

## Progression i undervisning av tal i bråkform

I denna artikel presenteras hur progression av tal i bråkform kan komma till uttryck i kursplan, i läromedel och i undervisning från förskolan till högstadiet. Författaren beskriver också utifrån en egen studie hur lärare kan arbeta för att skapa progression i den undervisning som eleverna möter.

Ordet progression används vanligtvis för att beskriva elevers kunskapsutveckling och lärande. I denna artikel används ordet progression för att beskriva kvaliteter i undervisningen. Kvalitet innebär här att undervisningen tar utgångspunkt i elevers förståelse och utmanar dem genom att ställa ökande krav och samtidigt ge relevant stöd genom utbildningen. Om elever enbart får repetera kunskap, alternativt får för höga krav, reduceras deras möjligheter till kunskapsutveckling. Ökade krav i undervisningen kan vara en motivationsfaktor för eleverna men innebär inte per automatik att de lär sig.

I kursplanen finns en tänkt progression i ämnesinnehållet mellan stadierna. Problemet är att progressionen i det centrala innehållet om bråk inte är särskilt tydligt framskriven. Bråk nämns inte specifikt i förskolans läroplan, däremot står det uttryckt att barn ska utveckla förståelse för talbegrepp. Det inbegriper bland annat förståelse för tals uppdelning i lika stora delar, vilket kan ses som en förkunskap till tal i bråkform. Del av helhet och del av antal skrivs i styrdokumentet fram både i förskoleklass och i åk 1–3. ”Enkla tal i bråkform” nämns i åk 1–3 och ”tal i bråkform” i åk 4–6. På båda stadierna lyfts det fram att eleverna ska arbeta med hur bråk används i vardagliga situationer. I åk 4–6 vidgas området till att de ska förstå sambandet mellan tal i bråkform, decimaltal och procent. Den tydligaste skillnaden mellan stadierna är övergången till åk 7–9 då eleverna ska genomföra beräkningar med tal i bråkform.

Det centrala innehållet ger en otydlig bild av progressionen mellan stadierna. Vad är det som är nytt för varje stadium och vilka nya utmaningar är det som elever ska möta? Vad är skillnaden mellan enkla tal i bråkform och tal i bråkform? Var i ligger progressionen i hur bråk används i vardagliga sammanhang? Det är inte särskilt enkelt att upptäcka dem i vardagen. För att läsa recept kanske någon tänker, vilket skulle kunna vara ett exempel för lågstadiet, men genom det digitaliserade samhället är allt fler recept angivna i decimalform. Det blir sedan en utmaning att identifiera vilka vardagliga exempel som kan användas på mellanstadiet.

## Progression i läromedel

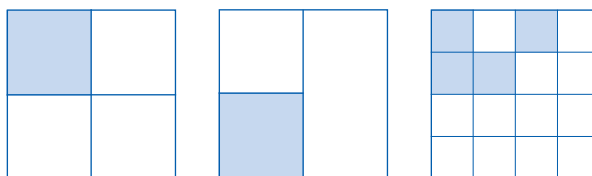
När kursplanen är otydlig vänder sig lärare ofta till läroböcker för att hitta svar. Eftersom läromedel inte granskas i Sverige finns det ingen som kontrollerar kopplingen till styrdokumentet eller progression i innehållet mellan stadierna. Det blir därför upp till varje lärare att jämföra läromedel och titta på progressionen i dem. I en jämförelse mellan två läromedel, en för åk 4 och en för kurs 1b på gymnasiet, framkom att progressionen kring bråk inte är särskilt stor och att det finns en hel del upprepningar. I båda böckerna ska eleverna ange storlek på bråk, utifrån cirklar i åk 4 och utifrån chokladkakor på gymnasiet. I båda böckerna ska eleverna avgöra vilket av två bråk som är störst. Bråken har både olika nämnare och täljare.

Ett exempel från åk 4 är talen  $\frac{1}{4}$  och  $\frac{4}{10}$  och ett från gymnasiet är  $\frac{2}{3}$  och  $\frac{5}{6}$ .

