

Med kompass mot mestring

Et didaktisk perspektiv på matematikkvanser

TONE DALVANG OG OLAV LUNDE

Artikkelen belyser matematikkvanser som et sammensatt fenomen. Ulike årsaksforklaringer fremføres, der forfatterne legger hovedvekten på didaktiske forhold. En modell presenteres som et redskap til å samtale, drøfte og forstå matematikkvanser i et sosio-kulturelt perspektiv. Ulike forklaringer og forståelser veves sammen i lys av konteksten. Modellen er en syntese som bygger på forfatternes kjennskap til praksisfeltet og teoretiske antagelser om for eksempel betydning av virksomhet og praksisfellesskap for læring. Artikkelen drøfter hvordan modellen kan brukes i praktisk arbeid ut fra en didaktisk vinkling med vekt på at eleven mestrer matematikken.

Matematikktimene artet seg mer og mer som et mareritt. [...] Det gav meg overhodet ingen mening. Og jeg begynte å føle meg dum. Skyldig. Det var min egen skyld. Jeg mislyktes. Fikk det ikke til.
(Sagerup, 2006, s. 8)

Den nye norske læreplanen (Kunnskapsløftet, 2006) aktualiserer det samfunnsmessige kravet til matematisk ferdighet. Klare kompetansemål er satt opp ved slutten av 2., 4., 7. og 10. årstrinn, samt for videregående skole. Elevene *skal kunne* målene. Vi kan med stor grad av sikkerhet si at mange elever ikke vil nå disse målene på de angitte tidspunkt.

Norsk Matematikkråd (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten, 2006) gjorde i 2005 en undersøkelse ved norske høyskoler og universiteter om studentenes matematikkferdighet. Grunnlaget var 7215 studenter. Undersøkelsen viser en klar nedgang i prosent rette svar, fra 72,8 % i 1984 til 48,5 % i 2005. Lærerutdanningen er den utdanningen hvor resultatene er

Tone Dalvang og Olav Lunde

Forum for matematikk mestring, Sørlandet kompetansesenter

svakest, bare 31,7 % rette svar i 2005. Sivilingeniører ved NTNU (Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet) skårer i snitt 62,5 % mot 84,4 % for 20 år siden. Studenter ved de matematikkrevende studiene ved NTNU har feil på enkle oppgaver om enkel prosentregning og brøkkregning.

I Sverige finner Engström og Magne (2003, 2006) at om lag 15 % av elevene ved utgangen av svensk grunnskole har en matematisk ferdighet tilsvarende gjennomsnitt i 4. klasse. Det skaper problemer når de begynner i videregående opplæring. I tillegg er det et stort samfunnsproblem som betegnes som "sosial dynamitt".

Skolen tar problemet på alvor. Men vi mangler forskning som kan gi oss nye retningslinjer for å endre på situasjonen. Fra politisk hold får vi i Norge normer for det pedagogiske arbeidet. I Stortingsmelding nr. 23 (1997-98, s. 10) heter det "Om opplæring for barn, unge og voksne med særskilte behov":

Tradisjonelt har spesialpedagogisk debatt ofte dreidd seg om diagnoser, funksjonshemmingar og problem, i staden for å samle seg om elevane sitt *meistrings- og læringspotensial*. (Uthevet av oss.)

Vi har tilnærmet oss disse normene og vil utdype nærmere hva vi legger i begrepene læringspotensiale og mestring. *Læringspotensialet* tolker vi i tråd med Vygotskys "zone of proximal development", "den nære sone" eller "det potensielle utviklingsnivå".

Vygotsky refererer til det forhold at når en tester barn er det nesten alltid det aktuelle utviklingsnivået som testes. [...] Han definerer derfor et annet nivå hos barnet. Han tenker seg problemer som barnet er i stand til å løse dersom det får hjelp. Samlingen av slike problemer definerer det potensielle utviklingsnivået. (Linden, 1989, s. 30)

For oss betyr det at elevenes forutsetninger for læring kan utvikles, og at denne utviklingen avhenger både av miljøet rundt eleven og av elevens evner.

Mestringsbegrepet kan ha flere ulike betydninger. En betydning kan være at eleven får realisert sitt læringspotensiale. Vi opplever dette som en for snever tolkning og legger til grunn en subjektiv opplevelse av mestring:

- Mestring handler om å ha erfart at det ofte fins muligheter og ubrukte sider i en selv.
- Mestring handler om å ha erfart at en alltid har en plass i arbeidsfellesskapet på skolen.
- Mestring handler om å ha erfart at det å arbeide godt med en oppgave kan gjøres på mange ulike måter.
- Mestring handler om å ha erfart at en er viktig.

Et annet begrep som fremtrer tydelig i politiske normer er *tilpasset opplæring*. Kunnskapsløftet (2006, s.31) skriver: "Skolen og lærebedriften skal: fremme tilpasset opplæring og varierte arbeidsmåter". Vår oppfatning er at dette i Norge ofte tolkes som spesialpedagogiske tiltak med vekt på individualisert opplæring. Dessverre viser flere undersøkelser at erfaringene med tiltakene ikke er gode. Effekten av den spesialpedagogiske hjelpen i Norge er liten (Haug, 1999).

Matematikkvansker fra ulike perspektiv

I de siste 10-12 årene har vi sett en kraftig økning i interessen for matematikkvansker i skolen, både i Norge og internasjonalt. (Se Spesialpedagogikk's temanummer om matematikkvansker, nr. 4/2006.) Men fortsatt er det kanskje det minst forståtte vanskebegrepet innen spesialpedagogikken. Skolen har prioritert lese- og skrivevansker, selv om omfanget synes å være like stort og begge vanskene er like viktige i den sosiale tilpassningen. Fagfeltet er forholdsvis nytt og det medfører at kriteriene for å identifisere vanskene er uklare, testprosedyrene varierer mye og det er liten enighet om hvordan tiltakene for elever med matematikkvansker bør utformes.

Ulik terminologi og ulik forståelse

Lærevanskebegrepet (fra det engelske Learning Disabilities) ble lansert av Kirk i 1963. Mange har uttrykt misnøye med begrepet og på engelsk brukes også betegnelsene Learning Disorders og Learning Difficulties (Se Lyon et.al., 2003; Siegel, 2003). Det har i Norge vært vanlig å bruke betegnelsen *generelle lærevansker* på elever som hadde lav IQ og svake faglige prestasjoner. Det ble da naturlig å snakke om *generelle lærevansker i matematikk* når den faglige ytelsen både i matematikk og i andre fag var svak. Men vi vet at svak faglig ytelse i f. eks. matematikk vil kunne påvirke ytelsen også i andre fag (Lunde, 2001b). Derfor kan det bli feil å tolke svake faglige resultater i alle fag som uttrykk for generelle lærevansker, dvs. svake evner.

For elever som har normale evner og normale prestasjoner i andre fag enn matematikk, bruker en ofte betegnelsen *spesifikke lærevansker i matematikk*. Også *dyskalkuli* brukes ofte i denne betydningen. Snorre Ostad (2006) mener at det er bestemte faktorer som korrelerer med matematikkvansker og at disse elevene har en kvalitativt forskjellig utvikling faglig. De betegnes med spesifikke vansker. Men vi er ikke sikre på om dette skillet mellom spesifikke og generelle vansker i matematikk er fruktbart i det spesialpedagogiske arbeidet, og spør oss om betegnelsene spesifikke vs. generelle vansker gir et tilfredsstillende utgangspunkt for utformingen av de spesialpedagogiske tiltakene.

