

Trivsel i åpne landskap

En vitenskapsteoretisk diskusjon omkring matematikdidaktikkens forankring

Bjørnar Alseth og Truls Kobberstad

I artikkelen gis en beskrivelse av forskjellige typer forskning som kan kalles matematikdidaktisk. Forskningen blir kategorisert etter Habermas' tre virksomhetsområder for vitenskapelig arbeid: empirisk-analytisk, historisk-hermeneutisk og kritisk vitenskap, og også slik disse områdene er forsøkt tilpasset matematikdidaktisk forskning av Bishop. En beskrivelse av utvalgt forskning innen matematikdidaktikk de siste 30 årene kan tyde på at fagfeltet har beveget seg fra å ha tyngdepunkt i empirisk-analytisk og kritisk/skolastisk-filosofisk forskning til nå å være jevnere spredt utover alle tre områdene. Hensikten med å påvise en slik utvikling er at dette bør få konsekvenser for hvordan forskning i matematikdidaktikk bør utføres og vurderes.

Innledning

Dette er en artikkel som diskuterer plasseringen av feltet *matematikdidaktikk* i en vitenskapsteoretisk sammenheng. Det sies gjerne (i norsk sammenheng) at didaktikk er bygget opp av vurderinger omkring undervisningens *hva, hvordan og hvorfor*. Forstavelsen *matematikk-* viser til at didaktiske teorier settes i sammenheng med et konkret matematisk innhold. Mens pedagogikk noe forenklet omhandler læren om undervisning og oppdragelse, blir matematikdidaktikken noe mer enn et pedagogisk emne. Ved for eksempel å befatte seg med vurderinger knyttet til begrunnelser, utvalg, strukturering og tilrettelegging av et matematisk fagstoff, vil matematikdidaktikk omhandle og integrere både andre disipliner enn pedagogikk (ikke minst matematikk) og i tillegg de fleste emnene som bygger opp fagfeltet pedagogikk.

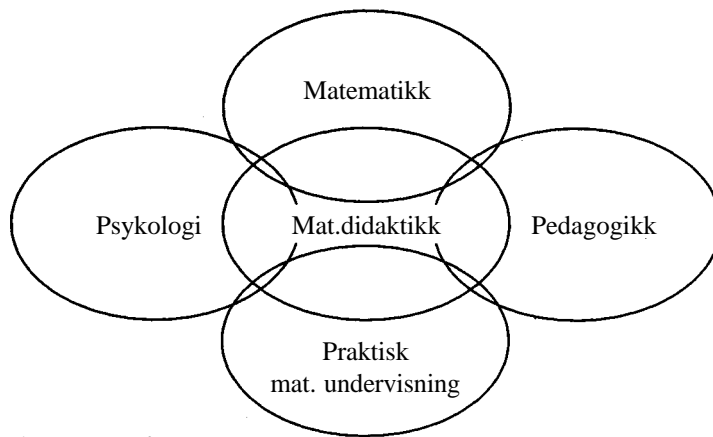
Bjørnar Alseth er høgskolelektor ved Høgskolen i Telemark, avdeling for lærerutdanning, og doktorgradstudent ved Universitetet i Oslo.

Truls Kobberstad er høgskolelektor ved Høgskolen i Oslo, avdeling for lærerutdanning, og doktorgradstudent ved Universitetet i Oslo.

Matematikkdidaktikk er et fagfelt som kan knyttes til andre disipliner. Naturligvis har matematikk som vitenskapsfag alltid hatt en innflytelse. Matematikere har vært opptatt av hvordan de selv har lært matematikk og av egne barn eller barnebarn sin matematiske tenkning. Også gjennom sin interesse for *hva* som skal undervises i skolen har matematikere øvet en påvirkning. Dette har blant annet vært synlig i debatter om skolematematikken skal avspeile vitenskapsfaget eller om man i skolen i større grad skal legge vekt på praktisk anvendelse av matematikk. Enkelte matematikere har studert fagets historie, og gjennom det arbeidet har de fokusert på temaer som opptar forskere innen matematikkdidaktikk i dag.

Den andre store påvirkningsfaktoren innen matematikkdidaktisk forskning har vært *psykologi*. Gjennom hele dette århundret har psykologi vært en toneangivende disiplin overfor skoleorientert forskning. I Norge kan dette for eksempel ses gjennom den sterke vektleggingen av psykologi i universitetenes praktisk-pedagogiske utdanning. Noe forenklet kan man si at mens matematikere har vært opptatt av hva som bør undervises, har psykologene vært opptatt av hvordan stoffet læres og dels også hvordan en lærer bør undervise. Psykologene har i den sammenheng bidratt både med teorier omkring læring og undervisning og med metoder for å forske på disse feltene. I tillegg til at matematikere har latt seg inspirere av psykologien, har psykologene vært interessert i å bruke matematikk som et redskap for å studere læring. Grunnen til det er antageligvis matematikkens aksiomatiske og logiske oppbygning. Dette nære forholdet mellom psykologer og matematikere har ført til dannelsen av en matematikkdidaktisk interessegruppe, PME, *The Psychology of Mathematics Education*. Denne gruppen kan sies å være en av de ledende i det matematikkdidaktiske fagmiljøet i dag, med sine arbeidsgrupper og årvisse konferanser. En gjennomgang av psykologiens og matematikkens påvirkning på forskning innen matematikkdidaktikk er gjort av Kilpatrick (1992).