Uppgifternas svårighetsgrad i de båda böckerna är närmast identiska. Vad ger det för signaler till elever och hur påverkar det motivationen för ämnet när de får möta samma innehåll om och om igen?

## Elevernas förståelse för del av helhet på olika stadier

När jag analyserade elevernas kunskaper om bråk på olika stadier blev det uppenbart att de hade liknande svårigheter att tolka bilder på "del av helhet" oavsett stadium – trots att del av helhet ingår som ett centralt innehåll redan på lågstadiet.



Den "klassiska" bilden längst till vänster av  $1/4$  tolkade nästan alla elever korrekt, oavsett stadium. När bilden förändrades något, exempelvis genom att en linje togs bort eller en del av det skuggade området flyttades en bit, blev eleverna osäkra på om bilden representerar  $1/4$  eller inte. Även i åk 7 var det 40% av eleverna som angav att dessa något omgjorda bilder inte representerar  $1/4$ . När några av eleverna i åk 5 skulle förklara om bilden längst till höger är  $1/4$ , uttryckte de att "om man flyttar de skuggade områdena till hörnet så är det  $1/4$ ". Utifrån elevernas uttalanden går det inte att säkert avgöra om de vet att bilden representerar  $1/4$  eller om de anser att det färgade området måste flyttas för att bilden ska representera  $1/4$ .

Även på lärutbildningen har jag låtit studenter svara på om bilderna representerar  $1/4$  eller inte. Det finns studenter som efter genomförda gymnasiestudier fortfarande inte är säkra på del av helhet när det gäller enkla tal i bråkform.

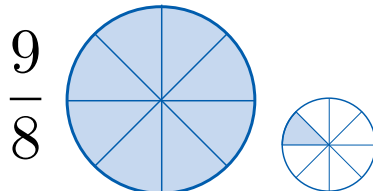
Mina resultat visar sammantaget att många elever, inklusive lärarstudenter, har liknande förståelse för del av helhet på alla stadier. Vad innebär då progression i undervisning om elever har liknande förståelse oavsett stadium? Om undervisningen ska ta utgångspunkt i elevers förståelse kanske uppgifterna i gymnasiets lärobok är relevanta, det vill säga att man ska repetera det som elever ännu inte kan? För att svara på den frågan behöver man först söka

förklaring på varför eleverna inte skapat förståelse för del av helhet. En möjlig förklaring kan vara de representationer av del av helhet som elever möter under sin skolgång. Redan i förskolan möter barn delning av äpplen. Äpplet kan enbart delas enkelt på ett sätt i fjärdedelar (i klyftor) och barnen blir då begränsade i sin förståelse kring delarnas utseende. I skolan möter elever sedan bilder på cirklar, pizzor och tårtor samt kvadrater uppdelade på det ”klassiska” sättet. Risken är att elever befäster en bild på 1/4 istället för förståelse för del av helhet.

## Några dilemman kring progression av del av helhet

Om kvaliteten i undervisningen på de lägre stadierna brister och elever fortfarande har svårigheter att förstå del av helhet på högstadiet, eller till och med på gymnasiet, kan det bli ett hinder för progression. En enkel utväg kan då bli att repetera, likt tidigare nämnda läromedel. Men om den undervisning som elever mött tidigare inte lett till hållbara begrepp kan man ifrågasätta om repetition är rätt väg att gå. När eleverna möter liknande bilder på del av helhet på alla stadier visar undervisningen ingen progression, vilket medför att eleverna inte får nya utmaningar. För att skapa ökad förståelse behöver eleverna istället få undervisning om del av helhet genom stor variation av bilder, material och vardagshändelser. Eleverna behöver även få sätta egna ord på sin förståelse av del av helhet. Då kan lärarna få syn på de olika sätt som eleverna förstår bråk på och kan utmana eleverna från den nivån.