Begrepet *dyskalkuli* knyttes ofte til den tsjekkiske forskeren Kočš som definerte matematikkvansker som en strukturell defekt:

Utviklingsdyskalkuli er en strukturell forstyrrelse av matematisk evne som har sitt opphav i en genetisk eller medfødt forstyrrelse i de deler av hjernen som er den direkte anatomisk-fysiologiske kjernen for modning av den matematiske evnen adekvat til alder, uten en samtidig forstyrrelse av generelle, mentale funksjoner. (Kočš, 1974, s. 165)

Innen forskningen finner vi svært ulike angivelser av hvor hyppig dette forekommer. DSM-IV (1994) (DSM-IV: Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: Fourth Edition) oppgir at bare 1 % av elevpopulasjonen har slik utviklingsdyskalkuli, mens Butterworth (2005) og Geary (2004) anslår 4-8 %.

Dette har ofte blitt betegnet som en *defektologisk modell*. Selv om den langt på veg sier at matematikkvanskene skyldes endrede, strukturelle forhold i hjernen, synes de fleste å mene at ferdigheten i matematikk likevel er påvirkelig av undervisningen.

I den internasjonale faglitteraturen ser vi ulike betegnelser. Dyskalkuli brukes ofte som en fellesbetegnelse i samme betydning som vi i Norge bruker betegnelsen *spesifikke lærevansker i matematikk*. Ellers brukes betegnelser som "arithmetic learning disabilities", "mathematical disabilities", "arithmetic deficits", "mathematical difficulties" og "mathematical disorders".

Ofte defineres spesifikke matematikkvansker som *diskrepansen* mellom resultatet på prestasjonstester og målt IQ (f. eks. på WISC – Wechsler Intelligence Scale for Children, se Wechsler, 2004). Vanskene skal ikke skyldes nedsatt IQ eller kunne komme av dårlig undervisning, sansedeferter eller andre forhold (f. eks. emosjonelle vansker).

Prestasjonstester, som for eksempel standardiserte matematikkprøver er i seg selv et upresist måleredskap. Bruker vi et kriterium som ett standardavvik under gjennomsnitt, omfatter det 16 % av elevmengden.

Matematikkvansker kan også forklares som en forstyrrelse i læringsprosessen (Lunde, 2006). Lyon et.al. (2003) påpeker det samme i sin kritikk av lærevanskebegrepet og konkluderer med en bred definisjon av lærevanskebegrepet. De refererer til nyere forskning og hevder at det ikke er mulig å påvise forskjell mellom generelle og spesifikke lærevansker. Både kjennetegn og tiltak vil være de samme.

Betegnelsene over er knyttet til diagnoser. Diagnose er en beskrivelse av en tilstand hvor noe er galt, noe vi gir behandling for. Denne tenkningen stammer fra legevitenskapen, men har i stor grad preget det spesialpedagogiske feltet. Diagnosen "lærevansker i matematikk" fokuserer på

det eleven ikke kan. Den fokuserer ikke på de ressursene eleven har og hva han kan – eller nesten kan.

Diagnoseperspektivet mener vi er utilstrekkelig da det gir lite rom for å se om vanskene eleven har i matematikk kan ha sammenheng med undervisningen eller matematikkens innhold. Vi er dessuten meget betenkt på at diagnosene ofte stilles på usikkert faglig grunnlag, noe som fremkom av spørreundersøkelse ved alle PP-kontorer i Norge (Lunde, 2004). Et diagnosebegrep er ikke bare utilstrekkelig, men kan i tillegg virke stagnerende for den faglige utviklingen hvis det oppfattes som en kronisk tilstand.

Vi vet at effekten av spesialpedagogiske tiltak er for dårlig (Haug, 1999). Vi ser samme kritikken fra flere hold:

Current research on compensatory and remedial education programs shows that their goal of bringing academically deficient student back into the academic mainstream is not being accomplished. In fact, even though these programs are far more costly than regular programs a whole lot of money is being spent on them, they remain unsuccessful for the long term and are only slightly effective for the marginal student. (Anderson & Pellicer, 1998, s. 6)

Vi vet at det å ha vansker i matematikk ikke er et stabilt fenomen over tid. Hægblom (2000) finner at barn som tilhørte gruppen lavtpresterende ved 6-års alderen, kunne tilhøre gruppen mellom- eller høytpresterende ved 9-års alderen! Bare 20 % av alle elevene tilhørte samme prestasjonsgruppe under hele skoletiden. Hægblom fulgte en gruppe elever (139, redusert til 119) fra 1. årstrinn i perioden 1988 til 1998. Hun sier ikke noe eksplisitt om hvor mange som fikk spesialpedagogisk hjelp. Hun registrerer en påfallende nedgang i løsningsfrekvens fra 3. til 6. årskull og sier at dette i hovedsak skyldes vansker med posisjonssystemet, tallenhetenes navn og desimalstruktur/brøk. De elevene som regner feil synes å anvende lignende regnestrategier som de som regner rett, men regnefeil, utelatelse av siffer, vansker med symbolhåndtering og omkastningsfeil eller avskrivningsfeil leder til feil svar.

Resultatene (Hægblom, 2000) viser at alle elevene ikke kan innhente og bearbeide det matematiske innholdet som er planlagt for visse årstrinn, men at utviklingen kan skje senere. Dette er et læreplanrelatert problem som gradvis kan lede til manglende mestring og negative følelser for matematikkfaget. Vygotskys begrep ZPD (Zone of Proximal Development) poengterer at mestring skjer individuelt, til ulike tidspunkt. Det kan være uheldig å tidsbestemme et bestemt læringsresultat. I stedet kan en poengtere en prosessorientert eller dynamisk orientert tilnærming til matematikk læring, noe vi mener vil kunne bringe det spesialpedagogiske arbeidet et skritt videre (Dalvang & Lunde, 2005).

Det som kanskje særpreger lærevanskene, er en *uventet stagnasjon* i den faglige utviklingen. Snorre Ostad påpekte i 1999 at dette var ett av de vesentlige trekkene ved matematikkvansker.

Hvis vi ikke finner denne uventede stagnasjonen, må vanskene oppfattes som å være av generell art. Da tenker en seg en jevn, langsom faglig utvikling. Denne måten å beskrive læringsforløpet på kan diskuteres. Det er ikke urimelig å anta at spesifikke lærevansker også kan vise seg tidlig og ha en jevn utvikling, mens mer generelle vansker kan vise seg i en brå endring i prestasjonsnivå (f. eks. ved ulike punkter i læreplanen hvor kravene til f. eks. leseferdighet koples med kravene til matematisk ferdighet).

Vi konkluderer med å bruke en bred definisjon av matematikkvansker og regner med at dette omfatter ca. 15 % av elevene. Det er denne gruppen som vanligvis får ulike former for spesialpedagogisk eller tilpasset hjelp. *Forum for Matematikkvansker* ved Sørlandet kompetansesenter endret våren 2006 navn til *Forum for matematikkmestring* (heretter *Forumet*) for å fokusere på muligheter for endring. Målet for arbeidet er mestring. Dette også er i samsvar med Stortingsmelding nr. 23 slik vi tidligere har beskrevet. (Om Forumet, se www.statped.no/sorlandet/matematikk)

I det følgende vil vi utdype begrepet matematikkvansker og begrunne vår oppfatning ut fra en didaktisk vinkling. Det vil vi gjøre ved å se nærmere på sammenhengen mellom terminologien som brukes og den spesialpedagogiske årsaksforståelse vi mener ligger bak.