I senere tid har forskning innen matematikkdidaktikk også grenset mot andre disipliner. Wittmann (1984) plasserer matematikkdidaktikk som et eget fagfelt mellom matematikk, psykologi, matematikkundervisning og pedagogikk. Etter Wittmanns figur skal matematikkdidaktikk altså integrere disse tre fagfeltene og praktisk undervisning:



Figur 1: Wittmans figur

I den senere tid har også andre disipliner influert fagfeltet. Dette gjelder spesielt sosialantropologi og sosiologi. Nylig ble to numre av *Educational Studies in Mathematics* viet sosio-kulturelle tilnærminger til undervisning i matematikk (ESM, nr 1-2, 1996).

Schoenfeld har uttalt:

... in addition to collaborating with mathematicians, mathematics educators, AI researchers, and cognitive scientists, I now get to collaborate with anthropologists and social theorists.
(Schoenfeld, 1987, s. 38).

Schoenfeld kunne gjerne legge til historikere, pedagoger og filosofer. Dette åpner for en mengde muligheter, både teoretisk og metodisk, for å studere læring og undervisning i matematikk. Denne beskrivelsen av matematikdidaktikk som et fagfelt med delvis overlapp henimot andre vitenskaper egner seg godt for å framheve nettopp et slikt mangfold, men dessverre er ikke slike beskrivelser spesielt nyttige verken i forhold til *normative kriterier* for hvordan forskning bør gjennomføres eller i forhold til *analytiske kriterier* for å vurdere et forskningsarbeid. Problemet ligger i at de fagfeltene som matematikdidaktikken skal integrere, i seg selv ikke er ensartede og klart definerte. For eksempel har det i dette århundret vært mye diskusjon omkring *hva* matematikk er som vitenskapsfag gjennom retninger som logisisme, intuisjonisme og formalisme (for eksempel Fosgerau, 1992). Enda mer problematisk er det å definere hva matematikk er langs dimensjoner som "redskap", "estetisk område" og "skolefag" (Niss, 1994), og i tillegg kan man naturligvis stille spørsmålstegn ved om disse dimensjonene er passende. Når det gjelder pedagogikk og psykologi, vil det være like store variasjoner i forskjellige forsøk på å gi en beskrivelse av disse vitenskapene. Derfor

får det å plassere matematikdidaktikk som fagfelt mellom disse vitenskapene ingen direkte følger for vitenskapelig arbeid innen matematikdidaktikk. Eventuelle følger kommer først til syne ved en analyse av hva som igjen konstituerer disse støttedisiplinene, en analyse av vitenskapsteoretisk natur.

I denne artikkelen vil vi forsøke å legge *et grunnlag* for en diskusjon av kvalitet på forskning innen matematikdidaktikk. Vi påstår at et slikt grunnlag kan legges gjennom en plassering av fagfeltet i en vitenskapsteoretisk ramme. Som utgangspunkt bruker vi dels Habermas' tre virksomhetsområder for vitenskapelig arbeid og dels en matematikdidaktisk tillempling av disse områdene som Bishop (1992) har gjennomført. Grunnen til det er at disse kategoriene kan brukes til å påvise en bredde innen virksomheter som karakteriseres som matematikdidaktisk forskning. I tillegg viser kategoriene en utvikling av fagfeltet til å ligge nærmere de *humanistiske* vitenskaper. Gjennom artikkelen prøver vi dermed å beskrive et mangfoldig og åpent landskap som matematikdidaktiske forskere kan bevege seg i. Selv om artikkelen gir en analytisk og ikke normativ beskrivelse av matematikdidaktisk forskning, legger framstillingen føringer for en videre diskusjon av kvalitet på matematikdidaktiske forskningsarbeider. På den ene siden vil en utvikling i fagfeltet medføre at tidligere oppfatninger om kvalitet på forskningsarbeider må vurderes på nytt. På den andre siden vil en stor åpenhet i hva som teller som matematikdidaktisk forskning sette spørsmålsteget ved hvorvidt det i det hele tatt er mulig og i beste fall hensiktsmessig å innføre kriterier for slik kvalitetsvurdering.

Konstituering av vitenskap

I en beskrivelse av vitenskap er det hensiktsmessig å skille mellom den aktuelle vitenskapens *resultater* (i form av kunnskap, oppfinnelser og annet), hvordan den framstår som en *virksomhet* (de handlinger som vitenskapsmennene utfører) og vitenskapen som et *sosialt system*. Disse tre aspektene vil gi forskjellige beskrivelser av en vitenskap og dermed også forskjellige grenseoppganger mellom nærliggende vitenskaper. I denne artikkelen begrenses diskusjonen til virksomhetsaspektet ved matematikdidaktisk forskning.

Vitenskap som virksomhet kan igjen deles inn i tre kategorier: *forskning*, *formidling* og *vitenskapelig basert praksis* (som legevirksomhet, ingeniørarbeid og lignende). Her avgrenses diskusjonen videre til forskningsaspektet ved matematikdidaktisk virksomhet. Dette skyldes dels en avgrensning av plasshensyn og dels at dette aspektet avslører en interessant utvikling innen fagfeltet når

det gjelder dets forhold til naturvitenskapelige disipliner. I det følgende vil vi altså se på matematikdidaktikk gjennom de metodene som en forsker innen fagfeltet bruker, på hvordan han forholder seg til sine undersøkelsesobjekter, til de innsamlede data, til analysen og presentasjonen av resultatene fra forskningen, og til teori og vitenskap.

