

Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver

JANNE FAUSKANGER OG REIDAR MOSVOLD

Denne artikkelen bidrar til studier og begrepsfesting av det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk ved å analysere diskusjoner mellom erfarne matematikklærere. Gjennom slike analyser forsøker vi å komme nærmere et svar på hvilke matematiske undervisningsoppgaver de fremhever som sentrale i sitt lærerarbeid. Utgangspunktet for diskusjonene er en liste med sentrale matematiske undervisningsoppgaver presentert i forskningslitteraturen. Resultatene viser at de erfarne lærerne mener at: 1) listen over matematiske undervisningsoppgaver trenger finpuss og presisering, 2) listen må omstruktureres, og 3) listen mangler matematiske undervisningsoppgaver som er viktige i en norsk kontekst. Vi konkluderer med at studier av erfarne læreres syn på hva som er sentrale matematiske undervisningsoppgaver for matematikklærere kan bidra til videreutvikling av den praksisbaserte teorien om undervisningskunnskap i matematikk.

Den kunnskapen lærere trenger for å undervise i matematikk får stor oppmerksomhet i forskningslitteraturen, og ulike teoretiske rammeverk er utviklet (f.eks., Rowland, 2014). Vi tar her utgangspunkt i rammeverket "mathematical knowledge for teaching" (Ball, Thames & Phelps, 2008) – på norsk oversatt til "undervisningskunnskap i matematikk" (forkortet UKM, Fauskanger, Bjuland & Mosvold, 2010).

Matematikklærers arbeid er sentralt i UKM, og UKM kan defineres som "the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics" (Ball et al., 2008, s.395). Lærerarbeid ("the work of teaching") omhandler alt arbeid matematikklærere gjør i tilknytning til matematikk-undervisning, og Ball og Forzani (2009, s.497) definerer lærerarbeid som "the core tasks that teachers must execute to help pupils learn". I sine analyser av matematikklærers arbeid, har forskerne ved University of Michigan forsøkt å identifisere disse "mathematical tasks of teaching" (Ball et al., 2008, s.400). Fauskanger et al. (2010) refererte til disse som "undervisningsarbeidets utfordringer", men i denne

Janne Fauskanger, *Universitetet i Stavanger*

Reidar Mosvold, *Universitetet i Stavanger*

artikkelen kaller vi dem for ”matematiske undervisningsoppgaver” (Herleiksplass, 2015, se tabell 1). Med dette ønsker vi å tydeliggjøre at det er snakk om undervisningsoppgaver matematikklæreren har i forbindelse med lærerarbeidet i matematikk, og vi fokuserer særlig på de undervisningsoppgavene som er matematiske. Vi søker å besvare følgende forskningsspørsmål:

Hvilke matematiske undervisningsoppgaver fremhever erfarne matematikklærere som sentrale i lærerarbeidet?

For å svare på dette spørsmålet analyserer vi erfarne matematikklæreres diskusjoner av Ball et al. (2008) sin liste over undervisningsarbeidets matematiske undervisningsoppgaver (se de 16 undervisningsoppgavene i tabell 1), slik listen ble oversatt av Fauskanger et al. (2010). En hypotese er at hvis norske lærere ikke anser de matematiske undervisningsoppgavene som sentrale i en norsk kontekst, så vil heller ikke teorien om UKM være nyttig for dem. Det blir dermed viktig å undersøke hvordan lærere tenker om de matematiske undervisningsoppgavene forskerne har identifisert. Så langt vi kjenner til er dette tidligere kun undersøkt i en afrikansk kontekst (Kazima, Jakobsen & Kasoka, 2016).

Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver

Ideen om lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver er sentral i den praksisbaserte teorien om UKM (Ball et al., 2008; Hoover, Mosvold & Fauskanger, 2014). Sentralt i teorien ligger dermed en tanke om at det er viktig å studere og begrepsfeste sentrale aspekter ved det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk (Ball & Forzani, 2009). Dette forskningsarbeidet beskriver Ball og Forzani (2009) som ”job analysis”. Resultatet av disse jobbanalysene er blant annet en liste over lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver (se fullstendig liste i tabell 1). Ball et al. (2008) ser på disse undervisningsoppgavene som sentrale og universelle komponenter ved det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk. De flervalgsoppgavene forskerne i Michigan har utviklet for å måle og studere aspekter ved læreres UKM, kan ses på som konkretiseringer av disse matematiske undervisningsoppgavene (Hoover et al., 2014).

Den praksisbaserte teorien om UKM knyttes ofte til et kognitivt perspektiv på kunnskap (se f.eks., Fauskanger, 2015) og Ball et al. (2008) presenterer teorien gjennom en modell som tar utgangspunkt i to kategorier av lærerkunnskap – fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap – som igjen er delt inn i tre underkategorier (for utdyping se Fauskanger et al., 2010). De matematiske undervisningsoppgavene (Hoover et al., 2014) fremheves uavhengig av disse underkategoriene.

