

Boganmeldelse

# Forskeres og studerendes mulige udbytte af at læse Springers nye bog om teorier i matematikkens didaktik

UFFE THOMAS JANKVIST

Sriraman, B. & English, L. (Eds.) (2010). *Theories of mathematics education: seeking new frontiers (Advances in mathematics education)*. Berlin/Heidelberg: Springer Science. ISBN: 978-3-642-00741-5.

*Theories of mathematics education: seeking new frontiers* er første bog i Springers nye serie *Advances in Mathematics Education*. Bogen bygger i nogen grad på en samling af artikler fra tidligere publicerede specialnumre af *ZDM – The International Journal on Mathematics Education* (som før hed *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*) omhandlende brug af teorier i og teorier om matematikkens didaktik. ZDM-artiklerne baserede sig i øvrigt selv på papers fra en række konferencer og møder som for eksempel PME og CERME, hvorfor ældre udgaver af disse også vil være at finde i proceedings fra disse konferencer, og bogen indeholder derfor i de tilfælde hvor de ældre artikler er omredigeret og omskrevet nu 3. generation af disse. Af samme årsag indeholder bogen også artikler som nærmest allerede er at betragte som ”moderne klassikere” inden for teoriområdet i matematikkens didaktik, eksempelvis Frank Lesters *On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education*, som i bogen gengives i sin oprindelige 2005-form fra ZDM. Det nye – og utraditionelle – ved bogen er imidlertid den valgte fremstillingsform, som består af introduktioner og kommentarer fra kompetente fagfolk inden for de respektive områder. Hvordan og i hvilken grad dette efter min mening fungerer skal jeg vende tilbage til senere i denne anmeldelse.

---

**Uffe Thomas Jankvist**

*Syddansk Universitet, Odense*

Jeg skal adressere to pointer i dette review, den ene fokuserende på det udbytte man som ph.d.-studerende i matematikkens didaktik kan have af at læse bogen og den anden fokuserende på udbyttet man som allerede etableret forsker i matematikdidaktik kan have af at læse den. Eftersom jeg selv som postdoc befinder mig et sted midt imellem disse to poler, mener jeg mig i nogen grad i stand til at sige noget om begge. Men før vi når så vidt er en overordnet gennemgang af bogens indhold og en beskrivelse af dens form på sin plads.

### Oversigt over bogens indhold

Bogen består af i alt 19 dele, hver adresserende forskellige aspekter af teoriens rolle og teoribygning i matematikdidaktik. Del I består af et "survey" af teorier og filosofier i matematikdidaktik af bogens editorer, Bharath Sriraman og Lyn English med introduktion af Jeremy Kilpatrick. I del II giver Paul Ernest en kort introduktion til konstruktivismens forskellige afarter og deres rolle i matematikkens didaktik og artiklen kommenteres af Simon Goodchild fra Agder Universitet og Paul Ernest selv(!). Del III består af den før omtalte artikel af Frank Lester, hvilken kommenteres af Guerson Harel. I del IV stiller Stephen Lerman spørgsmålet om hvorvidt mangfoldigheden af teorier i matematikkens didaktik udgør et problem eller ej. Denne del introduceres af Norma Presmeg og kommenteres af de nordiske matematikdidaktikere Christer Bergsten (Linköping Universitet) og Eva Jablonka (Luleå Universitet). Del V indeholder den måske nok allerede af flere kendte artikel af Richard Lesh og Bharath Sriraman: *Re-conceptualizing mathematics as a design science*. Denne artikel får ikke mindre end tre kommentarer med på vejen af hhv. Miriam Amit, David N. Boote og Claus Michelsen, sidstnævnte fra Syddansk Universitet. I del VI diskuterer John Pegg og David Tall de fundamentale cykler af begrebskonstruktion som synes at være underliggende for flere teoretiske *frameworks*. Artiklen introduceres af Stephen J. Hegedus og kommenteres udførligt af Bettina Dahl fra Århus Universitet.