Ett annat dilemma är att laborativa material, bilder men framför allt vardagliga händelser kan bli ett hinder för elevernas kunskapsutveckling och därmed även för progression i undervisningen. Detta är särskilt intressant eftersom vardagliga situationer poängteras i kursplanen. Elevernas förståelse för hur tårtor används i vardagen stämmer inte alltid överens med hur bråk används i matematiken. För att ge ett exempel från högstadiet använde några elever tårtor för att beskriva bråk större än 1 som till exempel  $9/8$ . Eleverna förklarade att  $9/8$  är två tårtor som båda är indelade i åttondelar, att det är åtta bitar från den ena tårtan och en bit från den andra tårtan. Så långt var det korrekt, men eleverna uttryckte även att de båda tårtorna inte behöver ha samma storlek. De motiverade det med att på kalas bjuder man ibland på en stor och en liten tårta. För att konkret material eller vardagshändelser ska kunna leda till lärande behöver lärarna fundera över val av material, använda flera olika material samt förklara skillnaden mellan vardag och matematik.



## Vägar för att utveckla progression

Min erfarenhet av arbete med progression är att lärare får i uppgift att definiera vad elever ska kunna efter varje årskurs. Då progression handlar om en kvalitet i undervisningen, att utifrån elevers förståelse ge dem nya utmaningar, behövs fler sätt att utveckla progression än att bryta ner det centrala innehållet i nya mål för varje årskurs på ett stadium. Lärare behöver istället utveckla en tydlig bild över vad elever kan på olika stadier, men även vilket undervisningsinnehåll de får möta. Min studie om tal i bråkform startade i ett nytt arbetslag, sammansatt från förskolan till och med högstadiet, där jag var handledare. Vi skapade en modell för hur arbetet skulle gå till med inspiration från aktionsforskning, det vill säga syftet var att förbättra progressionen från förskolan till

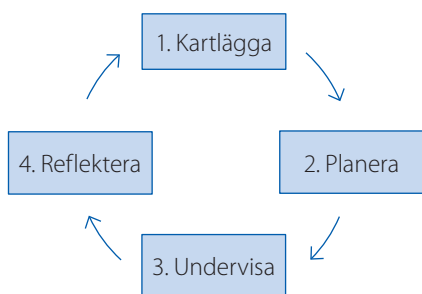
och med högstadiet. Redan vid första mötet uttryckte lärarna osäkerhet om hur progressionen såg ut på deras skola. Högstadieläraren sa: Det skulle inte förvåna mig om jag gör detsamma som de gör i förskolan.

## Modellen vi använde

Tre lärare från grundskolans olika stadier och en förskollärare träffades regelbundet under drygt ett år. Grundskollärarna arbetade i olika arbetslag på samma skola och förskolläraren arbetade på en närliggande förskola. Lärarna berättade att det var vattentäta skott mellan arbetslagen, de hade inget naturligt samarbete sedan tidigare. Under året planerade, genomförde och reflekterade lärarna över undervisning på de olika stadierna. Lärarna läste även litteratur om undervisning av bråk.

För att ta utgångspunkt i elevernas förståelse genomfördes en *kartläggning* i respektive klass, genom kortare samtal i förskolan och skriftliga test i skolan. Oavsett stadium innehöll de skriftliga testen flera liknande uppgifter.

Resultatet på testen sammanställdes uppgift för uppgift och skickades till lärarna inför kommande *planeringsmöte*. På mötet, som varade i två timmar, analyserades kartläggningen och två lektioner planerades för varje stadium. Lärarna genomförde lektionerna och *undervisningen* videofilmades. Jag granskade filmerna och valde ut delar som lärarna fick studera under ett *reflektionsmöte*, vilket också varade i två timmar och utgick från två frågeställningar:



- ◇ Vilken förståelse för bråk visar eleverna?
- ◇ Hur kan undervisningen utformas utifrån elevernas förståelse?

Reflektionsmötena avslutades med att lärarna skrev ner sina lärdomar. Dessa låg till grund för nästa planering. En cykel i modellen tog cirka två månader.

Att analysera elevers förståelse handlar inte enbart om att ta reda på om eleverna har förstått det matematiska innehållet eller inte. Analys innebär i detta sammanhang att ta reda på hur eleverna förstår något för att ta utgångspunkt i det vid den fortsatta undervisningsplaneringen. Genom att lyssna på eleverna i undervisningen identifierar lärare frågeställningar som kan utveckla elevers resonemang utifrån deras förståelse.