I sin norske oversettelse av "tasks of teaching" brukte Fauskanger et al. (2010) "undervisningsarbeidets utfordringer" (se tabell 1). For å fremheve det matematiske i disse utfordringene, vil vi her bruke "lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver". Dette understrekes også i en nylig publisert artikkel, hvor lærerarbeidets oppgaver listet opp i første kolonne i tabell 1 betegnes "mathematical tasks of teaching mathematics"

Tabell 1. *Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver*

Tasks of teaching *	Undervisningsarbeidets [matematiske] utfordringer **
Presenting mathematical ideas	Presentere matematiske ideer
Responding to students' "why" questions	Respondere på elevenes "hvorfor"-spørsmål
Finding an example to make a specific mathematical point	Finne eksempler for å få fram et bestemt matematisk poeng
Recognizing what is involved in using a particular representation	Være klar over hva som involveres når en bestemt framstilling tas i bruk
Linking representations to underlying ideas and to other representations	Knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner
Connecting a topic being taught to topics from prior or future years	Knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år eller til kommende emner
Explaining mathematical goals and purposes to parents	Forklare matematiske mål og hensikter til foreldre/foresatte
Appraising and adapting the mathematical content of textbooks	Vurdere og tilpasse det matematiske innholdet i lærebøker
Modifying tasks to be either easier or harder	Endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende
Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly)	Forklare om elevenes påstander er rimelige (ofte raskt)
Giving or evaluating mathematical explanations	Gi, eller evaluere, matematiske forklaringer
Choosing and developing useable definitions	Velge og utvikle gode definisjoner
Using mathematical notation and language and critiquing its use	Bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken
Asking productive mathematical questions	Stille fruktbare matematiske spørsmål
Selecting representations for particular purposes	Velge ut hensiktsmessige representasjoner
Inspecting equivalencies	Undersøke likheter

Notes. * "Tasks of teaching" (Ball et al., 2008, s. 400); "Mathematical tasks of teaching mathematics" (Hoover, et al., 2014, s. 103). ** "Undervisningsarbeidets [matematiske] utfordringer" (oversatt av Fauskanger, et al., 2010, s. 104); "Lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver" (her).

(Hoover et al., 2014, s. 103) og ikke kun "tasks of teaching" som i tidligere publikasjoner (Ball et al., 2008, s. 400).

Forskerne ved University of Michigan har også endret hvordan de betegner undervisningsoppgavene (Thames, 2009). I tidlige publikasjoner og presentasjoner ble de for eksempel omtalt som matematiske problemer som matematikklæreren måtte løse; Ball og Bass (2003) diskuterte "mathematical problems of teaching", og problemløsning var metaforen. Senere har fokuset endret seg til lærerarbeid og de oppgavene som dette profesjonelle arbeidet består av (Ball & Forzani, 2009). Andre forskere har videreutviklet arbeidet i Michigan gjennom å fokusere på noen få overordnede matematiske undervisningsoppgaver, som å eksemplifisere og forklare (Adler & Ronda, 2014).

I et spesialnummer av NOMAD (nr. 3–4) fra 2014 skriver Hoover et al. (2014, s. 17) at undervisning mangler "shared technical knowledge and language that would distinguish it as a profession". De konkluderer med at det å identifisere disse undervisningsoppgavene "can serve as a common foundation for conceptualizing and measuring mathematical knowledge for teaching internationally" (Hoover et al., 2014, s. 7). Når forskere har forsøkt å oversette, tilpasse og bruke UKM-oppgaver i andre land, har de ofte endt opp i diskusjoner om hvorvidt lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver er universelle, eller om de varierer på tvers av kulturer (f.eks., Delaney, 2008). Internasjonale studier av matematikkundervisning har identifisert store forskjeller i undervisningen mellom ulike land (Stigler & Hiebert, 1999), og med slike kulturelle forskjeller kan en stille spørsmålsteget ved om det er mulig å identifisere matematiske undervisningsoppgaver som er like på tvers av kulturer. Delaney (2008) fant, i sine studier av irsk matematikkundervisning, flere matematiske undervisningsoppgaver enn de som presenteres av Ball et al. (2008). To eksempler er det å dokumentere elevens fremgang i matematikk og å identifisere og beskrive problemløsningsstrategier.

Hoover et al. (2014) hevder at problemstillingen om hvorvidt matematiske undervisningsoppgaver er universelle, er knyttet til synet på hvorvidt matematikkundervisning ses på som en kulturell praksis eller en profesjonell praksis. Stigler og Hiebert (1999) ser på undervisning som en kulturell praksis, og hevder at undervisning er et sammensatt system som følger bestemte kulturelle mønstre. Disse mønstrene er knyttet til kulturelle oppfatninger om læring og undervisning. Ball og kollegaer (eksempelvis Ball et al., 2008) representerer et annet syn på undervisning. De ser på matematikkundervisning som en profesjonell praksis og argumenterer for at lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver kan fungere som et felles fundament for videre forskning på læreres UKM internasjonalt (Hoover et al., 2014). I denne artikkelen støtter vi

oss på et syn på matematikkundervisningen som profesjonell praksis, og vi hevder dermed at det å karakterisere lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver kan være en vei å gå for å utvikle det felles internasjonale språket som mangler. Dette synet innebærer ikke at vi avviser Stigler og Hieberts (1999) syn på at det er kulturelle forskjeller i læreres undervisningspraksis, men det innebærer at vi i liket med Ball og kollegaer (2008) forsøker å fokusere på de aspektene av lærerarbeidet som kan være felles på tvers av kulturer.

