

Fermiproblem och klassrumskultur

Med hjälp av väl valda antaganden kan ett till synes olösligt problem lösas och eleverna får på vägen utveckla sin problemlösningsförmåga. En särskild typ av öppna problem och deras möjliga roll för elevernas förväntningar på undervisningen diskuteras.

För en tid sedan fick jag tillfälle att intervjua några elever om vad kunnande och lärande i matematik innebär. Eleverna gick sista terminen på gymnasiet och hade haft skolmatematik i nästan tolv år. En av dem sa något som gjorde mig orolig. ”I matematik finns det bara ett rätt svar, men i andra ämnen kan det finnas flera rätta svar.” Flera andra elever uttryckte samma sak, att det i matematik bara finns ett rätt svar som man ska nå fram till, annars har man gjort fel. Varför är det så? Måste det vara så?

I läroböcker är många uppgifter konstruerade på det viset eftersom de syftar till att träna en specifik matematisk färdighet hos eleven. Då kan det vara önskvärt med ett enda rätt svar som eleven kan kontrollera sin lösning mot. Men här går någonting förlorat. Om det bara kan finnas ett rätt svar kan kommunikationen i och om matematik hämmas. Det kan bli svårare att ta mod till sig och argumentera för sin lösning på ett problem, om man har ett avvikande svar.

Jag ser ett ansvar som ligger hos mig som lärare att flytta fokus i elevernas arbete från att finna ett svar till att reflektera kring karaktären av svaren, antalet svar och olika sätt att finna dem (Skott m fl, 2010, s 339).

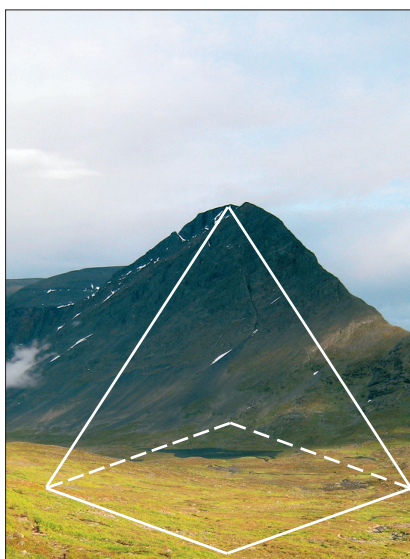
Att utmana elever med öppna frågeställningar genom hela deras skoltid kan vara en möjlig väg. En särskild typ av frågeställning som förefaller lämplig i detta sammanhang är *fermiproblem*. Namnet kommer från fysikern Enrico Fermi som ofta roade sig själv och sina elever med att ge till synes omöjliga frågor fullt rimliga svar med hjälp av några väl valda antaganden.

Vad är ett fermiproblem?

Följande karaktärsdrag kan sägas beskriva ett fermiproblem.

1. Problemet är öppet. Val av modeller och strategier är helt fritt.
2. Uppskattningar är nödvändiga.
3. Man ska bara använda sig av sådant man redan vet eller lätt kan ta reda på.
4. Svaret är i praktiken omöjligt eller mycket svårt att kontrollera.

(Törefors, 1998)



Vad väger Kebnekaise?

Denna fråga går det inte att ge ett snabbt svar på. Som problemlösare behöver man göra några kloka antaganden och ta reda på de fakta som behövs. Målet är inte att finna det exakta svaret, som kanske inte ens finns, utan ett rimligt svar – ett svar man kan argumentera för. Ett exempel på hur man kan resonera: Kebnekaise är ca 2100 meter högt. Anta att berget är format som en pyramid med kvadratisk bottenarea. Anta vidare att sidorna i bottenytan är lika stor som höjden. Volymen på berget kan nu bestämmas.

$$\text{Volymen} = \text{basytan} \cdot \text{höjden} / 3 \approx 3,1 \text{ miljarder m}^3.$$

Vad väger då en kubikmeter berg? Ungefär 2,7 ton. Hela Kebnekaise väger då ca 8,4 miljarder ton.

Med några enkla antaganden, informationssökning och geometri besvarades frågan. Är då antagandena rimliga? Kanske en cirkulär bottenarea är mer rimlig? En mindre bottenarea? Det går helt klart att föra en diskussion om huruvida svaret ligger i närheten av vad som kan antas vara rätt eller inte.

Om alla Sveriges bilar vore elbilar, hur många vindkraftverk skulle då behövas för att ladda dem?

Frågor som behöver besvaras på vägen till ett rimligt svar kan vara: Hur mycket energi förbrukar en vanlig bil? Hur många bilar finns det i Sverige? Hur hög effekt har ett vindkraftverk? Här behövs fakta så man lär sig dessutom en del om sin omvärld.