Del VII består af en artikel omhandlende symboler, mediation og semiotik i matematikdidaktik af Luis Moreno-Armella og Bharath Sriraman med introduktion af Stephen J. Hegedus og kommentar af Gerald A. Goldin. Del VIII og del IX handler om "problem solving" i matematik; del VIII er af Goldin som diskuterer *Problem solving heuristics, affect, and discrete mathematics* med efterfølgende kommentar af Jinfa Cai; i del IX gør bogens editorer status over "problem solving" feltet og dets fremtid. Denne del kommenteres af Peter Grootenboer og Alan Zollman. Med artiklen *Embodied minds and dancing brains* diskuterer Stephen R. Campbell i del X mulighederne for brug af neurovidenskab i

matematikkens didaktik. Denne introduceres af Layne Kalbfleisch og kommenteres af Scott Makeig. I del XI diskuterer Harel *DNR-based instruction* (DNR står for *Duality, Necessity, and Repeated Reasoning*) og matematikkens rolle i matematikdidaktiske *frameworks*. Delen introduceres af Moreno-Armella og kommenteres af Sriraman selv i samråd med Hillary VanSpronsen og Nick Haverhals. Del XII indeholder udelukkende en artikel af Hegedus (ingen introduktion eller kommentarer), hvori han slår et slag for kvalitativ forskning i matematikdidaktik og behovet for *scientificity* heri. Del XIII byder på artiklen *Understanding a teacher's actions in the classroom by applying Schoenfeld's theory 'teaching in context': reflecting on goals and beliefs* af Günter Törner, Bettina Rösken, Katrin Rolka og Bharath Sriraman med introduktion af Goldin og kommentar af Dina Tirosh og Pessia Tsamir. Del XIV om *Feminist pedagogy and mathematics* af Judith E. Jacobs er et særligt interessant indlæg, som introduceres af Gabriele Kaiser og kommenteres af flere omgange af hhv. Gilah C. Leder, Safure Bulut, Bekir S. Gür, Bharath Sriraman og Gudbjörg Páldóttir, sidstnævnte fra Islands Universitet.

Del XV og del XVI omhandler *networking of theories*, et af bogens nyere og mere interessante aspekter. I del XV giver Angelika Bikner-Ahsbahs og Susanne Prediger et bud på strategier for hvordan man kan sammensætte forskellige teorier i matematikdidaktik. Deres artikel introduceres af Tommy Dreyfus og sættes i kommentaren af Ferdinando Arzarello ind i en større sammenhæng. Del XVI giver så to konkrete eksempler på *networking of theories*, først af Helga Jungwirth og dernæst af Uwe Gellert. Sidstnævnte kommenteres af Tine Wedege fra Malmö Universitet. Del XVII byder på en artikel af Andy Hurford om *Complexity theories and theories of learning: literature reviews and syntheses* med introduktion af Lesh om *The importance of complex systems in K–12 mathematics education* (delen indeholder ingen kommentarer). I del XVIII diskuterer Natalie Sinclair: *Knowing more than we can tell*. Denne del har introduktion af Bharath Sriraman og kommentar af David Pimm. I del XIX får vi sluttelig berørt de mere politiske aspekter af matematikkens didaktik i en artikel af editorerne og Matt Roscoe med kommentar af Keiko Yasukawa.

## Bogens form

Som det fremgår af ovenstående gennemgang af bogens indhold byder denne på indlæg af en række prominente folk inden for området, herunder en håndfuld der har sit virke her i Norden. Det mest specielle ved bogen er imidlertid dens form med introduktioner og kommentarer som knyttes til de 19 deles 20 hovedartikler (to artikler i del XVI) – samt det faktum at det ikke kun er veletablerede forskere der får lov at komme til orde,

idet en række af kommentarerne også kommer fra yngre forskere inden for feltet. Det interessante spørgsmål er selvfølgelig i hvilken grad denne lidt utraditionelle fremstillingsform så er en succes eller ej.

Overordnet betragtet må man nok konstatere at formen er noget ujævn. Som allerede antydnet ovenfor er der ingen konsensus med hensyn til antallet af kommentarer til de enkelte artikler, ej heller er det alle dele af bogen der faktisk indeholder kommentarer – eller introduktioner for den sags skyld. Men det er dog ikke det mest frustrerende man oplever som læser, det er derimod efter min oplevelse den væsensforskkel der er kommentarerne og introduktionerne imellem. Nogle kommentarer giver blot en kort opsummering af den artikel man lige har læst, hvilket synes overflødigt – især hvis man lige inden har læst en introduktion der på lignende vis opridser de væsentligste pointer i artiklen. Dette er der dog undertiden rådet bod på ved at give flere kommentarer til artiklerne, hvilket selsagt ikke formindsker omfanget og antallet af sider i bogen. Af kommentarer i den helt anden ende af spektret er de der efter en kort opsummering af artiklen præsenterer den pågældende forskers eget program og derfor i længde og omfang nærmest kommer til at overskride den af den pågældende dels hovedartikel. Eller endnu værre, omend få i antal, de introduktioner hvor en forsker formår at præsentere sit eget syn på en sag uden så meget som med et eneste ord at nævne den artikel som skal introduceres.