## Kollegialt lärande med hjälp av olika redskap

Samarbetet mellan stadierna och skolformerna visar att lärare kan arbeta för att utveckla progression. Det kollegiala lärandet byggde på analys av flera olika data: litteratur, kartläggningar, planeringar och videofilmer. Analysen var en viktig faktor för att synliggöra och förbättra progressionen. Kartläggningen var en förutsättning för att lärarna skulle kunna ta utgångspunkt i elevernas kunskapsnivå eftersom de inte kände eleverna. På planeringsmötena var resultatet av kartläggningen och litteratur i fokus i samtalen. Att läroboken aldrig nämnades kan bero på att lärarna inte kände till hur läroboksuppgifter på de andra stadierna ser ut.

En viktig lärdom var att kartläggningen inte gav tillräcklig information om elevernas förståelse för att skapa progression. Den gav enbart information om vilka uppgifter eleverna inte svarade korrekt på. Videon däremot möjliggjorde en analys av elevernas förståelse i undervisningen och synliggjorde vad som påverkade elevernas kunskapsutveckling. Det kunde handla om hur eleverna förstod bråk utifrån ett visst laborativt material, det vill säga om det laborativa materialet varit ett stöd för att utveckla förståelse för bråk. Frågeställningarna bidrog till att belysa elevernas förståelse och att underlätta för framåtblickande, vilket gjorde att fokus inte hamnade på den undervisande läraren i samtalen. Dessutom var gruppen ansvarig för utfallet på lektionerna eftersom de hade planerat dem tillsammans.

En annan viktig ingrediens var lärarnas olika erfarenheter av undervisning på olika stadier som blev en motor för fördjupade resonemang om progression av bråk. I samtalen var det tydligt att lärarna hade olika matematiska och didaktiska kunskaper, vilket var en tillgång. Något som dock behövde uppmärksammas i samtalen var när allmänpedagogiska frågor fick större fokus än det matematiska innehållet. Ett exempel var från ett planeringsmöte inför åk 9, när en lärare föreslog att undervisningen skulle handla om skolavslutningen som var en närliggande händelse. Idén var att eleverna skulle få problemuppgifter knutna till skolavslutning, men det fanns ingen tanke om vad eleverna skulle lära sig. Vid denna händelse bröt en annan lärare in och påtalade att de istället skulle ta utgångspunkt i resultatet på kartläggningen. Även i videoanalysen var det viktigt med lärarnas olika erfarenheter då alla lärare inte enskilt uppmärksammade hur eleverna förstod det matematiska innehållet. Om lärare inte gör det kan de inte heller sätta in åtgärder i sin undervisning. Detta synliggör sammantaget styrkan i det kollegiala samarbetet över stadierna, men även att lärare efter genomförd lärarutbildning behöver fortsatt utbildning i att exempelvis analysera elevers förståelse.

En av lärarnas lärdomar var att eftersom progressionen av bråk var matematisk fanns det risk att det var liknande bekymmer inom andra matematikområden och i andra ämnen. De framförde till sin rektor att de ville fortsätta arbeta med progression och dessutom få berätta om sina lärdomar för kollegorna. När lärare är medvetna om vilka krav som ställs på olika stadier kan det underlätta förståelsen av sin egen roll i undervisningen; att veta vad eleverna redan har med sig och vart de ska.

## LITTERATUR

- Drageryd, K., Erdtman, M., Persson, U. & Kilhamn, C. (2012). *Tallinjen – en bro mellan konkreta modeller och abstrakt matematik*. *Nämnamnaren* 2012:3.
- Nagy, C. (2017). *Fler bråk i matematikundervisningen: En aktionsforskningsstudie där lärare lär om progression*. Licentiate thesis, Göteborgs universitet, Göteborg.
- Svedberg, L. (2016). *Pedagogiskt ledarskap och pedagogisk ledning: teori och praktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Säfstöm, A. (2017). Progression i högre utbildning. *Högre Utbildning*, 7(1).