Hoover et al. (2014) argumenterer videre at en mulig retning for fremtidig forskning er å studere variert undervisningsarbeid i ulike kontekster, identifisere undervisningsarbeidets matematiske utfordringer, og gjennom å måle og studere læreres UKM i disse kontekstene utvikle en liste matematiske undervisningsoppgaver en kan enes om internasjonalt (se også Kazima et al., 2016). Det å identifisere lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver handler om å se på undervisningsarbeidet med et pedagogisk blikk, da undervisningsoppgavene er avgjørende for å designe og gjennomføre matematikkundervisning (Thames, 2009). Undervisningsoppgavene kan følgelig generaliseres på kryss av ulike tilnærminger til undervisning, og de har potensiale til å tydeliggjøre det matematiske i undervisningen og dermed den kunnskapen lærere har behov for i planlegging og gjennomføring av matematikkundervisning. Basert på dette, hevder vi at listen over matematiske undervisningsoppgaver kan være nyttig både i grunn-, etter- og videreutdanning av matematikklærere. Det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk er komplekst, og det vil derfor være nyttig å kunne forenkle dette sammensatte arbeidet i en liste over undervisningsoppgaver som lærere (og forskere) kan enes om. I grunnutdanningen kan en slik liste fungere som en nyttig og forenklet oversikt over det komplekse lærerarbeidet i matematikk for studentene – noe de faktisk kan øve på (Thames, 2009). For lærerutdannerne kan listen være nyttig for organiseringen av matematikkemnene i utdanningen, og den vil også kunne være nyttig for å tydeliggjøre sammenhengen mellom teori og praksis i utdanningen. I etter- og videreutdanning av matematikklærere vil listen over matematiske undervisningsoppgaver være nyttig for å tydeliggjøre at forskningen og teoriene som kursene bygger på er praksisnære og relevante. Dersom en kan utvikle en liste over matematiske undervisningsoppgaver som matematikklærere kan enes om, vil dette også kunne være et nyttig bidrag til videre profesjonalisering av matematikklæreryrket (Ball & Cohen, 1999; Ball & Forzani, 2009).

Om listen over matematiske undervisningsoppgaver skal brukes på denne måten, er det viktig at lærernes egne stemmer tas på alvor. Undersøkelser av hvordan lærere tenker om de matematiske undervisningsoppgavene forskerne har identifisert blir nødvendig.

Metodisk tilnærming

Med utgangspunkt i den amerikanske versjonen av listen over lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver (tabell 1, venstre kolonne), var vi to forskere som gikk sammen om å oversette de 16 undervisningsoppgavene på listen til norsk (tabell 1, høyre kolonne). Denne oversatte og publiserte listen ble så delt ut til 37 erfarne lærere. Alle er lærere, som i tillegg til egen undervisningsstilling, også arbeider som veiledere for andre matematikklærere. Listen ble delt ut sammen med følgende spørsmål:

1. Er de ulike aspektene ved lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver på listen meningsfulle og relevante?
2. Er de ulike matematiske undervisningsoppgavene på listen relevante i en norsk kontekst?
3. Er det noen matematiske undervisningsoppgaver som mangler på listen?

Respondentene ble bedt om å diskutere seg i mellom, og om å begrunne sine påstander, før de ble invitert inn i en diskusjon tilknyttet spørsmålene ovenfor. Før diskusjonen ble de også bedt om å 1) markere de 3–5 undervisningsoppgavene på listen de mente var viktigst i en norsk kontekst og forklare hvorfor, 2) stryke fra listen de undervisningsoppgavene de mente var lite relevante, samt 3) å skrive inn undervisningsoppgaver de mente manglet på listen. I denne sammenheng er det diskusjonen som analyseres for å få innblikk i hvilke matematiske undervisningsoppgaver lærerne fremhever som viktige i sitt lærerarbeid. Likevel danner også lærernes skriftlige respons (1–3 ovenfor) – som ble samlet inn i etterkant av diskusjonen – et viktig grunnlag for analysen.

Lærerne diskuterte i grupper med utgangspunkt i sine individuelle notater, for så å oppsummere gruppens konklusjoner i plenum. Denne gruppevise oppsummeringen dannet så utgangspunkt for en plenumsdiskusjon og en oppsummering i plenum. Mens lærerne diskuterte, skrev artikkelforfatterne notater med utgangspunkt i listen med undervisningsoppgaver (tabell 1). Når diskusjonen ble oppsummert i plenum, ble dette også gjort gjennom å ta utgangspunkt i listen med undervisningsoppgaver. Oppsummeringen ble dermed nyttet som en kvalitetssikring av forskernes notater, gjennom at vi fikk tilbakemelding på hvordan vår forståelse av gruppenes svar på spørsmålene 1–3 ovenfor stemte med deres oppsummeringer fra gruppediskusjonene. Datamaterialet som analyseres i denne studien er følgelig to forskeres notater fra den gruppevise oppsummeringen, samt fra diskusjon og oppsummering i plenum.