Men når det så er sagt så er der faktisk også flere eksempler på steder hvor bogens struktur fungerer rigtig godt. Det er specielt de steder hvor forskere formår at sætte den pågældende artikel ind i en større sammenhæng eller i sandhed perspektivere over artiklens indhold (i stedet for blot at gå ud af en måske/måske ikke relateret tangent). Som for eksempel når Boote i del V stiller spørgsmålet om hvilke konsekvenser det ville have for feltet hvis matematikdidaktik rent faktisk skulle anses som en *design science*. Eller når Arzarello i del XV sætter ideen om *networking of theories* ind i en større sammenhæng ved at nævne denne tilgang som blot én af flere i hvad han med reference til Luis Radford kalder en *semiosphere*. Et andet godt eksempel er når Jablonka og Bergsten i deres kommentar i del IV bestemmer sig for at efterprøve Lermans resultater ved at kigge på nyere numre af ESM og JRME.<sup>1</sup> Eller som et sidste eksempel, når Harel i sin kommentar i del III drager som konsekvens af Lesters artikel at *research frameworks* i matematikdidaktik bør indeholde og bygge på en eller anden form for *mathematical context* (dette skal jeg vende tilbage til senere).

Ligesom der er nogle kommentarer der fungerer bedre end andre er der også dele af bogen som synes at fungere bedre og hæve sig op over andre. Det bedste eksempel herpå er de to dele om *networking of theories* (del

XV og XVI), som netop fungerer qua hinanden. Bikner-Ahsbaks og Preddiger beskriver generelt og overordnet strategier for sammensætning af teorier i studier i matematikkens didaktik. Illustrationen heraf gennem først Jungwirths og dernæst Gellerts eksempler viser hvordan der også i praksis synes at være noget at hente ved en sådan tilgang. For eksempel udmønter Gellerts kombination af semiotik og pædagogisk strukturalisme sig i en rigere analyse af en klasserumssituation end den de to teorier kunne have givet hver for sig og medfører også nye forskningsspørgsmål og yderligere udvikling af teori. Således relaterer disse to dele sig også direkte til del IV som et positivt udbytte af matematikdidaktikkens mangfoldighed af teorier. Og det er netop når bogens dele formår at relatere sig til hinanden, og ikke blot optræde som isolerede øer, at bogen fungerer bedst. Et andet eksempel er Harels artikel i del XI som tager direkte udgangspunkt i og bygger på Lesters artikel fra del III.

### Muligt udbytte for ph.d.-studerende i matematikkens didaktik

Et af de spørgsmål man som (nordisk) ph.d.-studerende i matematikkens didaktik bliver stillet overfor er hvorfor man overhovedet behøver en (eller flere) teori(er) for at besvare sine forskningsspørgsmål. Dette fremgår blandt andet af at *theories and theoretical frameworks* har været et gennemgående tema på samtlige af NoGSMEs sommerskoler for nordiske ph.d.-studerende i matematikkens didaktik. Og de følgende spørgsmål man som ph.d.-studerende må forholde sig til er selvfølgelig hvordan man vælger en teori, og når man har gjort dette hvordan man så skal gøre brug af den i praksis. Selv sagt gives der ikke nogen entydige svar på disse spørgsmål, hvilket til dels skyldes at teorier kan tjene flere formål. Mogens Niss (2007) nævner seks forskellige formål med brug af teori(er) i matematikkens didaktik, nemlig at de kan tjene: (1) til at forklare observerede fænomener; (2) til at forudsige fænomener; (3) til vejledning for tiltag og opførelse, f.eks. i forbindelse med specifikke implementeringer for at opnå visse mål; (4) som sikkerhedsforanstaltning mod uvidenskabelige tilgange, f.eks. for at undgå uorganiseret og selvmodsigende valg med hensyn til terminologi, forskningsmetoder, og fortolkning af resultater; (5) som beskyttelse mod angreb udefra, det vil sige angreb fra forskere inden for andre videnskabelige discipliner som måske vil stille spørgsmålstejn ved fundamentet for og resultaterne af matematikdidaktisk forskning; og endelig (6) at en brug af teori(er) kan udstyre os med en mængde strukturerede objektiver igennem hvilke vi kan tilgå, observere, studere, analysere og fortolke fænomener.

