KÄNGURUSIDAN

De insända resultaten från den Kängurutävling som gick i mars 2003 finns nu sammanställda på Nämnarens webbplats. Där hittar du också tävlingsuppgifterna med svar, korta lösningar och förslag till hur man kan arbeta vidare. Att döma av anmälningarna så deltog mer än 160 000 elever i de tre klasserna Ecolier, Benjamin och Cadet. De allra flesta lärarkommentarerna vi fått in är positiva. Där finns t ex flera som uttrycker ”svårt och roligt”, att elever fått oväntat bra resultat, att uppgifterna är annorlunda och inspirerande. Kritiken rör främst tiden – 75 min verkar för lång tid av schematekniska skäl och för att eleverna inte är vana vi längre arbetspass. Vi tackar för både ris och ros.

Vi vill än en gång betona att Kängurutävlingen inte ska ses som ett prov eller ett test på det man läst i skolan. Nej, vi strävar efter att ge exempel på matematik som är bra och stimulerande att arbeta med i olika åldrar. Det är inte meningen att alla ska hinna allt. De flesta elever får välja vilka uppgifter de ska arbeta med. Det är meningen att alla elever ska hitta engagerande utmaningar. Möjligen saknades i våras tillräckligt svåra problem för en del elever?

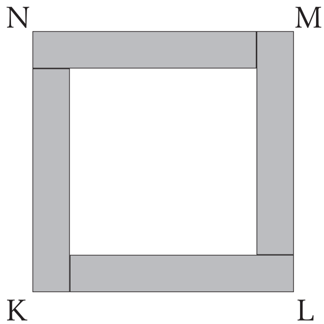
Nästa år funderar vi på att minska tiden till 60 min och ge färre problem – Ecolier 16, Benjamin 18 och Cadet 20 uppgifter. Vad tycker du om det? Några uppgifter ska vara lika i alla tre – så att vi kan studera utvecklingen (förhoppningsvis positiv kunskapstillväxt), t ex inom geometri, taluppfattning, sannolikheter. I slutet ska det finnas något, kanske två riktigt svåra problem. Som buffert eller stimulans för elever som skyndar sig igenom de ordinarie uppgifterna kunde det finnas minst ett knepigt problem som kräver lite extra och där lösning ska presenteras. För snabba och säkra elever skulle det fungera som en extra utmaning.

Några svåra uppgifter?

Vi tar denna gång upp några uppgifter som gav lägre lösningsfrekvenser än vi väntat oss. Deessa uppgifter handlar alla om relationer – mellan geometriska objekt, mellan storheter och mellan tal och de testar förståelse av väsentliga begrepp i matematiken. Det handlar mer om att resonera än göra, mer om relationellt tänkande än instrumentellt. Först är det uppgift Ecolier 12, som också var Benjamin 10. På UPPSLAGET i detta nummer diskuterar vi detta. Det verkar ha varit den svåraste uppgiften på Ecolier (< 10% lösningsfrekvens i åk 3 & 4) och en av de svåraste på Benjamin, knappt 20% i åk 5 & 6. Vad kan det bero på?

Vi tar tacksamt emot erfarenheter och tankar kring den uppgiften och de uppgifter som presenteras nedan.

Benjamin 18



Kvadraten KLMN är sammansatt av en vit inre kvadrat och fyra likadana färgade rektanglar.

Var och en av de färgade rektanglarna har omkretsen 40 cm. Hur stor area har kvadraten KLMN?

A: 440 cm^2 B: 400 cm^2 C: 160 cm^2

D: 80 cm^2 E: Går inte att avgöra

Egentligen är väl detta en ganska lätt uppgift om man tar sig tid att reflektera över hur figuren är ritad och var man återfinner olika längder? Kvadratens KLMN sida är ju summan av längderna av rektangelns lång- och kortsida, dvs halva omkretsen som är 20 cm. Kvadratens area svarar tydligen mot alternativ B: 20 cm · 20 cm = 400 cm^2 . En intressant uppföljning kan vara att studera den inre vita kvadratens area. Den varierar beroende på relationen mellan längd och bredd i den färgade rektangeln. Hur? Vad beror det på att den yttre rektangelns KLMN area är oberoende av relationen mellan längd och bredd, men den inre kvadratens area varierar?

I den föregående uppgiften jämförde vi längder. I Benjamin 21 ska vi jämföra priser. Motsvarande uppgift finns också i Ecolier och Cadet.

Benjamin 21

I cafeterian finns dricka att köpa i glas, flaska och burk. Ett glas och tre burkar kostar tillsammans lika mycket som fyra flaskor. Tre glas och två burkar kostar också lika mycket som fyra flaskor. Vad vet vi om priset på glaset och burken?