Lærernes argumenter i diskusjonen ble analysert gjennom konvensjonell innholdsanalyse (f.eks., Fauskanger & Mosvold, 2015). Gjennom flere sykluser ble lærernes svar på spørsmålene kodet og kodene ble videre kategorisert. De overordnede kategoriene denne kodingsprosessen til slutt endte opp med, er brukt som deloverskrifter, når resultatene presenteres i resultatdelen. Lærernes skriftlige notater danner grunnlag for analysen, og vi kunne dermed gå tilbake og sjekke om det var samsvar mellom våre notater fra diskusjoner og oppsummeringer og lærernes egne notater. Argumenter fra lærerne som er benyttet for å eksemplifisere resultater, er satt i anførselstegn i resultatdelen.

Lærernes syn på matematiske undervisningsoppgaver

Flere av de erfarne lærerne påpekte at oversettelsen av "tasks" til utfordringer (Fauskanger et al., 2010) var problematisk, da utfordringer er mer negativt ladet enn "tasks" og kan tolkes som å fokusere mer på vanskeligheter ved lærerarbeidet. Dette var også noe vi diskuterte i vårt oversettelsesarbeid, og derfor finner vi det også mer naturlig å bruke "matematiske undervisningsoppgaver", når vi her presenterer resultatene fra vår analyse av hvilke av disse undervisningsoppgavene erfarne matematikklærere fremhever som sentrale i lærerarbeidet.

Lærerne fant en del mangler ved de ulike utfordringene, ved strukturen de er presentert på (tabell 1) og de fant mangler på listen, men undervisningsoppgaven å respondere på matematiske ideer ble fremhevet som god, da ordet "ideer" er tatt i bruk i stedet for "metoder". Lærerne i vårt utvalg mente det var vanlig i en norsk skolekontekst å presentere metoder heller enn matematiske ideer.

Behov for finpuss og presisering av undervisningsoppgaver

Det var stor enighet blant lærerne om at formuleringene på listen gir inntrykk av at lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver knyttes til et tradisjonelt syn på læreren, nemlig læreren som den aktive i undervisningssituasjonen. Et eksempel er undervisningsoppgaven å presentere matematiske ideer. Flertallet av lærerne mente dette ga inntrykk av at det er læreren som presenterer ideene for elever som lytter. To lærere sa at dette også kunne tolkes som "overordnet", og argumenterte for at det å presentere matematiske ideer er viktig, enten læreren "tradisjonelt" presenterer ideene, eller om vedkommende presenterer ideene gjennom å legge til rette for at elevene utvikler forståelse for dem, eksempelvis gjennom utforskende aktiviteter. Tett knyttet til påstanden om tradisjonelt syn på lærerrollen, fremhevet lærerne at læringssynet som kommer

til uttrykk i listen med matematiske undervisningsoppgaver indikerer et kognitivt syn på kunnskap og kunnskapsutvikling (for nærmere diskusjon se Fauskanger, 2015). De anbefalte en omformulering og presisering av mange av de matematiske undervisningsoppgavene for å knytte dem til et mer sosiokulturelt perspektiv på kunnskapsutvikling og tydeliggjøre at "også elever er aktive i undervisningen, ikke bare læreren".

Mange av lærerne argumenterte videre for at enkelte av undervisningsoppgavene var tvetydige og – i større eller mindre grad – burde finpusses. Dette kan muligens knyttes til oversettelsen. Et konkret eksempel er undervisningsoppgaven å stille fruktbare matematiske spørsmål. Lærerne mente at ordet fruktbar var uklart, og kom med forslag som "produktive" og "gode" spørsmål. Begrunnelsen var at undervisningsoppgaven måtte få frem at spørsmål har som hensikt å få elevene til å "begrunne, argumentere og bevisføre". Et annet eksempel knyttes til undervisningsoppgaven å respondere på elevenes "hvorfor"-spørsmål. Flere kommenterte at denne undervisningsoppgaven har "dybde", og blir for snever slik den nå er formulert. Det er like viktig at elevene responderer på lærerens "hvorfor"-spørsmål; "læreren må ikke bare respondere på slike spørsmål, men også stille dem".

Undervisningsoppgaven å undersøke likheter ble fremhevet som annerledes enn de andre undervisningsoppgavene på listen, da denne er "mer matematisk, mens de andre fokuserer mer på lærernes arbeidsoppgaver". Det å undersøke likheter er en matematisk aktivitet, eller en "viktig del av en matematisk prosess" som en av lærerne uttrykte. Det ble argumentert for at denne undervisningsoppgaven er sidestilt med generalisering og argumentasjon og at undervisningsoppgaven dermed burde omformuleres til å "bidra i matematiske prosesser". Hovedargumentet var at både det å undersøke likheter, argumentere og generalisere er inkludert i matematiske prosesser.