Som ph.d.-studerende sker det undertiden at man indskrives i en bestemt tradition, eksempelvis hvis ens vejleders forskning ligger inden

for en allerede veletableret retning i matematikkens didaktik såsom f.eks. den franske traditions TDS eller ATD eller den hollandske RME.<sup>2</sup> I så tilfælde vil den studerendes forskning ofte være det som Arcavi (2000) betegner som teori-drevet, altså forskning som på den ene eller anden måde forsøger at underbygge, teste eller udvide en allerede eksisterende teori. Dette sker typisk ved at besvare spørgsmål som stilles inden for teorien selv – teorien giver altså anledning til forskningsspørgsmålet. I modsætning hertil nævner Arcavi problem-drevet forskning, hvor spørgsmålet kommer før teorien. Også Schoenfeld (1992) peger på disse to former for forskning og nævner en tredje, nemlig metode-drevet forskning hvor det er en bestemt metode som ønskes undersøgt, evt. i en ny situation, på et andet problemfelt, etc. Herudover nævner Jankvist (2009) en mulig fjerde type, nemlig data-drevet forskning, hvilket vil omfatte forskning som tager sit udgangspunkt i allerede akkumuleret data ved at forsøge at forklare fænomener i studier som f.eks. PISA eller TIMSS.<sup>3</sup> For ph.d.-studerende i de nordiske lande forekommer det at være situationen at de i langt de fleste tilfælde vil være beskæftiget med problem-drevet forskning, hvilket nok blandt andet skyldes at ph.d.-studerende her får lidt mere frihed, albuering og dermed måske også ansvar for egen situation end det er tilfældet i en række andre lande. Ofte er det også sådan at de nordiske ph.d.-studerende selv definerer deres egen forskning og formulerer deres egne forskningsspørgsmål, eventuelt på baggrund af erfaringer fra egen tidligere undervisningspraksis eller oplevelser i forbindelse med et tidligere matematikstudie. Af den årsag vil forskningen typisk være mere problem-orienteret og af samme årsag er det ikke nødvendigvis a priori givet hvilke(n) rolle(r) en brug af teori skal spille i den enkelte ph.d.-studerendes forskning. Det er min opfattelse at en bog som Sriramans og Englishs faktisk kan være med til at afklare teoriens rolle i matematikkens didaktik for ph.d.-studerende, som minimum i form af (i) oplysning, (ii) eksempler, og ikke mindst som (iii) inspiration til hvordan man kan inddrage teoretiske elementer på fornuftig vis i besvarelsen af ens egne forskningsspørgsmål og dermed afklare hvilke af Niss' seks formål en brug af teori skal have i ens forskning. Jeg skal illustrere hver af disse tre mulige former for udbytte (i, ii, iii) med eksempler hentet fra bogen.

Som et eksempel på en særdeles oplysende artikel angående teoriens rolle i matematikdidaktisk forskning vil jeg fremhæve Lesters i del III, ikke mindst fordi jeg selv som ph.d.-studerende fandt denne særdeles informativ og brugbar. Lester (s. 69) argumenterer for brugen af teori i form af et *research framework* ved brug af en metafor om dette som et stillads:

A scaffold encloses the building and enables workers to reach otherwise inaccessible portions of it. Thus, a research framework is a basis structure of the ideas (i.e. abstractions and relationships) that serve as the basis for a phenomenon that is to be investigated.