Tre områder for vitenskapelig arbeid

Hvilke interesser er det som dirigerer forskningen? I følge Popper (Kragh & Pedersen, 1991) er forskerens sannhetssøken den eneste reelt styrende interesse. Habermas (1974) derimot gir et ganske annet svar. I følge ham er det nødvendigvis en sammenheng mellom vitenskapelig erkjennelse og den interesse som er styrende for forskerens arbeid. Dermed etableres det som kan sies å være Habermas' sentrale tese:

*... al videnskabelig erkendelse har en iboende "politisk" karakter.
(Kragh & Pedersen, 1991, s. 240).*

Ved å betrakte de vitenskapelige utsagn i forhold til forskningens forutsatte referansesystem,

*... faller det objektivistiske skinn bort og lar en erkjennelsesledende interesse komme klart til syne
(ibid., s. 19),*

Av spesiell interesse nevner Habermas tre kategorier av forskningsprosesser hvor det etter en slik avsløring er mulig å påvise en sammenheng mellom den aktuelle vitenskapens konstituerende metodologi og dens erkjennelsesledende interesser: de empirisk-analytiske vitenskaper, de historisk-hermeneutiske vitenskaper og de kritisk orienterte vitenskaper. Han beskriver dem som følgende fra Ödman (1979):

Empirisk-analytisk vitenskap

Her råder en teknisk kunnskaps-/erkjennelsesinteresse. Forskerne er opptatt av hvordan man kan kontrollere ulike objekter eller prosesser. De produserer kunnskap om sammenhenger, spesielt om årsak-virkningsforhold. Forskingen fører til kvantitative og objektive resultater.

Historisk-hermeneutisk vitenskap

Interessen er knyttet til forståelse og til mellommenneskelig formidling av forståelse. Forskningens objekter er menneskelige handlinger, utsagn, tekster og lignende, og forskerne søker etter mulig innhold, mulige egenskaper i disse objektene. Slike egenskaper

formidles og forstås gjennom språklig tolkning, og tolkning er hermeneutikkens fremste kunnskapsform.

Kritisk orientert vitenskap

Denne vitenskapens interesse er individets og kollektivets frigjøring. Forskernes hovedanliggende er å avsløre ideologier gjennom kritikk slik at vi kan se det vi alt har sett i et nytt perspektiv.

Bishop (1992) bruker varianter av disse tre områdene når han utlegger sine perspektiver på forskning innen matematikdidaktikk. Han kaller dette tre *forskningstradisjoner*. Med tradisjon mener han noe man ikke kan velge på samme måte som et paradigme:

One doesn't choose a research tradition as one might a research paradigm; one is part of it, as a result of upbringing, education, cultural background, and research training.
(*ibid*, s. 712).

Deretter gir han en beskrivelse av de tre forskningstradisjonene og av forskning innen matematikk-didaktikk som hører hjemme i de forskjellige tradisjonene. Han bruker altså tradisjonene som et analyseverktøy, og det virker noe underlig at den individuelle forskeren eller et forskningsmiljø ikke skal kunne velge, i det minste i en viss grad, hvilken tradisjon man vil arbeide i. På den andre siden virker det noe lemfeldig å hevde at man kan "velge" et forskningsparadigme. En slik uttalelse underkjenner betydningen av paradigmebegrepet og tyngden i det Kuhn kaller normalvitenskapelig arbeid (Kragh & Pedersen, 1991) .

Bishop finner det nødvendig å gjøre endringer av Habermas' områder for å kunne fange det matematikdidaktiske forskningsfeltet bedre. Han gir ikke selv noen framstilling av Habermas' teori eller av hva endringene består i. Han nøyer seg med å uttale at:

This analysis has several connections with Habermas' 1972 analysis, extended into educational research by Carr, 1985.
(*Bishop 1992, s. 712*).

Det at han velger andre kategorier og etablerer egne definisjoner uten å relatere disse til Habermas' områder, gjør hans framstilling noe uklar. Dette blir utdypet seinere. Hans tre tradisjoner er kort forklart:

Den empirisk-naturvitenskapelige tradisjon

Her er målet å *gi forklaringer* på ting som skjer i klasserommet. Her arbeides det med objektive data/fakta som kan underbygge forklaringene.

Pedagogtradisjonen

Målet her er en direkte forbedring av undervisningen. Teori er akkumulert "visdom" som kan deles mellom lærere, og bevis samles inn kvalitativt gjennom studier av enkelte, typiske situasjoner.

Skolastisk-filosofisk tradisjon

Hensikten med forskningen er å etablere en rigorøs, velargumentert teori, teorien angir en idealisert situasjon som undervisningen må strekke seg imot.