Ulike årsaksforklaringer til matematikkvansker

En analytisk kategorisering kan deles opp i følgende fire vanlige årsaksforklaringer til matematikkvansker (Engström 1999; Lunde 2003). Selv om vi arbeider primært ut fra en didaktisk tenkning, mener vi at også de tre andre forklaringsmodellene er viktige. I stedet for å tenke én årsak, mener vi at alle fire må ses samlet og at alle har vesentlige bidrag til forståelse av det å ikke mestre matematikken, slik Sagerup (2006) beskriver å oppleve det.

Den medisinske/nevrologiske forklaringsmåten

Fokus rettes her mot elevens kognitive funksjoner og deres basis i hjernen. Funksjonenes møte med miljøet er avgjørende for prestasjonene på ulike områder av livet.

Det dreier seg om hvordan informasjonen bearbeides i hjernen via funksjoner som hukommelse, oppmerksomhet og forestillingssystemer. Forskjelligheter fremkommer i form av dysfunksjoner i hjernens produksjonssystemer.

I Norge har Fritz Johnsen (2005) arbeidet ut fra en slik modell. Han viser til at bestemte deler av hjernen synes å være meget sentrale ved løsningen av forskjellige regneoppgaver (møtet med det ytre miljøets krav). Sammen med subkortikale og kortikale (særlig frontale) hjerneområder, inngår de i et nettverk av hjerneområder som alle er aktive og arbeider sammen selv ved løsningen av helt enkle oppgaver.

Metakognisjon er en del av de eksekutive funksjonene. Den består av overvåking og regulering av de kognitive prosessene og er sentral i planlegging, problemløsning, evaluering og ulike sider ved språklig læring. Sagt på en annen måte: En må vite hva en vet (og ikke vet) og hva en skal gjøre. Vesentlige funksjoner blir da det å starte på en oppgave, bearbeide informasjonen, lage en plan og gjennomføre den. Spesifikke matematikkvansker dreier seg oftest ikke om skader, sier Johnsen, men er uttrykk for normalt forekommende forskjeller i og ferdigheter på genetisk grunnlag. Alle mennesker har sterke og svake sider. Hos noen er deler av eller hele matematikken en slik svak side, og av og til i en slik grad at det faller utenom normal variasjon.

Psykologiske forklaringsmåter

Årsaken til matematikkvanskene kan finnes i manglende anstrengelse/motivasjon eller konsentrasjonsvansker hos eleven, i angst (prestasjonsangst) og holdninger til faget matematikk, eller i ulike kognitive funksjoner, f. eks. tankestrategier, persepsjon og hukommelse. Det kan også oppstå forstyrrende faktorer i den konteksten der læringen skjer (for eksempel mobbing) slik at vansker oppstår. Også språkferdigheten og begrepsutviklingen er eksempler på psykologiske forklaringsmåter.

I Norge er det spesielt Snorre Ostad som har arbeidet med matematikkvansker ut fra et psykologisk fokus. Forskningen hans (Ostad, 1999) viser at elever med matematikkvansker bruker færre og mer primitive strategier enn elever uten vansker gjør. Elevens begrepsutvikling og språkferdighet har stor betydning for den matematiske kompetansen. Det gjelder både hvordan situasjoner (erfaringer) og oppgaver tolkes og forstås, men også hvordan dette kommuniseres. Når informasjon (ny kunnskap) skal lagres i hukommelsen, må den kodes (gis en slags etikett for å kunne kjennes igjen og hentes fram igjen). Da er det helt avgjørende å ha presise og dekkende begreper og forstå hvordan disse er bygd opp i begrepsstrukturer.

Elever med lave faglige prestasjoner i matematikk kjennetegnes ofte ved negative holdninger, engstelse og lav motivasjon (Magne, 1997). Dette kan gi følelsesmessige blokkeringer som forstyrrer læringssekvensen. I begynnelsen av artikkelen beskriver Sagerup (2006) en lav selvfølelse i matematikktimene. Vi kan ha ulik oppfatning om det er matematikken

som skaper slike reaksjoner (om det er en følgetilstand av det å ikke mestre faget) eller om elever som i utgangspunktet har høyt angstnivå av ulike årsaker, også vil oppleve at dette skaper vansker med å lære seg matematikk. Dette ligger tett opp til det å ha en negativ selvoppfatning, noe Linnanmäki (2004) viser kan ha ødeleggende virkning på matematikklæringen.

Også motivasjonen vil spille en sentral rolle. I sin bok fra 1998, beskriver Magne matematikklæringens psykologi med disse betegnelse: Att tänka, att anstränga sig, att bli känslomässig störd, att lätt bli distraherad.

Sosiologiske forklaringsmåter

Sosiale og kulturelle forhold, miljøfaktorer, sosial deprivasjon og lignende forhold kan forstyrre læringssekvensen i matematikk og gi vansker. Eleven kan f. eks. komme fra et understimulert miljø og har ikke de nødvendige læringsforutsetningene i form av erfaringer (og språkferdighet). Ytre omstendigheter (oppvekstmiljøet) har medført at læringsforutsetningene mangler, er utilstrekkelige eller kanskje annerledes enn det undervisningen i skolen forutsetter. Slik sett formes også elevens "indre miljø" som forutsetning for å lære, men det har ikke skjedd noen varige psykologiske endringer. Eleven fungerer som forventet ut fra det samlede sett av påvirkninger. Det kan være tilfelle ved to-språklige elever som har vansker med skolematematikken.

Barn i ulike kulturelle sammenhenger har ulike erfaringer og matematikken som redskap er knyttet til den kulturelle situasjonen og de erfaringene barnet har gjort der. Det ser ikke ut til at dette kan flyttes fritt mellom f. eks. en mer generell skolesituasjon og den situasjonen hvor erfaringene ble gjort. Gatebarn i Brasil utviklet en god matematisk ferdighet ved gatesalg. De mestret til dels kompliserte matematiske utregninger mht. antall, priser, pengeveksling etc. ved gatesalget. Men i skolen var de ikke i stand til å vise ferdigheter og begrepsforståelse som synes å være like med de ferdigheter og begreper de klarte godt utenfor skolen (se Carraher et al., 1985).

Hos to-språklige elever kan vi oppleve noe av det samme (Lunde, 2001a). Den matematiske ferdigheten og forståelsen som de har fra sitt morsmål, blir ikke automatisk overført til skolesituasjoner basert på et annet språk.

Didaktiske forklaringsmåter

Fra mange hold rettes det kritikk mot den tradisjonelle matematikkundervisningen hvor timen starter med gjennomgang av gårsdagens lekse, så følger gjennomgang av nytt stoff. Deretter skal eleven øve seg på

bestemte oppgaver. Alt er samlet på et par sider i læreboka og skal gjøres ferdig hjemme.

I evaluering av Reform 97 viser Peder Haug (2004) til at flere forskere karakteriserer mye av undervisningen som tradisjonell. Dette gjelder undervisning generelt. Bygget på funn av Klette m.fl. (2003) sier han: "Heilklasseundervisninga dominerer på alle klassestega, med tre sentrale arbeidsformer. Det er spørsmål – svar, instruksjon og individuelt arbeid med oppgaver" (ibid., s. 32).

Han peker på at det også gjelder matematikk spesielt: "Ut fra lærervurderinger og observasjoner konkluderer både Imsen (2003) og Alseth m.fl. (2003) med at undervisninga i matematikk stort sett følgjer eit tradisjonelt mønster. Faget er isolert og læreboksentrert" (ibid., s. 34).