Lester skelner imellem tre forskellige mere eller mindre selvforklarende typer af frameworks: *teoretiske*, *praktiske* og *konceptuelle*. De teoretiske ligger sig selvfølgelig op af Arcaviss og Schoenfelds teori-drevne forskning. Lester peger dog også på nogle problemer ved sådanne frameworks, nemlig at de kan tvinge forskere til at forklare deres resultater ud fra teorien i stedet for på baggrund af (empirisk) evidens og at data derved blot kommer til at "tjene" teorien. Hertil kommer at teoretiske frameworks ofte ikke giver meget plads til validering af data ved metodologisk triangulering. Et praktisk framework er baseret på en akkumuleret viden fra praksis om "what works". Selv om sådanne frameworks adresserer problemer som er relevante for dem der er direkte involveret, så har de ifølge Lester den ulempe at de højst er lokalt generaliserbare. De konceptuelle frameworks synes at være de der er bedst egnet til problem-drevne forskningsspørgsmål. Der er her mulighed for at man kan basere sig på en række forskellige kilder (teoretiske konstruktioner), så længe man blot kan argumentere for disses relevans for det givne problem. Dette relaterer sig i nogen grad til ideen om *bricolage* som diskuteret af Gravemajjer, Cobb, med flere. Som fremhævet af Cobb (2007) er et muligt problem herved dog at sørge for at de benyttede teorier og deres underliggende filosofiske grundlag ikke er i strid med hinanden. Dette er aspekter som også diskuteres flittigt i bogens dele om *networking of theories*, og som man derfor vil kunne drage nytte af at læse skulle man bestemme sig for brugen af et konceptuelt framework.

Udover de allerede nævnte eksempler i del XVI på *networking of theories* giver bogen også et par eksempler på brug af andre frameworks. Et af disse er Harels *DNR-based instruction (Duality, Necessity, and Repeated Reasoning)* i del XI, der som navnet antyder er et framework for matematikundervisning – og tilmed et som bygger på empirisk forskning. Udover at forklare sit frameworks præmisser, begreber og undervisningsprincipper giver Harel også et udførligt eksempel i form af en klasserumssituation som han fortolker og analyserer anvendende sine tre undervisningsprincipper. Del XIII giver et eksempel på brug af teori i form af Schoenfelds *teaching-in-context*, der omhandler de beslutningstagninger som kan ændre den af underviseren planlagte diskurs i en lektion samt hvordan de trufne beslutninger afhænger af den pågældende undervisers viden, opfattelser og mål (*knowledge, beliefs, and goals*). Törner et al. beskriver et sådant tilfælde i en tysk 8. klasse. Som påpeget af Tirosh og Tsamir illustrerer dette studie såvel hvordan en teori kan anvendes i

ganske andre omgivelser end oprindelig tiltænkt ligesom det giver endnu et eksempel på hvordan to forskellige teorier kan understøtte hinanden; den af Schoenfeld og Shulmans *theory of teachers' knowledge*.

Hver af de ovenfor nævnte artikler kan selvfølgelig være med til at inspirere ph.d.-studerende og give dem ideer til brug i deres egen forskning. En anden form for inspiration kan imidlertid hentes fra de to dele om *problem solving* (del VIII og IX). Disse to dele giver hver især deres fundamentalt forskellige bud på hvordan man bedst udvikler elevens evner til at løse matematiske problemer. Hvor English og Sriraman peger på aktiviteter involverende matematisk modellering af virkelige og i nogen grad komplekse situationer og hændelser er Goldin af den opfattelse at løsningen er at undervise i diskret matematik. De diskrete strukturer giver ifølge Goldin mulighed for at man kan udvikle sine generelle heuristiske evner og derved blive i stand til at modellere det generelle på baggrund af det specifikke. På den ene side viser dette at der kan være forskellige tilgange til samme didaktiske problem, men på den anden side viser det også at uenighed om hvad et matematikdidaktisk begreb som matematisk problemløsning (*problem solving*) dækker over – og teorier herfor – kan føre til vidt forskellige konklusioner. Herudover, kan bogen selvfølgelig også inspirere til udvidelse af den ph.d.-studerendes matematikdidaktiske horisont helt generelt, idet den dækker feltet bredt og rejser en række spørgsmål undervejs som man som nybegynder ganske givet vil være ubekendt med. Disse omfatter selvsagt også spørgsmål af mere meta-perspektiverende art angående matematikdidaktikken som videnskabelig disciplin, dens relation til andre discipliner og ikke mindst status af dens resultater. Selv om sådanne spørgsmål måske nok vil være mere rettet mod feltets etablerede forskere, så er det min opfattelse at man som ph.d.-studerende ikke desto mindre bør være bekendt med deres eksistens.