Analogien til Habermas' områder er åpenbar, og vi vil diskutere forskjeller og likheter i neste del. Bishop plasserer deretter forskjellige matematikkdiraktiske forskningsarbeider i henhold til disse tradisjonene: amerikansk og russisk forskning karakteriseres som tilhørende den empirisk-naturvitenskapelige, engelsk forskning tilhører pedagogtradisjonen, mens tysk og fransk forskning i stor grad havner innenfor den skolastiske filosofiske tradisjon. Nederlandsk og skandinavisk forskning plasserer han mellom pedagog- og den skolastisk-filosofiske tradisjonen. Han framhever selv at en slik kategorisering av andres forskning har store begrensninger, men at den kan gi en klargjøring av hva han legger i kategoriene. Kategoriernes hovedhensikt er å fungere som analyseredskaper av matematikkdiraktisk forskning selv om, som han sier, i et spesifikt forskningsprosjekt:

... the three components of research all recognizably present in some role. (ibid. s. 713).

I det følgende vil vi forsøke å plassere matematikkdiraktisk forskning etter de tre områdene/tradisjonene som Habermas og Bishop skisserer og forsøke å påvise en utvikling av fagfeltet innenfor disse kategoriene. Samtidig diskuteres selve kategoriene.

Utviklingstrekk i matematikkdiraktisk forskning

Som tidligere nevnt, har matematikere og psykologer i lang tid bedrevet forskning som kan kalles matematikkdiraktisk. Utover 60-tallet økte forskningsaktiviteten på dette feltet sterkt, og det kan hevdes at fagfeltet ble konstituert i denne perioden. Da ble de første store konferansene holdt for forskere i matematikkundervisning, blant annet i Georgia, USA i 1967, som i følge Kilpatrick:

... seemed to mark the beginnings of true interdisciplinarity and community among researchers in mathematics education. (Kilpatrick 1992, s. 25).

Et par år seinere ble *The First International Congress on Mathematical Education*, ICME 1, avviklet i Lyon, Frankrike. ICME arrangeres hvert fjerde år og er de største konferansene for forskere i matematikdidaktikk. I tillegg ble flere vitenskapelige tidsskrifter startet i denne perioden: *Educational Studies in Mathematics* i 1968, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* i 1969 og *Journal for Research in Mathematics Education* i 1970.

I det følgende gis noen glimt av matematikdidaktisk forskning fra den perioden fram til i dag. Det er ikke mulig av plasshensyn å gi en utfyllende beskrivelse, derfor er noen områder valgt ut: tysk og amerikansk forskning. Det er heller ikke artikkelens hensikt å gi en fyllestgjørende gjennomgang av disse landenes forskning, men ved å gi enkelte glimt håper vi å kunne vise at fagfeltet i en viss grad har endret plassering i det vitenskapsteoretiske landskapet.

Empirisk-analytisk og empirisk-naturvitenskapelig forskning

Amerikansk forskning innen matematikdidaktikk bar på 60-tallet et sterkt preg av et naturvitenskapelig ideal. Dette forfektes blant annet av Begle i hans forelesning på ICME 1:

I see little hope for any further substantial improvements in mathematics education until we turn mathematics education into an experimental science, until we abandon our reliance on philosophical discussion based on dubious assumptions and instead follow a carefully correlated pattern of observation and speculation, the pattern so successfully employed by the physical and natural sciences.
(Begle, 1969, s. 242).

Hensikten var å bygge generelle teorier ved hjelp av naturvitenskapelig arbeidsmåte. Begle utdypet hvordan dette burde gjøres ved å påpeke nødvendigheten av å starte med utstrakte, empiriske observasjoner av matematikkundervisning og læring av matematikk. Dette ville lede til en oppdagelse av regulariteter som igjen ville lede til formulering av hypoteser. Hypotesene skulle dernest testes ut mot videre empiriske studier. På den måten satte han opp en vei fra "ren" observasjon til generelle teorier. Denne veien syntes nærmest å være en nødvendighet, Begles oppskrift er en algoritme som nødvendigvis fører til oppdagelsen av lovmessigheter. Han målbar dermed Bacons ideal: samle empirisk materiale, så vil det automatisk generere passende teorier. At et slikt ideal har fascinert matematikdidaktikere også seinere er diskutert av Kopperstad (1994). Kopperstad påviser at forskning omkring og undervisning i matematisk problemløsning i Norge på 70- og 80-tallet i stor grad var påvirket av denne "*Baconske drøm om en oppdagelsens algoritme*".

Etter Habermas' kategorier, befinner Begle seg trygt plassert i den empirisk-analytiske vitenskapens virksomhetsområde, og like uproblematisk er det å plassere ham i Bishops empirisk-naturvitenskapelige tradisjon. Det er innen denne kategorien Habermas og Bishop er mest enige, og vi vil derfor i det følgende omtale denne type forskning med en fellesbetegnelse: *naturvitenskapelig*.

Begle utviser en sterk tro på at empiriske data er objektive og på eksistensen av generelle teorier som forklarer hvordan elever lærer og hvordan de bør undervises. Som han sier:

It will be a long time before we can say that for this particular student and this particular teacher and this particular concept, the best pedagogical procedure is thus and so. But this matter is so important that continued investigation on a wide scale is imperative...
(Begle, 1969, s. 240).

Utover 70-tallet begynte denne sterke troen på engang å finne generelle, foreskrivende teorier å avta noe. I forbindelse med ICME 3 i 1976 holdt Bauersfeld en orientering om rådende forskning innen matematikdidaktikk. Han hevdet at:

... the development of more complicated teaching-learning theories has been favoured.
(Bauersfeld, 1976, s. 231).

Hensikten var fremdeles å bygge generelle teorier, men man innså at slike teorier måtte være svært kompliserte.