Undervisningsoppgavene å velge og utvikle gode definisjoner, slik den nå er presentert, ble foreslått å også inkludere "begreper". Undervisningsoppgaven å bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken ble foreslått utvidet med "å være et matematisk forbilde". Undervisningsoppgaven å velge ut hensiktsmessige representasjoner ble foreslått omskrevet til også å inkludere vurdering av hensiktsmessige fremstillinger som eksempelvis ulike algoritmer for flersifret regning. Undervisningsoppgaven å knytte emnet en underviser i, til emner fra tidligere år eller til kommende emner ble foreslått omformulert slik at den også inkluderte "elevers forkunnskaper og interesser", da det å ta utgangspunkt i elevers forkunnskaper og interesser er viktig "for at elever skal se sammenhenger".

Undervisningsoppgaven å forklare matematiske mål og hensikter til foreldre/foresatte ble foreslått utvidet til også å inkludere elever, ikke minst siden elever ofte deltar i utviklingssamtaler hvor lærer(e) diskuterer med foreldre. Her ble det også fremhevet at det å forklare matematiske mål og hensikter for foreldre er uvanlig i en norsk kontekst. Det ble argumentert for at samtaler mellom lærere og foreldre ofte handlet om andre ting enn forklaring av faglige mål og hensikter.

Bruk av ordet spørsmål ble diskutert tilknyttet mange av undervisningsoppgavene, og det ble foreslått at undervisningsoppgaven å respondere på elevenes "hvorfor"-spørsmål kunne omskrives til å "få frem og respondere på elevers tenkning", noe som de erfarne lærerne mente forutsetter en utforskende tilnærming i matematikkundervisningen. Basert på dette ble undervisningsoppgaven å forklare om elevenes påstander er rimelige foreslått kuttet. Elevers påstander og spørsmål og læreres respons tilknyttet disse kan knyttes til en og samme undervisningsoppgave. Et annet argument var uklarhet i forhold til hva denne undervisningsoppgaven handler om: "Handler det om resultat på oppgaveløsning, eller noe annet?" En lærer fremhevet at det å møte elevers påstander, er sterkt knyttet til lærerens oppfølging, og dermed til undervisningsoppgaven å stille fruktbare matematiske spørsmål, så disse to ble foreslått knyttet sammen.

Behov for omstrukturering av listen

Flere argumenterte for at de ulike undervisningsoppgavene på listen ikke var "på samme nivå". Et eksempel som ble fremhevet, er at undervisningsoppgaven å presentere matematiske ideer er overordnet de andre på listen. Knyttet til den samme undervisningsoppgaven, argumenterte en lærer for at undervisningsoppgaven å bruke matematisk notasjon og språk, og bedømme bruken er underordnet det å presentere ideer. En lærer sa: "Jeg vil gjerne sortere listen. Her er det mye tilknyttet planlegging av undervisning og tilknyttet selve undervisningen, men lite tilknyttet refleksjon i etterkant". En sortering i planlegging av undervisning, undervisning og refleksjon etter undervisning vil kunne synliggjøre om denne lærerens argumentasjon stemmer. Et annet argument i denne sammenheng er at "mange ting på listen henger sammen". En sortering vil kunne synliggjøre hva lærere mener henger sammen.

Flere lærere argumenterte for at flere av undervisningsoppgavene på listen var vanskelige å skille fra hverandre, eller hører naturlig sammen. Et argument var at det å presentere matematiske ideer henger naturlig sammen med det å velge og utvikle gode definisjoner, da definisjon av eksempelvis begreper er et viktig utgangspunkt for på hvilken måte

matematiske ideer presenteres. Et annet forslag var å knytte det å finne eksempler for å få fram et bestemt matematisk poeng sammen med undervisningsoppgaven å endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende. Argumentet her var at eksempler og oppgaver er nært knyttet til hverandre. En annen lærer argumenterte for at undervisningsoppgaven å endre oppgaver slik at de blir mer eller mindre utfordrende er nært knyttet til å vurdere og tilpasse det matematiske innholdet i lærebøker, og at disse to undervisningsoppgavene følgelig kunne slås sammen til en. Det ble også understreket at disse to er underordnet andre undervisningsoppgaver på listen, eksempelvis den første, å presentere matematiske ideer. Et tredje argument var at ulike "typer" oppgaver måtte tydeliggjøres og at "rike oppgaver", og vurdering av slike, måtte inn på listen med undervisningsoppgaver. En lærer argumenterte også for at undervisningsoppgaven tilknyttet lærebøker er "den største utfordringen i skolen" og dermed overordnet de andre. En siste sammenslåing av undervisningsoppgaver på listen som ble foreslått er å flette det å knytte representasjoner til underliggende ideer og til andre representasjoner sammen med undervisningsoppgaven å velge ut hensiktsmessige representasjoner. Her var argumentet at det å knytte representasjoner til underliggende ideer er et utgangspunkt for å kunne velge ut hensiktsmessige representasjoner.