### Muligt udbytte for etablerede matematikdidaktiske forskere

Givet at etablerede forskere formentlig har en klarere opfattelse af teoriens rolle i matematikdidaktisk forskning end nystartede ph.d.-studerende vil de måske have mere ud af de af bogens dele som i højere grad end at beskæftige sig med teorier *i* matematikkens didaktik beskæftiger sig med teorier *om* matematikkens didaktik. Og af sådanne vil den interesserede læser finde flere. Jeg vil imidlertid ikke foretage en gennemgang af disse her, det må være op til den enkelte læser. I stedet vil jeg pege på en håndfuld af de spørgsmål og problemstillinger inden for matematikkens didaktik som er sprunget mig i øjnene i løbet af min gennemlæsning af



bogen – og som jeg mener at de etablerede forskere i feltet i nogen grad bør overveje og tage til efterretning.

Nogle af de helt overordnede temaer i bogen omfatter selvfølgelig som sammenhængen mellem teori og praksis såvel som feedbackmekanismerne imellem disse, f.eks. hvordan vi akkumulerer og bearbejder opnået viden og erfaringer, anvender disse i teoriudvikling og igen anvender teorien i nye eksperimenter. Et andet overordnet spørgsmål er det tilbagevendende og ofte diskuterede om hvorvidt vi skal stræbe efter en *grand unifying theory of mathematics education* eller ej, hvorvidt en sådan overhovedet er opnåelig og hvis den endelig var hvad vi så kunne bruge den til. Et tredje eksempel er diskussionen om "what works", hvilket er foranlediget af de undervisningsmæssige tiltag i specielt USA og deres "no child left behind" politik, hvilket har haft konsekvenser for den amerikanske forskning i matematikdidaktik. Flere af bogens forfattere påpeger farerne ved dette og slår fast at det langt fra er nok at vide *hvad* der fungerer, man må også vide *hvorfor* noget fungerer, *hvordan* det fungerer, *hvornår* det fungerer og *hvornår* det *ikke* gør. Udover disse mere velkendte meta-diskussioner af matematikkens didaktik byder bogen dog også på andre.

Et eksempel på et sådant andet meta-tema er det som Guershon Harel rejser, først i sin kommentar i del III og dernæst igen i sin artikel i del XI. Harel (s. 343) påpeger: "attention to mathematical content is peripheral in many current frameworks and studies in mathematics education". Denne påstand underbygger han dernæst med følgende betragtning:

[...] many current studies, rigorous and important in their own right as they may be, are adscitious to mathematics and the special nature and the learning and teaching of mathematics. Often, upon reading a report on such a study, one is left with the impression that the report would remain intact if each mention of "mathematics" in it is replaced by a corresponding mention of a different academic subject such as history, biology, or physics. There is a risk that, if this continues, MER [mathematics education research] will likely lose its identity. (s. 343)

Ifølge Harel er dette et problem som bedst løses ved at forstærke kvaliteten af de matematiske komponenter i kandidat- og ph.d.-programmer i matematikkens didaktik (s. 87), eller ved at forudsætte en stærk matematisk baggrund hos studerende som indrulles i ph.d.-programmer i matematikkens didaktik. Spørgsmålet er selvfølgelig om og i hvilken grad de etablerede forskere i matematikdidaktik er villige hertil og om man i forsøget på at styrke MERs identitet på denne vis måske også giver køb på noget på samme tid. En af de ting man måske kunne miste herved er

noget af den mangfoldighed som matematikkens didaktik netop byder på og som f.eks. Jablonka og Bergsten (s. 116) argumenterer for, når de siger:

We want to suggest here to continue to pay serious attention to developments outside the field of mathematics education in order to advance theory.

En måde at gøre dette på er jo netop ved at hverve kompetente studerende med anden baggrund end blot en matematisk. Men igen, Harel har en stærk pointe synes jeg, for hvor er vi henne hvis for eksempel matematikdidaktikere ikke selv i et eller andet omfang er i stand til at undervise i faget matematik og hvis de ikke selv besidder en ide om de matematiske strukturer som de skal udtale sig om andres læring af?

Et andet meta-tema som visse af bogens elementer berører, er det angående hvorvidt matematikkens didaktik er eller ikke er en videnskabelig disciplin, omend dette ikke sker på direkte vis som når f.eks. Kilpatrick (2009) diskuterer temaet i proceedings fra Rom-konferencen i anledning af ICMI's 100 års jubilæum (Menghini et al., 2009). Alligevel optræder temaet indirekte, når David N. Boote for eksempel stiller spørgsmålet om hvilke konsekvenser det rent faktisk ville have, hvis vi gjorde som forslået af Lesh og Sriraman i del V (s. 163) og *re-conceptualized mathematics education as a design science*:

[...] within neo-liberal countries that do not value craft, the enterprise of educational research is hampered by the perception that educational research is a soft science [...]. In these countries the modest rise of prestige of teacher educators in higher education has been tied to our publication of basic research [...]. Typically, design fields – engineering, architecture, urban planning – have lower prestige than the basic sciences, or even the social science and humanities. How will our position in higher education be affected if we shift to design science instead of basic science? Our ability to produce what seem like generalizable knowledge claims gives us a modicum of credibility and prestige within higher education; it is not difficult to imagine that a shift towards design science will diminish our place in higher education.