Den samme utviklingen mot økt kompleksitet er godt beskrevet av Koehler & Grouws (1992) som presenterer en historisk utvikling av forskning på matematikklæreres praksis med hovedvekt på amerikanske arbeider. De hevder at forskningen kan karakteriseres som en utvikling gjennom 4 nivåer. Det første nivået angår stort sett forskning fram til 1950. Her antas det at karakteristiske trekk ved en lærer *direkte* påvirker elevenes utbytte av undervisningen. Forskning på dette nivået går ut på å beskrive trekk ved en lærer som av forskeren vurderes til å være en "god" lærer. Denne forskningen vil være subjektiv og gi en svært forenklet beskrivelse av det som skjer i et klasserom.

Forskning på nivå to og tre utvider interessefeltet til å inkludere elev-/læreratferd i klasserommet og elevkarakteristika (kun nivå tre). I tillegg vil forskeren i større grad se på elevens utbytte av læringsprosessen. Typiske studier her er store observasjonsstudier hvor klasseromsprosesser korreleres med elevers resultater på tester i en empirisk-analytisk tradisjon. Nåtidig forskning befinner seg stort sett på nivå fire. Her betraktes undervisning som en svært kompleks

prosess. Et skille fra nivå tre er at forskerne ikke lenger ser det som mulig å skille forskning på undervisning fra forskning av læring. Studier av *hva* som påvirker lærerens og elevens atferd i klasserommet, har vist at bildet er atskillig mer komplisert enn det forskningen på de tidligere nivåene har antatt.

Schoenfeld (1987) gir en utleverende framstilling av sin egen rolle som forsker innen matematikkdiraktikk. Han målbærer på sett og vis den utviklingen som til nå er skissert. Hans forskning fra 70- og begynnelsen av 80-tallet var i stor grad av naturvitenskapelig karakter, rettet mot foreskrivende modeller for god undervisning. Men den økte erkjennelsen av kompleksiteten i læring og undervisning som Koehler & Grouws påviser, førte til at han fikk mistro til slike modellers foreskrivende kraft og at han heller ville bruke mer kvalitativt orienterte metoder med sikte mot en bedre forståelse av lærings- og undervisningsprosessene:

Originally inspired by Polya's ideas and intrigued by the potential for implementing them using the tools of artificial intelligence and information processing psychology, I set out to develop prescriptive models of heuristic problem solving... (In moments of verbal excess I was heard to say that my research plan was to "understand how competent problem solvers solve problems, and then find a way to cram that knowledge down students' throats.") Catch me talking today, and you'll hear me throwing about terms like metacognition, belief systems, and "culture as the growth medium for cognition"; there is little or no mention of prescriptive models.
(Schoenfeld, 1987, s. 30).

Vi har fremdeles store empirisk-analytiske studier av naturvitenskapelig karakter. Et eksempel på noe som på 90-tallet har preget matematikkdiraktisk forskning i Norge i svært stor grad er TIMSS-prosjektet. Det er en internasjonal studie der over 500.000 elever deltok, som blant mye annet fokusere på:

"the comparative efficacy of different approaches to the teaching of mathematics on student outcomes"
(Robitaille, 1992).

Denne studien har en naturvitenskapelig grunnstruktur, men den inkluderer også aspekter som er av fortolkende karakter.

Historisk-hermeneutisk forskning satt opp mot pedagogtradisjon
Kilpatrick påstår at fagfeltet har tatt et skritt vekk fra naturvitenskapelig virksomhet:

A movement in mathematics education research over the past decade or so has led it away from the empirical-analytic tradition and, rather haltingly, toward interpretive and (to a lesser extent) critical approaches. (Kilpatrick 1992, s. 4).

Kilpatrick's ordvalg gjør det nærliggende å tro at han refererer til Habermas' kategorier selv om dette ikke er eksplisitt nevnt. Han karakteriserer forskning med en tolkningstilnærming med:

... one tries (...) to understand the meanings that the learning and teaching of mathematics have for those who are engaged in the activity, (ibid, s. 4).

Innen matematikdidaktisk forskning i dag er det mange forskere som studerer enkeltelever og enkeltlærere i deres naturlige læringsmiljø. Et godt eksempel på slik forskning er Barbara Jaworskis studie av tre lærere (1994). Den studien har en etnografisk design, med innsamling av store mengder kvalitative data og med teoribygging på grunnlag av analyse av disse dataene. Hun gjør i analysen grundig rede både for sin egen personlige bakgrunn, for sitt teoretisk ståsted, for gjennomføringen av studien, for hvordan analysen foregikk, for hvordan forskningsprosjektet utviklet seg under gjennomføringen osv. Framstillingen har et personlig og til dels skjønnlitterært preg. Dette er en studie hvor forskeren gjør en tolkning av det hun observerer. Ved både å gjøre rede for det hun observerer og veien fram til de tolkningene hun har gjort, forsøker hun å la leseren ta del i hennes egen forståelse av det hun har observert.