Som et alternativ til denne undervisningsformen, har en de siste årene rettet fokus mot konstruktivistisk begrunnet og dynamisk utformet undervisning som fokuserer på å arbeide i elevens nære sone, hvor eleven i langt større grad selv oppdager og utvikler sin matematiske forståelse. Konstruktivistisk og dynamisk undervisning har også blitt fremholdt som velegnet for elever med matematikkvansker.

Konstruktivismen legger vekt på aktiv tenkning og refleksjon som vesentlige elementer. Matematikkopplæring som baserer seg på dette synet vil egne seg godt til opplæring av elever med matematikkvansker, blant annet fordi den i mindre grad krever at elevene skal memorere kunnskapsstoff med lite meningsbærende elementer. (Holm, 2002, s. 20)

De indre kognitive prosessene og det ytre miljøet kan ikke holdes skilt. Hovedideen innenfor konstruktivismen er at mennesker konstruerer mentale modeller eller representasjoner av egen fysisk og sosial virkelighet gjennom handling, aktivitet, tenkning og refleksjon. Med mentale forestillinger menes forestillinger som skapes i personens egen tankeverden og som representerer erfaringer fra virkeligheten. Erfaringene som i begynnelsen er konkrete, utvikles etter hvert til forestillinger på det mentale planet løsrevet fra den fysiske virkeligheten. Dette er vesentlig ved logisk tenking.

Det er også på sin plass å nevne det sosiokulturelle perspektivet her, selv om det ennå er en uvanlig betegnelse i matematikkvanskesammenheng. Vi velger bl.a. å nevne betydningen av følgende som motivasjon for å lære (se også Dalvang, 2006):

- Opplevelsen av å dele konteksten med de andre, men likevel mestre, gjennom at eleven velger sitt eget problemløsningsnivå.
- Opplevelsen av å delta sosialt.

- Opplevelsen av å kommunisere sine matematiske tanker og lytte til andres.

Elever som strever med matematikken og som ofte får timer alene eller i små homogene grupper kan gå glipp av muligheter til å lære gjennom fellesskap med andre. Bachmann og Haug (2006) skriver at det fins forskning som peker på at majoriteten av elevene får spesialundervisningen gitt utenfor den klassen der eleven hører til. De viser bl.a. til Grøgaard m.fl. (2004). Vi spør oss om en slik praksis kan bidra til å opprettholde vanskene.

Også vansker i forbindelse med misoppfatninger har blitt fremholdt som eksempler på matematikkvansker som skyldes didaktiske forhold. Zernichow og Nygaard (2006) beskriver misoppfatninger som en fastlagt oppfatning omkring et begrep som ikke er den det var meningen en skulle ha. Det kan skyldes at en har en misforståelse eller manglende oppfatning av begrepet. Det kan også skyldes at en gjør en overgeneralisering, en overfører en tenkemåte som er riktig i spesielle tilfeller til situasjoner der tenkemåten ikke lenger holder.

Det er også vår oppfatning at mange elever som har matematikkvansker, har slike misoppfatninger og at de tenker, men ikke alltid rett. Selv om det er kjente misoppfatninger, ser vi i praktisk utredningsarbeid at de ikke alltid blir avdekket.

En kan undre seg på hvorfor noen elever får slike misoppfatninger. Zernichow og Nygaard (2006, s.36) peker på noen allmenne grunner: "Når det gjelder det å få misoppfatninger, så er etter vår oppfatning læreren den vanligste kilden. Men også læreplanen og lærebøkene kan være med på å la misoppfatninger befestes seg." I artikkelen sin gir de eksempler på dette.

De sier videre at i arbeidet med misoppfatninger er det viktig å finne ut hva matematikkunnskap egentlig består av, hvilke komponenter som må være på plass for at eleven skal ha de ønskede kunnskaper. De viser til kompetansebegrepet (Niss & Højgaard Jensen, 2002) som vi vil komme nærmere inn på senere i denne artikkelen.

Innen faglitteraturen finner vi forbausende lite om matematikkvansker forklart ut fra didaktisk perspektiv, men innen fagmiljøene i Norden arbeides det med dette, noe bl.a. den 3. nordiske forskerkonferansen ved Aalborg Universitet var preget av, ifølge nettstedet www.matematikkvansker.net. I Norge har Forum for matematikk mestring rettet søkelyset på disse forholdene og de mulighetene det gir for å utforme en tilpasset opplæring for elever med matematikkvansker og også forebygge slike vansker.

Kompassmodellen – et redskap for møtet mellom ulike aktører

Forskningen innenfor matematikkvanskefeltet har vært snever, med mye vekt på aritmetiske forhold. Dette fragmentariske perspektivet har i for liten grad ført sikker kunnskap tilbake til spesialpedagogikken og spesialundervisningen som rådgivere, spesialpedagoger og lærere har kunnet nyttiggjøre seg i sitt arbeid. Mange har derfor arbeidet med definisjoner, terminologi og forståelse av vanskefeltet som ligger langt tilbake i tid, som har vært preget av medisinsk tenkning og som matcher dårlig med nyere pedagogiske ideer. Som følge av det har det spesialpedagogiske arbeidet med matematikkvansker ofte handlet nettopp om individuelt arbeid med å drille på ferdigheter med tall og talloperasjoner.

Presentasjonen av en ny modell (se figur 1) er en gjengivelse av tanker forfatterne gjør seg vedrørende fenomenet, og et forsøk på å samle nyere forskning på feltet.

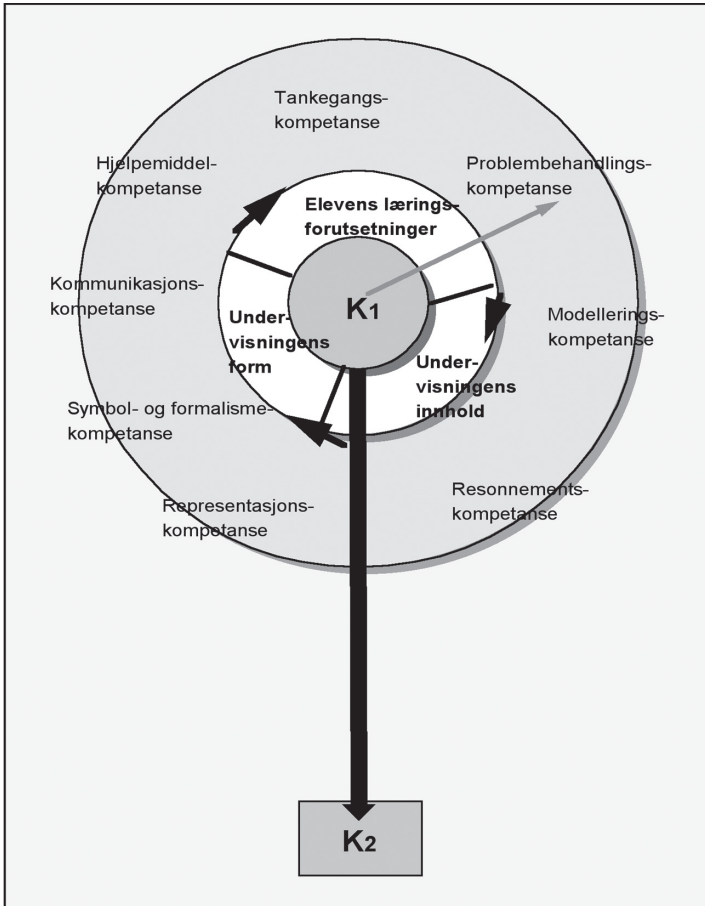
Modellen prøver å gi holdepunkter for utformingen av en ny undervisningssituasjon (K2) basert på den nåværende situasjon (K1). En tar hensyn til elevens læringsforutsetninger og undervisningens form og innhold. Dette drøftes i lys av sammensatte beskrivelser av matematisk kompetanse.