Et spørgsmål bliver da i hvilken grad etablerede forskere inden for matematikdidaktik vil være villige til at opgive den mulige status af deres publikationer som værende grundforskning, selv hvis de er overbevist om at det matematikdidaktiske felt og dets forskningsresultater vil kunne drage stor nytte af at skifte diskurs i retning af en *design science*. Dette udgør et interessant meta-tema (eller meta-meta-tema), synes jeg, da det

byder på en mulighed for at reflektere over vores fags status såvel som vores egne personlige formål med vores forskning og virke.

### Afsluttende kommentarer

Lad mig her til sidst kort opsummere på noget af det ovenstående og knytte et par afsluttende kommentarer til bogen såvel som dette review af den.

Som nævnt er bogens form med introduktioner og kommentarer såvel som graden af hvorvidt disse rent faktisk introducerer artiklen, kommenterer artiklen og dens meta-perspektiver eller blot skrider ud af en tangent meget uensartet. Efter min mening havde en større synergi været at foretrække, en som også i højere grad forsøgte at belyse hvordan de forskellige deles hovedartikler forholder sig til hinanden – det overlades for det meste fuldstændigt til læseren. Dette havde dog nok krævet at editorerne selv havde påtaget sig jobbet med at skrive kommentarerne, idet der ville være brug for et større overblik over bogens samtlige 19 dele. Derved havde man selvfølgelig mistet de mange stemmer som bogen ellers er udtryk for og det må formodes at være grunden til dette fravalg. Netop de mange stemmer er, tror jeg, fra editorernes side en af de væsentligste pointer med bogen. Som man burde have fået et indtryk af er der her ikke tale om en *handbook* i teorier i matematikkens didaktik og ej heller rigtigt om en *source book*. Der er i langt højere grad tale om en konversations- og debatbog forstået på den måde at den skal lægge op til konversation og debat om teoriens rolle og status i matematikkens didaktik. Og med dette som formål synes jeg at bogen lykkes.

Derudover rummer bogen, som ovenfor debatteret, en række muligheder for at man som nybegynder i feltet kan få lov til at se hvordan teorier kan komme i spil og derigennem få inspiration til egen forskning. Som ph.d.-studerende under Mogens Niss ved IMFUFA, Roskilde Universitet er jeg selv blevet "flasket op med" at man som ph.d.-studerende i matematikkens didaktik "må tænke sig om selv", idet der inden for dette felt ikke gives nogen kogeboogsopskrifter man bare kan følge. Eller som Niss (2010, s. 22) selv fornyeligt har udtrykt det:

[...] there is no established royal road to guaranteed quality or relevance in mathematics education research. In that sense every PhD project is unique, which puts high demands on graduate students' independence and originality. Every PhD student must "think from scratch", even if (s)he is supervised by one of the most experienced, renowned and respected supervisors.

Med hensyn til teoriers rolle i ph.d.-studerendes forskning betyder dette også, at der ikke gives nogen facitliste for hvordan man vælger teori(er) – og ej heller for hvordan man argumenterer for en teoris relevans når man først har truffet sit valg. Men her er det netop at Sriramans og Englishs bog efter min mening kan være inspirerende for en ph.d.-studerende, idet den, udover også selv at illustrere at hverken valg af eller argumenter for valg af teorier er entydige, giver flere eksempler på hvordan man kan gå til sagen i et så mangfoldigt rige af teoretiske konstruktioner som matematikkens didaktik efterhånden besidder.