Mens forskning innen den naturvitenskapelige tradisjonen produserer kunnskap om sammenhenger, om årsak-/virkningsforhold, består kunnskap innen historisk-hermeneutisk forskning av tolkninger. Bishop knytter sin pedagogtradisjon innledningsvis tett opp til denne kategorien. Hans videre bruk av denne kategorien viser imidlertid at han skiller noe lag med Habermas. Dette gjelder diskusjonen omkring forskjellen mellom forskning som sikter mot å beskrive "hva er" i motsetning til "hva bør". Her hevder Bishop, i tråd med Habermas, at naturvitenskapelig forskning i overveiende grad sikter mot å gi rene, verdifrie "hva er"-beskrivelser. Men Bishop hevder tilsvarende at forskning innen pedagogtradisjonen sikter umiddelbart mot forbedringer av undervisningen, altså mot "hva bør". Forskere innen en historisk-hermeneutisk tradisjon vil neppe være fornøyd med en slik innsnevring. De vil kunne hevde at det kun er gjennom inngående studier av enkeltelever at man virkelig *kan* forstå et fenomen og dermed gi en fyllestgjørende beskrivelse av fenomenet slik "det er". Hermeneutisk forskning vil altså være like interessert i å gi beskrivelser av hvordan noe er som naturvitenskapen.

Motsvarende forkaster nyere vitenskapsfilosofier påstanden om naturvitenskap som verdifri og nøytral (Kragh & Pedersen, 1991) slik at det også innen slik forskning er et innslag av "hva bør". Dermed er både hermeneutisk og naturvitenskapelig forskning opptatt av både analytiske og normative aspekter. Habermas' områder skiller altså ikke på dette punktet, mens Bishops pedagogtradisjon tilsier et skille vis-à-vis den naturvitenskapelige tradisjon.

Et annet moment knyttet til Bishops pedagogtradisjon og dens sterke vektlegging av hvordan lærere bør undervise, er at forskning innen denne kategorien lett får et snev av en teknisk kunnskaps-interesse. For eksempel nevner Bishop Freudenthal (1973) som et eksempel på forskning innen pedagogtradisjonen. Freudenthal bruker to kapitler på å presentere to forskjellige undervisningsmetoder: den sokratiske metode og den gjenoppfindende (re-invention) metode. I en polemisk stil forteller han hvordan disse metodene kan brukes og om forskjellige aspekter som bør vurderes i tilknytning til dem. Om den første sier han:

*The Socratic method is still one of the fundamentals of teaching.
(ibid, s. 100).*

En forskning som sikter mot å utvikle en undervisningsmetodisk forskrift, er etter Habermas' inndeling empirisk-analytisk, mens Bishop vil kunne plassere den innen pedagogtradisjonen. Bishop vil i tilfeller hvor målet med forskningen er å forbedre undervisningen ved å finne forklaringer på observert adferd, få problemer med å plassere forskningen. Den vil høre hjemme både innen empirisk-naturvitenskapelig og pedagogtradisjonen. Dette er en svakhet ved Bishops analyse-kategorier.

Kritisk forskning i motsetning til skolastisk-filosofisk forskning

Det er større forskjell mellom Habermas og Bishop her enn i de øvrige kategoriene. Grunnen til det er at Bishop har funnet det nødvendig å utvide kategorien for å få plassert forskning innen det som her vil kalles den tyske tradisjonen. Med det menes tysk forskning innen matematikdidaktikk slik den er beskrevet av Steinbring (1992) og Tietze (1992). Det sentrale i denne tradisjonen har vært å finne de beste måtene å presentere et matematisk lærestoff overfor en bestemt gruppe elever. Dette skulle gjøres ved teoretiske analyser av det aktuelle fagstoffet, ved å finne svar på hvordan matematiske teorier kunne *elementiseres* slik at de best kunne formidles til elevene. Utgangspunktet har dermed vært det matematiske faget, de matematiske begrepene, noe som impliserer at den tyske tradisjonen har vektlagt de matematiske aspektene mer enn for eksempel de psykologiske aspektene ved matematikundervisning.

Denne typen forskning skiller seg fundamentalt fra det Habermas mener med kritisk forskning. Kritisk forskning har en *frigjørende* erkjennelsesinteresse i det at forskningen både skal kartlegge lovmessigheter i samfunnet og bidra til en nedbryting av dem. Et slikt perspektiv er fraværende i den tyske tradisjonen. I tillegg er kritisk forskning kjennetegnet ved at forskningen omhandler selvstendig tenkende og handlende mennesker. Forskeren står dermed i et subjekt-subjekt-forhold til det som det forskes på, i motsetning til naturvitenskapens og den tyske tradisjonens subjekt-objekt-forhold. Det at Bishop både inkluderer kritisk forskning og forskning etter den tyske tradisjonen, gir denne skolastisk-filosofiske kategorien et uklart preg, noe som gjør det problematisk å bruke den i den videre analysen. For eksempel sier Bishop følgende om forholdet mellom matematikk og undervisning:

... the Scholastic-philosopher tradition has a strongly mathematical emphasis. (Bishop, 1992, s. 715).

Dette gjelder den tyske tradisjonen i stor grad, kritisk orientert forskning i mindre grad.

Når det så gjelder den tyske tradisjonen, påviser både Tietze (1992) og Steinbring (1992) en utvikling innen fagfeltet. Tietze konkluderer, i likhet med Koehler & Grouws, med at man nå betrakter klasseromsprosesser som svært komplekse. Dermed er det nødvendig å utvide forskningsinteressen til mer enn det å analysere matematiske begrep:

Recent research has placed more emphasis on everyday curriculum in the classroom, on teachers' ideas and subjective theories concerning their quotidian preparation of classes, their subjective learning theories. (Tietze, 1992, s. 52).