Vi ser et stort behov for redskaper som gjør det lettere å drøfte og arbeide med matematikkvanskeproblematikken på nyere pedagogisk arena. Gjennom de fire forklaringsmodellene viser vi at problematikken er mulig å diskutere fra svært ulike perspektiv. Nye redskap bør sette sammen kjennskap fra hele feltet; medisinske, psykologiske, sosiale og pedagogiske faktorer, og drøfte deres innbyrdes relasjoner for å danne et helhetlig bilde av situasjonen rundt en vanske og mulighetene for mestring. Modellen tenkes anvendt på situasjonen for store grupper, mindre grupper eller for individer. Gjennom å belyse og reflektere over situasjoner rundt matematikkvansker fra så bredt perspektiv setter vi samtidig fokus på matematikkvanskene som et samfunnsmessig ansvar. I det følgende vil vi beskrive tenkingen bak modellen og hvordan vi tenker modellen brukt.

Sosiokulturelt perspektiv

En helhetlig tenkning er inspirert av det sosiokulturelle perspektivet. Kunnskap blir konstruert gjennom samhandling og i en kontekst. Settes matematikkvanskefeltet inn i en sosiokulturell forståelsesramme, vil læreversker i matematikk og matematikk læring måtte forstås i kontekst.

Karakteristisk for sosiokulturell forståelse av kontekst er at alle deler er integrerte, vevd sammen, og at læringen inngår i denne helheten (Dysthe, 2001). Perspektivet vil være med å fremme synet på matematikkvansker



Figur 1. Kompassmodellen. Modellen sammenfatter en rekke faktorer i situasjonen rundt en matematikkvanske

som et samfunnsmessig mer enn et individuelt problem. Et sosiokulturelt perspektiv kan sette nytt lys på en praksis der analyse og testing av læringsforutsetninger har vært dominerende. Vi mener at konteksten for en lærevanske er vevd sammen av mange ulike deler der undervisningsform og innhold er like viktige som elevens læringsforutsetninger.

Vi kan tenke oss læreplanen som et kart over det matematiske landskapet eleven skal vandre gjennom med læreren som sin veileder. Læreplanen har beskrevet en progresjon – en retning, og som i et orienteringsløp, satt opp en rekke kontrollposter. Noen roter seg bort i landskapet – og det

trengs et kompass som kan angi retninger eleven og læreren har mulighet for å gå for å mestre matematikken.

Modellen er en ide til et verktøy som elever, foreldre, lærere og PPT (Pedagogisk-Psykologisk Tjeneste) kan bruke for å reflektere og drøfte "kartet og veien".

Spesialpedagogisk ståsted

I drøfting av en matematikkvanske møtes spesialpedagogiske aktører (f.eks pp-rådgiver) og pedagogiske aktører (f.eks lærer). Aktørene henter ofte idegrunnlag, teori og praksis fra to ulike verdener. Spesialpedagogen støtter seg for eksempel til ideer fra Geary og kollegaene hans: Vi vil nevne Geary (1993) om strategiutvikling, Geary, Hoard og Hamson (1999) om mathematically disabilities, Geary, Hoard og Hamson (2000) om kjennetegn på matematikkvansker og Geary (2004) om korttidsminne.

Geary (1993) deler matematikkvanskene i tre undergrupper. Grupperingene er fremkommet etter forskning på vansker innen aritmetikk: Semantic memory subtype, Visuospatial subtype og Procedural subtype. Han understreker imidlertid at de tre undergruppene må tolkes som "best guess" ut fra det man for tiden har av kunnskap om matematikkvansker. I senere artikler av Geary (2004) har han fremdeles med inndelingen, men han diskuterer kompleksiteten i vanskebegrepet: Er det en vanske når årsaken like gjerne kan ha sin årsak i undervisningen som i kognitive forhold? Er vanskeproblematikken avhengig av verdisyn/læringssyn?

En annen vanlig innflytelse på spesialpedagogikken er internasjonale betegnelser på matematikkvansker som f. eks DSM-IV (1994), et diagnose-system som brukes innenfor mange fagkretser, bl.a. PP-tjenesten. DSM-IV presiserer om matematikkvansker:

DSM-IV: 315.1 Mathematics Disorder

Diagnostic Features

The essential feature of Mathematics Disorder is mathematical ability (as measured by individually administered standardized tests of mathematical calculation or reasoning) that falls substantially below that expected for the individual's chronological age, measured intelligence, and age-appropriate education (Criterion A).

The disturbance in mathematics significantly interferes with academic achievement or with activities of daily living that require mathematical skills (Criterion B).

If a sensory deficit is present, the difficulties in mathematical ability are in excess of those usually associated with it (Criterion C).

A number of different skills may be impaired in Mathematics Disorder, including linguistic skills (e.g. understanding or naming mathematical terms, operations, or concepts, and decoding written problems into mathematical symbols), perceptual skills (e.g. recognizing or reading numerical symbols or arithmetic signs, and clustering objects into groups), attention skills (e.g. copying numbers or figures correctly, remembering to add in "carried" numbers, and observing operational signs), and mathematical skills (e.g. following sequences of mathematical steps, counting objects, and learning multiplication tables). (DSM-IV, 1994, s. 50)

Det faglige nivå skal være betydelig under det som er forventet ut fra levealder, målt intelligens og aldersadekvat skolegang. I DSM-IV brukes ikke begrepet disabilities, men disorders i forbindelse med matematikkvansker, og ligger dermed nær Ostads definisjon:

Uttrykket matematikkvansker betegner at eleven har stagnert eller gått tilbake i relasjon til en normal faglig utvikling i matematikk. Matematikkvansker representerer altså et brudd på den jevne og kontinuerlige faglige utviklingen som de fleste elevene følger. (Ostad, 1990, s. 67)

Og sist, men ikke minst må nevnes et vanlig redskap i spesialpedagogikken, nemlig WISC-R. WISC-testene (f. eks. Wechsler, 2004) har spilt en sentral rolle innenfor PP-tjenesten (PPT) og klinisk psykologi i Norge.

Med utgangspunkt i våre sosiokulturelle antagelser har vi behov for å sette matematikkvansker inn i en større sammenheng. Grupperingen av vanskene (Geary, 1993) viser en forenkling der vi er redd for at noe av mangfoldet kan gå tapt. Usikkerheten rundt effekten av måling med WISC-R er også for tiden mye diskutert (D'Angiulli & Siegel, 2003). Vi mener med andre ord at disse redskapene ikke er tilstrekkelige når en matematikkvanske skal drøftes.

Møtet mellom ulike aktører

Vi mener feltet har behov for et nytt redskap når ulike aktører møtes for å snakke sammen om vansker og mestring i matematikklæring. Møtet må ikke la seg begrense av forenklinger, men heller søke etter varierte forklaringer til vanskene og mange ulike innganger til det å lære seg matematikk. I artikkelen beskriver vi modellen tenkt overfor et individuelt case. Vi mener imidlertid at den like gjerne kan brukes i forhold til grupper,

for eksempel i forebyggende sammenheng. Da vil partene som drøfter situasjonen og informasjonen som danner grunnlaget kanskje være litt forskjellig fra tilfellene vi her skisserer.

