Målet är att eleverna ska utveckla sina föreställningar om likhetstecknet som en *relation* mellan beräkningar på varje sida. Lika viktigt är det att engagera eleverna i konstruktiva matematiska resonemang. Att diskutera alternativa uppfattningar om innebörden av likhetstecknet kan utmana eleverna att undersöka och testa de uppfattningar som motiverar deras påståenden. När uppgiften  $4 + 8 = 5 + ?$  ska lösas är det viktigt att inse att eftersom 5 är ett mer än 4 måste det sökta talet vara ett mindre än 8.

Skriv en utsaga i taget på tavlan och diskutera vilka tal som ska stå i de tomma rutorna för att varje utsaga ska vara sann.

a.  $3 + 5 = \square$

b.  $8 = 3 + \square$

c.  $3 + 5 = \square + 5$

d.  $3 + 5 = \square + 3$

e.  $8 + 5 = \square + 0$

f.  $8 + 5 = 13 + \square$

g.  $15 + 16 = 15 + \square$

h.  $15 + 16 = 14 + \square$

i.  $28 + 32 = 27 + \square$

- Jämför utsaga *a* och *b*. Vad är lika? Vad skiljer dem åt? Vilket tal ska stå i den tomma rutan för att utsaga *b* ska vara sann? Någon kanske hävdar att "svaret" ska komma direkt till höger om likhetstecknet och att man inte kan skriva så som i *b*. En återkoppling till tals helhet och delar kan vara fruktbar. Om vi vet att den ena termen i talet 8 är 3 så vet vi samtidigt att den andra termen måste vara 5 eftersom 3 och 5 är 8-kamrater. Vad vet vi då mer utan att räkna efter? Vi vet att  $5 + 3 = 8$ . Kan eleverna komma på fler samband? Vad vet vi om  $8 - 3$ ? Vad vet vi om  $8 - 5$ ?





- I  $c$  har vi  $3 + 5$  på ena sidan likhetstecknet och  $5$  på den andra sidan. Vad krävs för att skapa likhet? Jämför  $c$  med  $d$ .
- Uppmuntra eleverna att resonera om  $e$  och  $f$  och addition med  $0$ . Vilka uppfattningar har eleverna? Jämför nollornas placeringar. Spelar de någon roll i sammanhanget? Vad händer när vi adderar med noll?
- Hur resonerar eleverna om utsaga  $g$ ? Behöver vi räkna fram svaret? Hur vet vi säkert, utan att räkna, att vår utsaga är sann?
- Jämför  $h$  och  $i$ . Uppmuntra eleverna att resonera sig fram till en förklaring till varför de inte behöver räkna fram svaret.

## Eleverna rättar lösningar

Syftet med aktiviteten är att eleverna individuellt, i lugn och ro, ska reflektera över likhetstecknets användning genom att möta andra elevers lösningar till öppna utsagor. De ska avgöra om svaret är sant eller falskt och försöka motivera sina ståndpunkter. I den efterföljande diskussionen ska eleverna även försöka förklara hur den elev som har löst uppgiften kan ha tänkt, både ifråga om korrekta och felaktiga lösningar.

Det är en fördel om eleverna gör anteckningar som stöd för sina uppfattningar. Förklara aktiviteten för eleverna och presentera de uppgifter som de kan välja mellan. Aktiviteten finns även på ett separat arbetsblad.

Elever i årskurs 3 har löst följande uppgifter. Välj en. Skriv S om du anser att lösningen är sann och F om den är falsk. *Varför* anser du att den är sann eller falsk? Skriv det. Hur tror du att eleven som gjort lösningen kan ha tänkt? Skriv gärna det också.

$$a. 8 + 4 = \boxed{12} + 4$$

$$b. 2 + 9 = \boxed{17} + 6$$

$$c. 7 + 5 = \boxed{9} + 3$$

$$d. \boxed{18} + 15 = 17 + 16$$

$$e. 57 + 86 = \boxed{59} + 84$$

$$f. \boxed{63} + 50 = 62 + 49$$

$$g. 58 + 76 = \boxed{354} + 0$$

$$h. 27 + 48 - \boxed{48} = 27$$

$$i. \boxed{345} + 568 - 568 = 353$$

$$j. 120 - \boxed{80} = 80 + 120$$

## Diskutera tillsammans

Det övergripande syftet med diskussionen är att eleverna muntligt och med stöd av sina anteckningar ska förklara och motivera sina uppfattningar. Genom att reflektera över och försöka förklara hur någon annan tänkt kan eleverna bli medvetna om sitt eget tänkande och sina egna uppfattningar, som i sin tur kan tas som utgångspunkt för givande diskussioner.

## Gemensam beskrivning av vad likhetstecknet är

Syftet med lektionens avslutande del är att ni tillsammans sammanfattar vad ni har undersökt och diskuterat och framför allt vilka uppfattningar som har kommit fram och vilka av dessa som är matematiskt hållbara.



I den inledande aktiviteten med öppna utsagor diskuterade ni inte enbart likhet utan även relationer inom och mellan uttrycken på var sida. En central funktion hos likhetsbegreppet är att om  $a = b$  så betyder det att i varje tänkbart aritmetiskt uttryck där  $a$  förekommer kan vi *byta ut* det mot  $b$  utan att uttrycket ändrar värde. Ett ganska avancerat sätt att förstå likhet är att det är den enda relationen mellan tal som har egenskapen ovan. Det är värt ett försök att göra denna egenskap – att likhet betyder utbytbarhet – tydlig.

Skriv er gemensamma text om likhetstecknets innebörd på blädderblock eller annat sätt och sätt upp den på lämplig plats i klassrummet. Återkom till texten och utöka den vartefter ni prövar och kommer fram till fler gemensamma ståndpunkter.



## Hur har eleverna tänkt?

Elever i årskurs 3 har löst följande uppgifter. Har alla gjort rätt?

Välj en uppgift. Skriv S om du anser att lösningen är sann och F om den är falsk.

Varför anser du att den är sann eller falsk? Skriv det.

Hur tror du att eleven som gjort lösningen kan ha tänkt? Skriv det också.

a.  $8 + 4 = \boxed{12} + 4$

b.  $2 + 9 = \boxed{17} + 6$

c.  $7 + 5 = \boxed{9} + 3$

d.  $\boxed{18} + 15 = 17 + 16$

e.  $57 + 86 = \boxed{59} + 84$

f.  $\boxed{63} + 50 = 62 + 49$

g.  $58 + 76 = \boxed{354} + 0$

h.  $27 + 48 - \boxed{48} = 27$

i.  $\boxed{345} + 568 - 568 = 353$

j.  $120 - \boxed{80} = 80 + 120$