Hvis vi, omend måske med et glimt i øjet, forestiller os at vi kan tage det at man "må tænke sig om selv" som et første grundprincip for matematikdidaktisk forskning, så kunne et andet grundprincip være det motto som en anden IMFUFA-forsker, fysikdidaktiker Jens Højgaard Jensen, efter eget udsagn har lagt til grund for sit didaktiske virke, nemlig at "didaktik bør være ærlig snak" – ligesom al anden forskning ideelt set bør være det. Højgaards kommentar her går selvfølgelig på et af de temaer som bogen også tager op, nemlig at humaniora generelt og didaktikken måske specielt i disse år presses "til formmæssigt at skulle nærme sig natur-, sundheds- og tekniske videnskabsparadigmer, selvom forudsætningerne herfor ikke er til stede. Og det medfører ofte både ligegyldigheder, røgslør og uærlig snak".<sup>4</sup> Sriramans og Englishs bog byder undrejs på hvad jeg vil betegne som direkte "ærlig snak", hvilket er en befriende oplevelse som læser. Eksempelvis taler David N. Boote (s. 163) i sin kommentar på matematikdidaktik som en *design science* lige ud af posen når han siger:

Poorly educated mathematics teachers are, arguably, a far greater problem for student learning than the failings of mathematics education research.

Et andet eksempel på "ærlig snak" er når Tommy Dreyfus (s. 479) som kommentar på mulige årsager til mangfoldigheden af teorier i matematikkens didaktik peger på følgende som værende en ikke uvæsentlig en af slagsen:

Indeed, it appears that many researchers tend to prefer developing their own frameworks rather than read, learn, understand, adopt, adapt, and apply existing ones that were developed by others.

Som et sidste eksempel på sådan "ærlig snak", selv om der selv sagt er flere af slagsen i løbet af bogen, vil jeg nævne Bettina Dahls (s. 206) når hun påpeger:

we must not only discuss the theories in relation to each other [...] but equally important is it to collect more empirical data that might cast light on these discussions.

Netop her rammer Dahl efter min mening hovedet på sømmet, for det er nemlig i de tilfælde hvor forskere i nogen grad er i stand til at føre empirisk evidens for deres argumenter for brug af den ene eller anden teori, at man som læser føler sig mest overbevist og som forsker mest tiltrukket.

## Acknowledgement

En engelsk og i nogen grad udvidet version af dette review vil på et senere tidspunkt være at finde i tidsskriftet *Mathematical Thinking and Learning*.

## Referencer

- Arcavi, A. (2000). Problem-driven research in mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 141–173.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work: coping with multiple theoretical perspectives. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3–38). Charlotte: Information Age Publishing.
- Jankvist, U. T. (2009). *Using history as a "goal" in mathematics education* (Ph.D. thesis). IMFUFA, Roskilde University. Retrieved August 1, 2010 from <http://milne.ruc.dk/ImfufaTekster/pdf/464.pdf>
- Kilpatrick, J. (2009). The development of mathematics education as an academic field. In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi & F. Arzarello (Eds.), *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908–2008) – Reflecting and shaping the world of mathematics education* (pp. 25–39). Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani.
- Menghini, M., Furinghetti, F., Giacardi, L. & Arzarello, F. (Eds.) (2009), *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908–2008) – Reflecting and shaping the world of mathematics education*. Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana fondata da Giovanni Treccani.
- Niss, M. (2007). Reflections on the state and trends in research on mathematics teaching and learning: from here to Utopia. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1293–1312). Charlotte: Information Age Publishing.

- Niss, M. (2010). What is quality in a PhD dissertation in mathematics education? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15 (1), 5–23.
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of video tapes. *The Journal of the Learning Sciences*, 2 (2), 179–214.

### Notes

- 1 ESM = Educational Studies in Mathematics; JRME = Journal for Research in Mathematics Education.
- 2 TDS = Theory of Didactical Situations; ATD = Anthropological Theory of Didactics; RME = Realistic Mathematics Education.
- 3 PISA = The Programme for International Student Assessment; TIMSS = The Trends in International Mathematics and Science Study.
- 4 Citat taget fra personlig korrespondance med Jens Højgaard Jensen. Højgaard fortsætter i øvrigt i denne korrespondance med at sige:

*Det jeg mener, er at "didaktik bør være ærlig snak," som al forskning og intellektuel virksomhed bør være det. Hvordan den ærlige snak så lader sig praktisere er herefter netop stærkt afhængig af om vi taler om dobbeltblindede lægemiddelundersøgelser eller forståelse af elevers matematiklærings-problemer. Metoder og kommunikationsformer burde vælges efter arten af problemer i stedet for, at på forhånd fastlagte metoder og kommunikationsformer styrer problemvalgene.*