A: En burk kostar lika mycket som två glas.
B: En burk kostar lika mycket som tre glas.
C: Ett glas kostar lika mycket som en burk.
D: Ett glas kostar lika mycket som två burkar.
E: Det går inte att avgöra.

Det resonemang som kan användas är karakteristiskt för matematiken. Det kan gälla olika storheter t ex vikter då man leds till att tänka på en balansvåg eller mer generellt då det blir ekvationstänkande:

1 glas (g kr) och 3 burkar (3b kr) har samma pris som 3 glas (3g kr) och 2 burkar (2b kr) dvs $g + 3b = 3g + 2b$. Tar vi undan 1 glas och 2 burkar från vardera ledet, så får vi att 1 burk kostar lika mycket som 2 glas, dvs A gäller.

En uppgift som också handlar om relationer är Cadet 2. Även den gav lägre lösningsfrekvens än vi väntat. I uppgiften gäller det att *se* relationen mellan täljaren och nämnaren, att avgöra värdet av ett uttryck:

Cadet 2

$$\frac{2003 + 2003 + 2003 + 2003 + 2003}{2003 + 2003} =$$

A: 2003 B: 1/3 C: 3 D: 5/2 E: 6009

Täljaren är 5 gånger så stor som 2003, nämnaren 2 gånger så stor som 2003. 2003 kan ersättas med vilket tal som helst (t ex a eller 1), kvoten bevarar sitt värde 5/2.

$$\frac{5 \cdot 2003}{2 \cdot 2003} = \frac{5 \cdot a}{2 \cdot a} = \frac{5}{2}$$

För att reflektera mera kan man ändra antalet termer i täljare och nämnare och resonera kring vilket värde det nya uttrycket får:

$$\frac{2003+2003+2003+2003+2003}{2003+2003}$$

$$\frac{2003+2003+2003}{2003}$$

$$\frac{143+143+143}{143}$$

$$\frac{3x+3x+3x}{3x}$$

I Cadet 7 vet vi inte vad varje papegoja kostar men väl vad ett antal papegojor kostar i genomsnitt:

Cadet 7

Det fanns 5 papegojor till salu i djuraffären. Deras genomsnittliga pris var 6000 kr. En dag när burarna skulle rengöras flög den vackraste papegojan iväg. De fyra återstående gojorna hade nu det genomsnittliga priset 5000 kr. Vad kostade papegojan som rymde?

A: 1 000 kr B: 5 500 kr C: 6 000 kr
D: 8 000 kr E: 10 000 kr

Uppgiften handlar om förståelse av medelvärde. Innan rengöringen av burarna var papegojornas totala värde fem gånger så stort som medelvärdet: 5×6000 kr dvs 30 000 kr. När den vackraste papegojan flugit iväg hade totala värdet sjunkit till 4×5000 kr = 20 000 kr. Den vackraste papegojans värde: 30 000 kr – 20 000 kr

Lös liknande uppgifter: Ex. I ett fotbollslag med 11 spelare är medelåldern 26 år. En av spelarna blir utvisad och medelåldern för de återstående är då 25 år. Hur gammal är den utvisade spelaren?

Den uppgift på Cadet som gav allra lägst lösningsfrekvens (ca 10% i både åk 8 & 9) var följande:

Cadet 17

Min lastbil väger 2000 kg utan last. När jag startade i morse var lasten 80 % av bilens totala vikt. Jag tippade sedan av en fjärdedel av lasten. Hur stor del av bilens totala vikt utgjorde den last som var kvar?

A: 20 % B: 25 % C: 55 %
D: 60 % E: 75 %

Uppgiften prövar förståelse av procent och relationen mellan del och helhet. Eftersom lasten är 80% av totalvikten så är bilens vikt 20% av totalvikten eller 2000 kg. Lasten som är 80% av totalvikten är alltså 8000 kg. En fjärdel, 2000 kg tippas av. 6000 kg last dvs 75% av bilens totala vikt återstår.

Ett annat sätt att lösa uppgiften är med hjälp av ekvation:

Antag att lasten väger x kg.

Det ger $x = 0{,}80(x + 2000)$ med lösningen $x = 8000$ kg. Efter tippningen återstår 6000 kg.

Frågor att fundera över:

Vilket sätt är enklast? Vilket sätt är bäst på kort sikt? På lång sikt? Kanske man ska kunna lösa uppgiften på båda sätten?

Ett sätt att fördjupa utbytet av uppgiften är att fundera över: Hur stor del av lasten ska man tippa av för att få de andra svarsalternativen?

På Nämnarens webbplats finner du alla tävlingsuppgifterna för 2003 med svar, korta lösningar och förslag på hur man kan arbeta vidare med uppgiftsidéerna.

Ge gärna synpunkter inför nästa års tävling!

Göran Emanuelsson