Undervisningsoppgaven å være klar over hva som involveres når en bestemt framstilling tas i bruk ble også diskutert. Da lærerne mente det var uklart hvorvidt "framstilling" er det samme som, eller inkluderer, "representasjon", og dermed bør knyttes til de andre undervisningsoppgavene med fokus på representasjon, heller enn å stå opplistet som en separat undervisningsoppgave.

Mangler ved listen over matematiske undervisningsoppgaver

Det var flere ting som ble fremhevet tilknyttet spørsmålet om matematiske undervisningsoppgaver som mangler på listen presentert i tabell 1. Vurdering ble fremhevet av flere, og en lærer uttrykte det slik: "Kontinuerlig vurdering er viktig for blant annet å kunne velge ut oppgaver, vurdering mangler derfor på listen". På bakgrunn av diskusjonen tilknyttet vurdering, ble "vurdering for læring" foreslått som nytt punkt, eller som en ny matematisk undervisningsoppgave. En av lærernes argumentasjon var at hun fant den kontinuerlige vurderingen for læring som noe av det mest utfordrende med sitt lærerarbeid i matematikk, og at dette var noe en i lærerutdanning måtte fokusere på og gi studentene mulighet til å øve på (jf. Thames, 2009).

Analyse av elevers forkunnskap ble også fremhevet som en mangel på listen. Denne mangelen ble konkretisert med at ”det å predikere elevsvar, elevstrategier og misoppfatninger er viktig”. I diskusjonen ble begrunnelsen knyttet til at slik prediksjon er et utgangspunkt for alle undervisningsaktiviteter en planlegger å invitere elevene inn i. Det ble også fremhevet at prediksjon kan knyttes til en bevisstgjøring om ”hvor elevene skal hen”, og lærerne diskuterte hvorvidt det de kalte ”horisontkunnskap” – eller ”å vite hva elevene kan fra før, og skal lære i fremtiden” – måtte inn på listen.

Flere argumenterte for at de grunnleggende ferdighetene (regning, skriving, lesing, digitale ferdigheter og muntlige ferdigheter) – som vektlegges i norsk skole – manglet. Her var det imidlertid uenighet, da andre argumenterte for at disse ferdighetene var inkludert i utfordringene på listen. Det var enighet blant lærerne om at tilknytning til dagliglivet og anvendelse manglet på listen.

Tilknyttet undervisningsoppgaven å gi, eller evaluere, matematiske forklaringer ble det diskutert hvor denne utfordringen innbefattet ”læreres egenvurdering”, og det ble argumentert for at denne klarere burde inkludere også egenvurdering. Dette kan ses på som finpuss eller presisering, men ledet også til en mer overordnet argumentasjon fra lærerne om at læreres (egen)refleksjon ikke er tydeliggjort i listen av matematiske undervisningsoppgaver og er følgelig trukket frem som en mangel. Affektive aspekter, konkretisert med motivasjonsteori og selvbestemmelsesteori, ble også fremhevet som manglende på listen. I denne sammenheng ble også relasjonsbygging fremhevet.

Avsluttende diskusjon

Resultatene fra denne studien indikerer at Ball et al. (2008) sin liste over lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver kan være et godt utgangspunkt for å utvikle et språk for å beskrive det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk (jf. Hoover et al., 2014). Samtidig peker lærerne i vår studie på noen utfordringer med listen. Vi vil her trekke fram tre momenter fra lærernes diskusjoner.

For det første ser det ut til at vår oversettelse av Ball et al. (2008) sin liste trenger finpuss og presisering. Eksempelvis er det behov for en omformulering av flere av de matematiske undervisningsoppgavene for å indikere et mer sosiokulturelt perspektiv på kunnskapsutvikling.

For det andre har det blitt pekt på at listen over matematiske undervisningsoppgaver inneholder oppgaver på ulike nivåer, og lærerne i studien vår mente at listen burde sorteres, eller undervisningsoppgaver på listen måtte slås sammen. For eksempel kan det å presentere matematiske ideer

ses på som en overordnet undervisningsoppgave, mens andre – som å bruke matematisk notasjon og språk – er underordnet denne. En kan se for seg ulike mulige tilnærminger til en sortering av listen, og en måte kunne være å skille mellom ulike faser i lærerarbeidet. Noen undervisningsoppgaver er mer knyttet til planleggingsarbeidet, mens andre oppgaver ser ut til å være tilknyttet undervisningsarbeidet i klasserommet. Et annet alternativ kunne være å fokusere på noen få overordnede oppgaver, som å eksemplifisere og forklare (Adler & Ronda, 2014). En kunne også sortere undervisningsoppgavene etter matematisk fokus. Uavhengig av hvordan en tilnærmer seg dette, vil det være en fare for at noen lærere kjenner seg igjen i én måte å gjøre det på, mens andre lærere kjenner seg igjen i en annen. Det er uvisst hva som eventuelt var Ball et al. (2008) sin intensjon med å presentere en usortert liste med undervisningsoppgaver, men en mulig forklaring kan knyttes til synet på undervisning. Mens andre har fokusert på undervisning som kulturell praksis (f.eks., Stigler & Hiebert, 1999), så betrakter forskerne i Michigan undervisning som en profesjonell praksis (Hoover et al., 2014). Når en ser på undervisning som en profesjonell praksis, gir det mening å se etter generelle aspekter ved en slik praksis. En kan derfor hevde at lærere presenterer matematiske ideer på ulike måter i ulike kulturer, men det å presentere matematiske ideer er likevel en universell matematisk undervisningsoppgave. Basert på resultatene fra denne studien kan en derfor konkludere med at en fremtidig studie med fokus på konkret sortering av listens undervisningsoppgaver vil være nyttig.