Steinbring viser gjennom sin framstilling at matematikdidaktikken nærmer seg Habermas' hermeneutiske forskningsområde. Han hevder at man tidligere så på forskning og læring/undervisning som formidling: forskeren formidlet forskningsresultater til læreren, som denne kunne bruke i sitt arbeid. Undervisning ble sett på som formidling av et lærestoff, av elementariserte matematiske teorier, fra læreren til elevene. Dette synet mener Steinbring har vist seg å være utilstrekkelig, og han framhever i stedet nødvendigheten av å se på *samspillet* mellom teori og praksis, og samspillet/dialogen mellom lærer og elev. Dette er problemområder som er sentrale innen hermeneutisk forskning (Gallagher, 1992).

I Norge viser de tre siste fagplanene for grunnskolen en noenlunde tilsvarende utvikling. Den første av de tre, M74 fra 1974, er bygget

opp omkring vitenskapsfagets emner. Disse emnene skulle presenteres for elevene i en passende, elementarisert form. I den neste, M87 fra 1987, er strukturen nokså lik, med ni hovedemner som avspeiler vitenskaps-faget. I tillegg finnes det imidlertid et tiende hovedemne, problemløsning, som skal prege alle de andre hovedemnene. Dette er et signal om at det finnes deler av den matematiske kompetansen som går utover de enkelte og isolerte fagemnene. Den siste fagplanen, som tas i bruk i høst, L97, viderefører dette. Her er arven fra vitenskapsfaget dempet ved at den grunnleggende strukturen i mindre grad er hentet fra vitenskapsfaget. Hovedemnene er nå i 1. - 4. klasse: matematikk i dagliglivet, tall, og rom og form. I 5. - 7. klasse kommer et emne i tillegg: behandling av data, og for 8.-10. klasse nok et emne: grafer og funksjoner. På det høyeste trinnet tas algebra med sammen med tall. Mens de tidligere fagplanene la vekt på å formidle et matematisk fagstoff på en enkel og strukturert måte, legger L97 vekt på at elevene selv skal utvikle egne algoritmer og finne egne løsninger på praktiske problemer. Dermed viser denne utviklingen en analogi med den som Tietze og Steinbring uttrykker.

Når det gjelder forskning av kritisk karakter, så har en slik retning stått forholdsvis sterkt i Norden. Dette ses ikke minst gjennom arbeider til Mellin-Olsen (1987) og Skovsmose (1994).

Avslutning

Matematikkdidaktisk forskning er i dag preget av et mangfold både når det gjelder både teorier, forskningsmetoder og påvirkning fra andre fagdisipliner. Fagfeltets integrerende karakter medfører at det vil kunne ta lang tid før et paradigme vil sette seg i en slik grad at matematikkdidaktikk blir normalvitenskapelig i Kuhns forstand. Fram til da vil vi måtte leve med, som nå, at forskjellige retninger preger fagfeltet i større og mindre grad. I et slikt uoversiktlig landskap vil vitenskapsteoretiske referanser kunne utgjøre møtesteder for de ulike retningene. Hvis de enkelte forskerne kjenner sin egen og andres vitenskapsteoretiske forankring, muliggjøres samtaler og respekt. Ut fra en slik vitenskapsteoretisk bevisstgjøring blir det mulig for forskere å vurdere andres arbeid på det grunnlag arbeidene fortjener. På denne måten kan vi skape trivsel i det åpne landskapet som matematikkdidaktikken nå utgjør.

Et første skritt i en slik bevisstgjøring vil være å innse at mye matematikkdidaktisk forskning vil ha sterke hermeneutiske islett. Ut fra den analysen som her er gjort, kan det virke som om fagfeltet har hatt en utvikling fra naturvitenskapelig og skolastisk-filosofisk forskning mot en større vekt på hermeneutisk forskning. Hensikten

med forskning er da i mindre grad å finne generelle lovmessigheter og i større grad å forstå (enkelt-) handlinger. Dette gir argumenter i debatten omkring kvalitative versus kvantitative metoder. I metodebøker med en naturvitenskapelig innfallsvinkel presenteres kvalitative metoder som en nyttig forløper til de avgjørende kvantitative studiene. Forskeren bør skaffe seg et kvalitativt innblikk i studieobjektet for bedre å kunne operasjonalisere de aktuelle konstruktene. Deretter kan eventuelle årsakssammenhenger fastslås i en storskalaundersøkelse. Forskning med en hermeneutisk innretning vil kunne snu dette på hodet. Her nøyer man seg ikke med en begrenset, ytre beskrivelse slik den framkommer av en kvantitativ studie. I stedet vil man forsøke å forstå *hvorfor* en hendelse fant sted som den gjorde, og en kvantitativ undersøkelse vil dermed kunne fungere som en forløper til en mer dyptpløyende kvalitativ studie.