Her ser vi for oss et møte omkring et individuelt case. (f.eks et tverrfaglig team) som sammen prøver å beskrive situasjonen rundt en matematikkvanske ut fra de informasjonene de ulike partene sitter med. Representanter fra PPT sitter med kunnskap fra DSM-IV, protokoller fra WISC-R og andre tester. Skolen har informasjon fra observasjoner, skolearbeid, holdning til faget, sosiale relasjoner, prøver og kartlegging, undervisningen slik den har vært organisert og hvilket innhold som har vært vektlagt i perioden som skal omtales. Foreldre har informasjon fra arbeid med hjemmelektse, utsagn om skolehverdagen, sin egen og barnets bekymring.

De ulike bitene av all denne informasjonen skal sammen danne et felles bilde og språk rundt situasjonen for en matematikkvanske. Dette bildet kaller vi i modellen for kontekst 1; K1. Den er plassert i en sirkel i sentrum av modellen (se figur 1). Det er her kompasstenkningen kommer inn. Vi legger kompasset på kartet. For å få grep på hvor vi er (K1) må flere forhold studeres. Rundt K1 er det derfor tegnet to nye sirkler. Den innerste kan roteres rundt K1, og den ytterste har en pil med sentrum i K1 som kan roteres 360 grader.

Før vi går nærmere inn på bruken av kompasset er det nødvendig å beskrive innholdet i de to ytterste sirklene.

Kompetansebeskrivelse av matematisk faglighet

Under utvikling av kompassmodellen har vi lekt med å forene tenkning fra svært ulike perspektiv. Et nyttig perspektiv har vært kompetansebeskrivelsene fra Niss og Højgaard Jensen (2002). Med fare for å strekke kompetansene for langt, har vi tatt dem i bruk som bidrag for å kunne beskrive konteksten for ulike matematikkvansker. Niss og Højgaard Jensen beskriver matematisk kompetanse som å ha:

Indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer. (s. 43)

Vi tolker "indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt" på en slik måte at det gir mening å legge det til vårt eget mestringsbegrep. Som vist tidligere fokuserer vi på elevens egen vei til mestring, der vi legger til grunn en subjektiv opplevelse av mestring. "Innsigtsfuld parathed" ligger da hos eleven.

Under definisjonen samler Niss og Højgaard Jensen åtte sentrale matematiske kompetanser, som har gyldighet for matematikkundervisning

på samtlige utdannelsesstrinn. Kompetansene har sterke forbindelser med hverandre, og kan ikke ses isolert. Hver for seg bidrar de til å utdype detaljene ved det å lære matematikk. Til sammen bidrar de til å beskrive hvor sammensatt og mangfoldig matematisk kompetanse er.

Nettopp dette mangfoldet er viktig å vurdere når en matematikkvanskesituasjon oppstår. Vi mener at kompetansebeskrivelsene kan bidra til å løfte blikket vekk fra en rådende praksis der tiltak ofte fokuserer på ren ferdighetstrening.

Framleis dominerer undervisningsmønstra som var etablerte ved dei store spesialskulane og i den gamle folkeskulen.

(Haug, 1999, s. 188).

Kompetansebeskrivelsene kan bidra til å analysere matematikkvanskesituasjonen ved at de beskriver en rekke varierte innganger til matematikklæring. For en nøyere gjennomgang av de enkelte kompetanser og deres samspill henvises til Niss og Højgaard Jensen (2002). Her følger kun en oppsummert liste:

- 1 Tankegangskompetence – at kunne udøve matematisk tankegang.
- 2 Problembehandlingskompetence – at kunne formulere og løse matematiske problemer.
- 3 Modelleringskompetence – at kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter.
- 4 Ræsonnementskompetence – at kunne ræsonnere matematisk.
- 5 Repræsentasjonskompetence – at kunne håndtere forskjellige representasjoner af matematiske sagsforhold.
- 6 Symbol- og formalismekompetence – at kunne håndtere matematisk symbolsprog og formalisme.
- 7 Kommunikationskompetence – at kunne kommunisere i, med og om matematik.
- 8 Hjælpemiddelkompetence – at kunne betjene sig af og forholde sig til hjælpemidler for matematisk virksomhed, herunder it.

I modellen (figur 1) er kompetansene plassert i ytterste sirkel. Det går en pil fra K1 til sirkelen med de åtte kompetansene. Pilen angir hvilken kompetanse som er fokus for drøftingen. Den midterste sirkelen setter kompetansene inn i en relasjonell sammenheng. Mens Niss (2001) bruker begrepet kompetence som "kompetence er en persons bemestring

af et livsområde” anvender vi begrepet med en litt annen betydning. Kompetansene brukes for å beskrive matematikkens vesen og med det anskueliggjøre hvor mangfoldig matematikkfaget kan gjøres i skolen, og hvor mange ulike tilnærminger som faktisk er tilgjengelig når det gjelder å lære matematikk. Men for å beskrive situasjonen rundt en matematikkvanske ser vi i tillegg kompetansene i relasjon til tre andre viktige faktorer.

Læringsforutsetninger, undervisningsform og matematikkinnhold

I tillegg til kompetansebeskrivelsene henter vi inspirasjon fra Magne (2005) når vi foreslår at følgende faktorer også er viktige når konteksten for en matematikkvanske skal analyseres:

- elevens læringsforutsetninger (nevrologiske, psykologiske og sosio-logiske forhold),
- undervisningens form,
- matematikkens innhold.

Disse faktorene er i modellen plassert i hver sin sektor av den mellomste sirkelen. Denne sirkelen kan roteres slik at alle tre faktorene i tur og orden vurderes i forhold til den kompetansen som er i fokus (som pilen peker på).

God matematisk kompetanse forutsetter et godt samspill mellom alle faktorene i modellen. Med det menes at det matematiske innholdet og formen på undervisningen er tilpasset/tar hensyn til elevens læringsforutsetninger; omstendigheter som kan skape hindringer for matematikklæringen, enten de ligger forut for læringen eller som et resultat av tidligere undervisning. De kan være betinget av forhold som ligger utenfor opplæringen, men kan også være et resultat av dårlig tilpasning mellom elevens læringsforutsetninger, undervisningens form og matematikkens innhold. Et eksempel kan være en elev med matematikkangst. Det vil være viktig å legge til rette for et matematisk innhold og organisering av læringsmiljø som kan gi nye og positive erfaringer.

Viktige momenter ved *elevens læringsforutsetninger* kan være

- regnestrategier,
- læringsstrategier; planlegging og problemløsning,
- utholdenhet,
- motivasjon,

- emosjoner,
- konsentrasjon.

Viktige momenter ved *undervisningens form* kan være:

- dialog/monolog,
- elevmedvirkning/ lærerstyring,
- samarbeidslæring/individuell arbeid,
- i klasserommet/utenfor klasserommet,
- oppgaver i samfunnsmessig kontekst,
- bruk av ulike erfaringer; auditive, visuelle, kinestetiske, taktile,
- produksjon/reproduksjon.

Viktige momenter ved *matematikkens innhold* kan være:

- læreplanens idégrunnlag/læreplanens fagmomenter,
- læreplanmoment/situasjon,
- begreper.