For det tredje peker lærerne i vår studie på ulike mangler ved listen over lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver (Ball et al., 2008). For eksempel peker noen lærere på at tilknytning til dagliglivet og fokuset på vurdering for læring mangler. Vurdering ble også fremhevet som en mangel ved listen blant noen lærere i Malawi (Kazima et al., 2016). I tillegg ble den matematiske undervisningsoppgaven "making teaching and learning aids" (Kazima et al., 2016, s. 181) fremhevet som en mangel ved listen til Ball et al. (2008) av alle lærerne i den malawiske konteksten. Det er ulike måter å tolke dette på, og listen over matematiske undervisningsoppgaver er ikke endelig. Når Ball og kollegaer (f.eks., Ball et al., 2008) har identifisert matematiske undervisningsoppgaver, har dette blitt gjort med utgangspunkt i analyser av amerikanske lærere i en amerikansk klasseromskontekst. Selv om målet har vært å identifisere universelle aspekter ved lærerarbeidet i matematikk, er det mulig at dette i en viss grad har blitt påvirket av den rådende skole- og undervisningskulturen i USA. Samtidig er det mulig at de erfarne norske lærerne i vår studie er preget av den norske undervisningskulturen, når de kommer med sine innspill, og at lærerne i Malawi er preget av den malawiske kulturen (Kazima et

al., 2016). Vurdering for læring og tilknytning til dagliglivet er eksempler på ting som har vært vektlagt i norsk matematikkundervisning de senere årene, og kanskje dette blir for spesifikt til at det kan løftes fram som matematiske undervisningsoppgaver uavhengig av kulturell kontekst. Vurdering for læring kan overordnet sett knyttes til det å evaluere matematiske forklaringer som elevene gir, men samtidig er vurderingen knyttet til den rådende læreplanen, og dermed kan det være problematisk å løfte det fram som en undervisningsoppgave som er uavhengig av den kulturelle konteksten. Tilknytningen til dagliglivet er et annet eksempel. Resultatene fra TIMSS 1999 Video Study viste at det var store forskjeller på tvers av land i hvilken grad matematikken ble knyttet til en hverdagslig eller realistisk kontekst (Hiebert et al., 2003), og det ser også ut til at norske lærere har ulike oppfatninger og praksis om dette – selv om norske læreplaner har lagt vekt på en tilknytning til dagliglivet (Mosvold, 2006). På bakgrunn av dette, vil vi ikke i denne sammenheng avgjøre hvorvidt konkrete undervisningsoppgaver bør legges til eller trekkes fra listen over matematiske undervisningsoppgaver, men vi vil peke på at dette er en sammensatt diskusjon som i stor grad er knyttet til synet på undervisning. Studier av læreres syn på disse matematiske undervisningsoppgavene kan være nyttig for å få en indikasjon på om forskernes forsøk på å teoretisere praksis gir mening for lærerne selv. Slike studier kan også være nyttige for å kvalitetssikre at formuleringene kommuniserer godt i en bestemt kultur og på kryss av kulturer. Ut fra denne studien har vi sett at våre oversettelser i enkelte tilfeller ikke var entydige og klare. Lærerne reagerte for eksempel på ordet "fruktbare" og mente at undervisningsoppgaven heller burde presenteres som "å stille produktive matematiske spørsmål". Noen mente også at det kunne hete "å åpne" spørsmål, fordi de var enige i at det var åpne spørsmål som var mest produktive i undervisningen. I en norsk kontekst gir det mening å gjøre en slik presisering, men dersom dette skal formuleres som en universell undervisningsoppgave kan en slik presisering legge føringer som blir for tett knyttet til enkelte kulturelle kontekster.