En slik utvikling av matematikkdiraktikk som er beskrevet her, medfører at kvalitet i forskningsarbeidet i stor grad vil være forbundet med *hvordan man forholder seg* til teori, metode, data, analyse og framstilling, i mindre grad til *hvilken* teori, metode og så videre man velger. En forsker som unnlater å inkludere slike betraktninger i sitt arbeid, vil kunne karakteriseres som *empirist* etter Alvesson & Sköldbørgs definisjon (1994). En empirist er her en forsker med stor tiltro til empirisk forskning sin evne til direkte å avspeile virkeligheten. En slik forsker lar dermed "data" utgjøre det avgjørende elementet i sitt vitenskapelige arbeid. Forskning oppfattes primært som innsamling, bearbeiding og analyse av data, kvantitativt eller kvalitativt. Teori og empiri hevdes å være klart atskilt, og teoriens verdi slås fast ved utprøving mot data. Empiristen mener at en stringent metode garanterer gode forskningsresultater. Dermed neglisjeres at blant annet kulturelle, språklige og ideologiske faktorer på et komplisert vis gjennomsyrrer all vitenskapelig virksomhet. Den korte historiske gjennomgangen som her er gitt, tyder på at i hvert fall amerikansk matematikkdiraktisk forskning har en slik empirisk tradisjon.

En bevisstgjøring av matematikkdiraktikkens vitenskapsteoretiske forankring, slik det er forsøkt gjort i denne artikkelen, medfører en annen holdning til de fleste aspektene ved vitenskapelig virksomhet innen fagfeltet. En slik bevisstgjøring impliserer et syn på matematikkdiraktisk forskning som en tolkningsaktivitet. Kvaliteten på forskningen forutsetter at forskeren er bevisst på dette og ikke betrakter forskning som en (naiv) empirist.

Litteratur

- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (1994), *Tolkning och reflektion. Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*, Lund: Studentlitteratur.
- Bauersfeld, H. (1976), Research Related to the Mathematics Learning Process. I H. Athen & H. Kunle (red), *Proceedings of ICME 3*, Karlsruhe: ICME 3.
- Begle, E. G. (1969), The Role of Research in the Improvement of Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 2, s. 232-244.
- Bishop, A. J. (1992), International Perspective on Research in Mathematics Education, I. D. A. Grouws (red), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: NCTM - Macmillan Pub. Company.
- Fosgerau, G. (1992), Hvad er matematik? I G. Fosgerau & F. H. Kristiansen (red), *Midt i matematikken*, Århus: KVAN.
- Freudenthal, H. (1973), *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht: Reidel.
- Gallagher, S. (1992), *Hermeneutics and Education*, New York: State University of New York Press.
- Habermas, J. (1971), Vitenskap som ideologi, 2. opplag, Oslo: Gyldendal.
- Jaworski, B. (1994), *Investigating Mathematics Teaching*, London: Falmer Press.
- Kilpatrick, J. (1992), A History of Research in Mathematics Education. I D. A. Grouws (red), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: NCTM - Macmillan Pub. Company.
- Kopperstad, T. (1994), Problemløsning i norsk skolematematikk: Den Baconske drøm om en oppdagelsens algoritme? *Norsk Pedagogisk tidsskrift*, 78, 2, s.79-91.
- Koehler, M. S. & Grouws, D. A. (1992), Mathematics teaching and their effects. I D. A. Grouws (red), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: NCTM - Macmillan Publishing Company.
- Kragh, H. & Pedersen, S. A. (1991), *Naturvidenskabens teori*, København: NNF, 2. utgave.
- Mellin-Olsen, S. (1987), *The Politics of Mathematics Education*, Dordrecht: Reidel.
- Niss, M. (1994), Mathematics in Society. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Robitaille, D. F. (1992), The Third International Mathematics and Science Study. Project Overview. University of British Columbia, Canada.
- Schoenfeld, A. H. (1987), Confession of an Accidental Theorist, *For the Learning of Mathematics*, 7, s. 30-38.
- Sjøberg, S. (1992), *Naturfagenes didaktikk*, Oslo: Gyldendal.
- Skovsmose, O. (1994), *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Steinbring, H. (1992), Dialogue between theory and practice in mathematics education. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Tietze, U.-P. (1992), Mathematical curricula and the underlying goals. I R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (red), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.
- Wittmann, E. (1984), Teaching Units as the Integrating Core of Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics*, 15, s. 25-36.
- Ödman, P.-J. (1979), Tolkning, forståelse, vetande. Hermeneutik i teori och praktik, Stockholm: AWE/GEBERS.

Abstract

The article presents a description of different types of research that might belong to the field of mathematics education (in Norwegian: didactics of mathematics). The research is categorized according to Habermas' 3 areas of scientific work: empiric-analytic, historic-hermeneutic and critical science, and also according to Bishop's adaption of these areas to research in mathematics education. A description of a selected sample of research in mathematics education from the last 30 years indicates a development in the field from being mainly in the empiric-analytic and the critical/scholastic-philosophic tradition, to being more spread across all three areas. The purpose of pointing at such a development, is that this ought to have consequences for how research in mathematics education could be conducted and assessed.

Authors

Bjørnar Alseth is Senior Lecturer at Telemark College, Norway, and PhD student at the University of Oslo.

Truls Kobberstad is Senior Lecturer at Oslo College, Norway, and PhD student at the University of Oslo.

Addresses

Bjørnar Alseth, Telemark College, Department of Education, Lærerskoleveien 40, N-3670 Notodden, Norway.

E-mail: Bjornar.Alseth@hit.no

Truls Kobberstad, Oslo College, Faculty of Education, Pilestredet 52, N-0167 Oslo, Norway.

E-mail: Truls.Kobberstad@lu.hioslo.no