Dessa är bara två exempel. Fermiproblem går att använda med elever på alla stadier. För att lösa Kebnekaise-problemet ovan behöver eleverna kunna något om volymeräkning så den uppgiften kan vara lämplig för grundskolans senare årskurser. Det går även att ställa en hel del avancerade frågor till gymnasieelever. *Vilket marknadsvärde har en 1 km³ stor metallisk asteroid?* Redan i årskurs 2 kan vi fråga: *Hur många blad har ett träd?* (Ekenkrantz, 2005). I nästa artikel i detta nummer ställs frågan *Hur många katter finns det på Hasslö?* till elever från förskoleklass till årskurs 6. Med ökande mognad formulerar eleverna olika strategier för att komma fram till ett rimligt svar.

Med de möjligheter till informationssökning som finns så lätt tillgängliga idag blir valet av fermiproblem något förändrat jämfört med för 20 år sedan. Om det är lätt att finna svaret på en fråga på nätet så är det inte längre en fermifråga, jämför med punkt 4 ovan. Frågan *Hur många atomer finns det i universum* som ser ut som en typisk fermifråga. Idag är det lätt att finna svaret direkt på nätet (ca 10⁸⁰) så problemet ger ingen matematisk utmaning längre. Däremot kan möjligheterna att söka information öppna för frågeställningar som det annars hade varit svårt att finna nödvändig information till. *Vad finns det flest av, människor på jorden eller bakterier i ett gram jord?* Här kan nätresurser inom biologi snabbt ge de tal som behövs för att lösa problemet.

Fermiproblem och klassrumskultur

För att utmana den uppfattning som många elever uppenbarligen har, nämligen att det bara finns ett rätt svar i matematik behövs det uppgifter som får elever att omvärdera sina förväntningar på vad matematikundervisning kan innehålla. De kan erbjudas en breddad syn på matematikens kultur och

tillsammans med sin lärare omförhandla det som kallas för det didaktiska kontraktet (Blomhøj, 1994).

Jonas Bergman Ärleback (2009) har gjort en sammanställning av skäl till att arbeta med fermiproblem i undervisningen. En av aspekterna som han lyfter fram är realism. Problemen är realistiska i den bemärkelsen att eleven kan relatera till det sammanhang som problemet ingår i. Det behöver inte nödvändigtvis vara en verklighet som vi kan uppfatta med våra sinnen. En fiktiv verklighet kan också ha omvärldskaraktär som exempelvis en saga, en fabel, ett dataspel, något som utgår från elevens vardagsliv. Matematikundervisning som innehåller realistiska fermiproblem har därför potential att engagera elever att pröva sina matematikkunskaper inom egna intresseområden.

I kursplanerna finner man ytterligare stöd för användning av fermiproblem då dessa kan leda till att eleverna behöver använda matematikens uttrycksformer för att samtala om samt argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser. Att arbeta med fermiproblem erbjuder bra möjligheter till ett ämnesintegrerat arbetssätt, ger eleverna möjligheter att utveckla ett kritiskt tänkande och att få arbeta med självdifferentierande uppgifter samt med modellering. Det gäller bara att lägga fram med omsorg valda fermiproblem. Till denna artikel finns på Nämnaren på nätet förslag på fermiproblem för arbete med elever i olika åldrar och tillsammans med andra skolämnen.

En tidig introduktion av fermiproblem torde inte vara särskilt bekymmersamt. Om man däremot vill arbeta med problemen högre upp i åldrarna kan det vara bra att ha svar på en ofta förekommande fråga: Kommer det på provet/betyget? För att visa att man som lärare menar allvar med att använda fermiproblem för att träna elevernas förmågor bör man även utvärdera elevernas kunskaper med samma typ av uppgifter. Risken är annars att fermiproblem får karaktären av förströelse och då inte får elevernas fulla engagemang. I en utvärdering som inkluderar fermiproblem bör resonemangen på vägen mot en lösning och elevens rimlighetsbedömning av svaret vara grund för bedömningen.

Om undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat så platsar fermiproblem utmärkt i undervisningen. Om eleverna dessutom ska ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer, så är saken klar.

LITTERATUR

- Bengtsson, H-U. (2001). Fågelskit. *Nämnaren* nr 1.
- Blomhøj, M. (1994) Ett osynligt kontrakt mellan elever och lärare. *Nämnaren* nr 4.
- Ekenkrantz, L. (2005). Hur många blad har ett träd? *Nämnaren* nr 2.
- Nordell, B. (1994). Att uppskatta myggor. *Nämnaren* nr 1.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H. C. med Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare: Delta Didaktik*. Malmö: Gleerups.
- Törefors, J. (1998). För allt smör i Småland. *Nämnaren* nr 3.
- Ärleback, J. B. (2009) On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Vol. 6, no.3, s 331–364. Tillgänglig 2011-09-01 på http://www.math.umt.edu/tmme/vol6no3/Arleback_article3_vol6no3_pp331_364.pdf