Modellen i bruk gjennom ett eksempel

Vi ser igjen for oss et tverrfaglig møte. Deltagerne skal ta for seg situasjonen rundt en elev som lenge har strevd med matematikkfaget. Klassens lærer er til stede sammen med spesialpedagogen for eleven og en rådgiver fra PP-tjenesten.

Sammen skal de prøve å sette ord på hvilke styrker og svakheter eleven har i matematikk. De ulike informasjonsbitene de bringer med seg til møtet settes opp mot hverandre ved hjelp av kompassmodellen. Kunnskap fra DSM-IV, informasjon fra WISC-R og andre tester, informasjon fra observasjoner, skolearbeid, holdning til faget, sosiale forhold, prøver og kartlegging, utforming av undervisning og det matematiske innhold skal omtales.

Kompasset stilles inn

Med utgangspunkt i den ytterste sirkelen bestemmer de seg for å starte drøftingen rundt *tankegangskompetanse*, pilen settes mot denne. Matematisk tankegang omfatter (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 47):

- bevissthet rundt hvilke spørsmål som er karakteristiske for matematikk,
- å kunne stille matematiske spørsmål og "ha blikk for" hvilke typer svar som forventes,

- å kjenne, forstå og kunne bruke matematiske begreper, kunne abstrahere og generalisere,
- å kunne skille mellom forskjellige matematiske utsagn.

Videre velger aktørene i møtet å begynne med *matematikkens innhold* i forhold til denne kompetansen. Den midterste sirkelen vris slik at de to områdene vender mot hverandre.

I møtet stilles spørsmål som de ulike aktørene med sin informasjon skal prøve å gi svar på. For eksempel: Legger læreplanen på dette trinnet vekt på å utvikle tankegangskompetanse, eller er det andre kompetanser som trer klarere frem som mål for matematikken på dette trinnet? Oppfattes elevenes erfaringer fra dagliglivet som nyttige i forhold til matematikkens innhold? Hvilke matematiske begreper har blitt vektlagt i undervisningen? Er begrepene i overensstemmelse med læreplanens fagmomenter for trinnet?

I den videre drøftingen forutsetter vi at tankegangskompetanse var viktig på denne elevens klassetrinn.

Kompasset dreies

Pilen peker fremdeles mot tankegangskompetanse, men den midterste sirkelen vris nå slik at det er *undervisningens form* som vender mot denne kompetansen.

Nye spørsmål stilles. Eksempler: Har undervisningen vært organisert slik at eleven har fått rike muligheter til å kunne stille egne matematiske spørsmål og gi varierte svar? Har undervisningen lagt vekt på at elevene skal lære både å kjenne, forstå og håndtere begrepene som hører til i matematikkundervisningen for denne perioden? Har undervisningen vært preget av dialog eller monolog? Har den tilbudt elevene varierte erfaringer i arbeidet med begrepene, som for eksempel auditive, visuelle, kinestetiske og taktile erfaringer?

Kompasset dreies enda en gang

Pilen peker fremdeles på tankegangskompetanse, og den midterste sirkelen vris slik at elevens *læringsforutsetninger* kan drøftes i forhold til kompetansen.

Spørsmål stilles, for eksempel: Hva kan vi forvente av elevene på dette trinnet? Er eleven i stand til å stille spørsmål av matematisk karakter som hører hjemme på sitt klassetrinn? Har han blick for hvilke typer svar som kan forventes? Hvilke begreper er viktige på dette trinnet? Kjenner, forstår og håndterer eleven disse begrepene? Klarer eleven å skjelle mellom forskjellige slags utsagn som påstander, antagelser og bevis?

I denne sammenheng ser vi tre aspekter som kan være viktige i en slik samtale:

- 1 Klarer eleven å bruke sin kunnskap i nye ukjente situasjoner, eller er han låst i lærers eksempel?
- 2 Viser eleven sine kunnskaper gjennom gjenkjenning og reproduksjon eller gjennom egen produksjon?
- 3 På hvilket nivå i forhold til klassetrinn klarer eleven å vise sin kunnskap.

Disse aspektene er inspirert av begrepene ”dækningsgrad, aktionsradius og teknisk niveau” hos Niss og Højgaard Jensen (2002).

En ny kontekst

Når vi i forbindelse med modellen snakker om kontekst er det hovedsakelig knyttet til analyse, drøfting, planlegging og tilrettelegging for læringssituasjoner. Fra K1 går det en tykk pil ut til K2. Det er den nye konteksten, de nye målene som settes under møtet og den tilretteleggingen dette vil medføre.

Når kompasset er anvendt så grundig for å drøfte én av kompetansene, sitter deltagerne igjen med en beskrivelse av situasjonen som kan angi noen nye mål når det gjelder denne kompetansen. Disse målene kan gjelde et spesielt fokus på noe av matematikkens innhold, det kan gjelde nye undervisningsmåter eller organisering av læringsmiljøet. Og det kan gjelde sterkere tilpasning til elevens/gruppens læringsforutsetninger. Sammen med beskrivelser av andre kompetanser som er aktuelle i denne situasjonen vil det oppstå flere slike nye mål. Til sammen er dette det vi vil kalle utforming av en ny kontekst for læring; K2.

I Norge har Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen sammenfattet de åtte kompetansene i tre komponenter som til sammen skal beskrive matematisk kompetanse. I parentesene finnes henvisninger til kompetansebeskrivelsene fra Niss og Højgaard Jensen.

- 1 *Ferdigheter* (kompetansene 5 og 6)
- 2 *Forståelse* (kompetansene 1, 4 og 7)
- 3 *Anvendelse* (kompetansene 2 og 3)

Den 8. kompetansen (hjelpemiddelkompetansen) inngår i alle tre komponentene (se <http://www.matematikkenteret.no/content.ap?thisId=635>).

Vi er litt kritiske til denne forenklingen eller oppdelingen som kan minne litt om tenkningen hos Geary (1993) når han deler vanskene inn i prosedurale, semantiske og visuospatiale undergrupper.

Slik vi velger å bruke kompetansebegrepet er vi mer fortrolig med inndelingen Niss og Højgaard Jensen (2002, s. 45) allerede har gjort.

- 1 Å spørre og svare i, med og om matematikk (kompetanse 1, 2, 3 og 4)
- 2 Å omgås språk og redskaper i matematikk (kompetanse 5, 6, 7 og 8)

Vi har hatt behov for en dynamisk modell, ettersom vi mener at det å være i matematikkvansker ikke kan beskrives som en statisk tilstand. Dersom kompetansene slås sammen i større avdelinger er vi redd for å miste av syne de mange aspektene ved det å lære matematikk, og mangfoldet av nye muligheter både når det gjelder tilrettelegging av undervisningens form og matematikkens innhold.

Vi understreker at modellen så langt er et tankeeksperiment. Det er ut fra en didaktisk vinkling vi ser mulighetene med vårt "kompass-verktøy". Kanskje kan det bidra til å hjelpe flere elever til å mestre matematikken gjennom at lærere og PP-rådgivere får et verktøy i tilnærmingen til en mer tilpasset opplæring. Vi mener et dynamisk verktøy vil motvirke detaljtenking – atomisering – av matematikken i spesialundervisningen. Vi mener modellen ivaretar et sosiokulturelt perspektiv i motsetning til et behavioristisk læringssyn.

Vi ser for oss flere muligheter til å bruke modellen. Den kan fungere som et samtaleredskap i et tverrfaglig team når aktørene skal analysere konteksten en matematikkvanske er i. Den kan være et redskap for å analysere tilrettelagt opplæring som har funnet sted. Og den kan være et redskap for å planlegge nye tiltak for en elev eller en elevgruppe.