Vår konklusjon er at den listen over lærerarbeidets matematiske undervisningsoppgaver, som Ball et al. (2008) presenterte, kan være et godt utgangspunkt for å utvikle et språk for å beskrive det profesjonelle lærerarbeidet i matematikk, og den kommuniserer stort sett godt også med norske matematikklærere. Vi observerer at lærerne har enkelte innvendinger mot noen av undervisningsoppgavene, og de ser ut til å vektlegge de ulike matematiske undervisningsoppgavene ulikt. Dette kan indikere at en slik liste med overordnede matematiske undervisningsoppgaver er meningsfull når en ser på undervisning som profesjonell praksis, men på tvers av kulturelle kontekster vil

lærere kunne vektlegge ulike undervisningsoppgaver mer enn andre, og de vil også kunne legge ulike tolkninger inn i enkelte av undervisningsoppgavene. For eksempel vil matematikklærere være enige i at det å presentere matematiske ideer og stille gode matematiske spørsmål er viktige undervisningsoppgaver, men hva som oppfattes som gode spørsmål vil kunne variere på tvers av kulturer. Videre vil lærere i én kulturell kontekst kunne vektlegge det å stille spørsmål mer enn det å presentere en matematisk idé, og dette henger sammen med at undervisning også kan ses på som en kulturell praksis med ulike kulturelle skript (Stigler & Hiebert, 1999). Vi mener derfor at listen over matematiske undervisningsoppgaver kan være et nyttig redskap for å undersøke mulige kulturelle oppfatninger om matematikkundervisning, og det vil være interessant å undersøke hvordan lærere i ulike kulturer tolker de matematiske undervisningsoppgavene og hvilke de legger mer vekt på enn andre.

Referanser

- Adler, J. & Ronda, E. (2014). An analytic framework for describing teachers' mathematics discourse in instruction. I C. Nicol, P. Liljedahl, S. Oesterle & D. Allan (red.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, (Vol. 2, s. 9–16). Vancouver: PME.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. I B. Davis & E. Simmt (red.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (s. 3–14). Edmonton: CMESG/GCEDM.
- Ball, D. L. & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional development. I L. Darling-Hammond & L. G. Skyes (red.), *Teaching as the learning profession: handbook of policy and practice* (s. 3–32). San Francisco: Jossey-Bass.
- Ball, D. L. & Forzani, F. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497–511.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Delaney, S. (2008). *Adapting and using U.S. measures to study Irish teachers' mathematical knowledge for teaching* (doktorgradsavhandling). University of Michigan, Ann Arbor.
- Fauskanger, J. (2015). *Å måle og studere matematikklæreres undervisningskunnskap* (doktorgradsavhandling). Universitetet i Stavanger.

- Fauskanger, J., Bjuland, R. & Mosvold, R. (2010). "Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr?" – det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensgard Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (red.), *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s. 99–114). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse – med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20 (2), 79–96.
- Herleiksplass, N.-J. (2015). *Barneskolelæreres matematiske utfordringer og muligheter i arbeid med Zankovs undervisningsprinsipper* (upublisert masteroppgave). Universitetet i Stavanger.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvinkaren, B., Hollingsworth, H. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries – results from the TIMSS 1999 video study*. Washington: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.
- Hoover, M., Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2014). Common tasks of teaching as a resource for measuring professional content knowledge internationally. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19 (3-4), 7–20.
- Kazima, M., Jakobsen, A. & Kasoka, D. N. (2016). Use of mathematical tasks of teaching and the corresponding LMT measures in the Malawi context. *The Mathematics Enthusiast*, 13 (1&2), 172–187.
- Mosvold, R. (2006). *Mathematics in everyday life: a study of Norwegian teachers' beliefs and actions concerning the connection with mathematics and everyday life* (doktorgradsavhandling). Universitetet i Bergen.
- Rowland, T. (2014). Frameworks for conceptualizing mathematics teacher knowledge. I S. Lerman (red.), *Encyclopedia of mathematics education* (s. 235–238). Dordrecht: Springer.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Thames, M. H. (2009). *Coordinating mathematical and pedagogical perspectives in practice-based and discipline-grounded approaches to studying mathematical knowledge for teaching (K-8)* (doktoravhandling). The University of Michigan, Ann Arbor.

Janne Fauskanger

Janne Fauskanger er førsteamanuensis i matematikdidaktikk ved Universitetet i Stavanger, Norge. Hennes forskningsinteresser er i hovedsak rettet mot matematikklæreres undervisningskunnskap og oppfatninger, samt hvordan kunnskaper og oppfatninger kan påvirke lærernes undervisningspraksis og elevers læring av matematikk.

janne.fauskanger@uis.no

Reidar Mosvold

Reidar Mosvold er førsteamanuensis i matematikdidaktikk ved Universitetet i Stavanger, Norge. Hans forskningsinteresser omfatter læreres undervisningskunnskap i matematikk, læreres oppfatninger, læreridentitet og diskursive perspektiver, samt bruk av matematikkens historie i undervisningen.

reidar.mosvold@uis.no

Abstract

Given that it is important to study and conceptualize the professional work of teaching mathematics, discussions between experienced mathematics teachers are analyzed in this article in order to learn more about the mathematical tasks of teaching that they highlight as important for their work of teaching mathematics. The starting point for the discussions was a list of mathematical tasks of teaching mathematics presented in the research literature. The results show that the experienced teachers argue that: 1) the list of mathematical tasks of teaching needs refinement and adjustment, 2) the list must be restructured, and 3) the list lacks mathematical tasks of teaching that are important in a Norwegian context. We conclude that studies of experienced mathematics teachers' views of important mathematical tasks of teaching can contribute to further development of the practice-based theory of mathematical knowledge for teaching.