Didaktiske konsekvenser

Mye av spesialpedagogisk undervisning er i dag inspirert av kognitive teorier. Spesialundervisningen blir ofte utformet i et individuelt perspektiv, med utgangspunkt i en individuell opplæringsplan (IOP) eller en individuell plan (IP). Dette er bestemt i opplæringsloven § 5–5, noe som bidrar til at elever med spesielle behov har krav på å få tilpasset opplæringen i henhold til sine behov. Det har ofte ført til tilpasning i form av enetimer/ gruppetimer utenfor fellesskapet (Haug, 1999; Grøgaard et al., 2004; Solli, 2005). Tilpasningen har hatt mer fokus på endring av eleven enn på endring av konteksten.

Forumet mener at kompassmodellen kan være et alternativ til den rådende tenkningen. Vi mener undervisningens form og innhold skal være

like stor gjenstand for oppmerksomhet som læringsforutsetninger når det gjelder tilpasset opplæring/inkludering. Modellen åpner for å drøfte et variert innhold og form på undervisningen for elever/grupper i forskjellige matematikkvansker.

Det eneste vi med sikkerhet vet om en elev i matematikkvansker er at eleven ikke har lært tilfredsstillende ut fra den undervisningen han blitt tilbudt. Vi trenger en annerledes undervisning og det er her vi tenker at kompassmodellen kan være til hjelp. Hovedprinsippet er at eleven andre gangen (kontekst 2) må få en undervisning som er annerledes enn første gangen (kontekst 1).

Eleven husker noe fra den første gangen også: "Matematikk kan jeg ikke lære!" Det er denne erfaringen som må endres til "Jeg får det til!" Det baseres først og fremst på at eleven selv opplever å mestre matematikken.

Matematikkunnskapene er knyttet til den sammenhengen de er lært i. Når vi lærer, så lærer vi samtidig noe om sammenhengen (konteksten) som læringen foregår i. Mellin-Olsen (1997) sier at det er en rekke dagligdagse ting som kan utgjøre kontekster omkring matematikk-undervisningen i skolen (s. 91-92):

- Det brukes lærebok.
- Læreboken inneholder oppgaver som skal løses.
- Oppgavene er nummerert og skal løses i en bestemt rekkefølge.
- Der er ett rett svar – og mange feil svar. Eleven med matematikkvansker er nok best kjent med alle de feilaktige svarene – og med blanke svar ...
- Undervisningen skjer i klasserommet, eleven sitter på pulten og regner og læreren sitter enten bak kateteret eller går rundt mellom pultene og gir kort hjelp til elever som spør.
- Den rette måten vises på tavlen og eleven må av og til skrive dette ned.
- Det hele varer i 45 minutter. Da er det over for denne gangen ...

Mellin-Olsen stiller spørsmål om i hvor stor grad eleven i matematikkvansker også møter denne situasjonen den andre gangen. Jo flere likhetstrekk det er, desto mer hemmende virkning har det på læringsutbyttet, mener han. Og, sier han, ingen av kontekstene i denne listen er nødvendige for å lære matematikk. De siste 10-15 årene har vi også sett en rekke forsøk på å utvikle nye kontekster, noe de nye lærebøkene i matematikk til dels er preget av.

Mange elever som strever med matematikken vil etter vår mening ha behov for erfaringene som kan vokse frem når de arbeider sammen med andre i et oppdagende læringsmiljø. Det er etter vår mening viktig at de lærer hvordan de kan delta i slike miljøer. Men vi vil legge til at dette ikke alltid er tilstrekkelig. Vi mener det er viktig å ivareta en veksling mellom læringsmiljø som stimulerer til oppdagelser, dialog, samarbeid og erfaringsutveksling på den ene siden (her er det vekt på begrepsopp-læring og forståelse) – og det å dokumentere kunnskaper, ulike strategier og prosedyrer på den andre siden (her er det vekt på ferdighetstrening). Noen elever/ grupper kan ha behov for mer intensiv begrepslæring, mens andre i perioder trenger mer ferdighetstrening. I noen perioder vil samarbeidslæring være beste læringsmiljø, mens i andre perioder vil individuelt arbeid gi bedre læringsutbytte. Modellen kan bidra i en dynamisk vurdering av hvordan tilpasningen kan skje innenfor en sosiokulturell ramme, i et inkluderende fellesskap.

Johnsen (2004) finner at en majoritet av ("a majority") elevene med matematikkvansker i sitt utvalg (36 elever) er forholdsvis flinkere ("relatively able") til å anvende matematikk, til å løse praktiske problem angående måling, tid, penger, hoderegning/overslagsregning og lese ut matematisk informasjon fra f. eks. aviser, enn det som skoleprestasjonene tyder på. Han har testet en rekke elever med matematikkvansker og sier at det kan virke underlig at så mange av elevene ser ut til å kunne bruke en matematikk som de etter testene skulle mangle. Dette er en tendens som går igjen i materialet uavhengig av alder.

Vi konkluderer med at kompassmodellen kan bidra til at elementer fra sammenhenger hvor eleven får til matematikken, gjerne utenfor skolesituasjonen, kan legges inn i den tilpassede matematikkundervisningen. Det innebærer at en må se mulighetene elevene har, ikke bare vanskene!

Clarke og Faragher (2004) sier at ofte vil lærere som har elever med lære vansker ha fokus på de mange vanskene som elevene strever med, og ha minimale forventninger om hva elevene kan oppnå. Som ledd i et større prosjekt i Australia (Early Numeracy Research Project) med 35 skoler og over 350 lærere, ble en skole, hovedsakelig for barn som fungerte på et lavere nivå enn de i de vanlige skolene, valgt ut for å studere dette. Clarke og Faragher gjorde forsøk med å gi lærerne informasjon om ulike undervisningsmåter i matematikk som var utformet for vanlig klasseromsbruk. De veiledet lærerne i å tilpasse undervisningsmåtene til de behovene elevene med matematikkvansker hadde, og opplevde at det utviklet seg et rikt og inspirerende miljø for matematisk tenking og problemløsning, noe som også viste seg i elevenes prestasjoner og innstilling til faget. Som de selv sier:

These teachers could have focused on the many *limitations* of their children. Rather, they chose to focus on *possibilities*. As one teacher (DM) noted: "never underestimate students, even 'special ones'".

(Clarke & Faragher, 2004, s. 390)

Vi kan vise til eksempler på rike og inspirerende læringsmiljøer lagt til rette som undersøkelseslandskap (Alrø & Skovsmose, 2004). Dalvang (2006) har drøftet hvordan undersøkelseslandskap kan være en inkluderende tilnærming til arbeidet med matematikkvansker.

Forum for matematikk mestring vil arbeide videre med å utvikle denne modellen og prøve den ut i arbeidet med elever med matematikkvansker.

Referanser

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and learning in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endring og utvikling ved R97 som bakgrunn for videreplanlegging og justering – matematikkfaget som kasus*. Notodden: TFN.
- Anderson, L. W. & Pellicer, L.O. (1998). Synthesis of research on compensatory and remedial education. *Mathematics Educations Dialogues*, 2 (1), 6.
- Bachmann, K. E. & Haug P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring*. Høgskolen i Volda.
- Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen*. Bergen: Caspar forlag.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. I J. Campell (Red.), *The handbook of mathematical cognition* (p. 455-467). Hove, UK: Psychology Press.
- Carraher, T. N., Carraher, D. & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3(3), 21-29.
- Clarke, B. & Faragher, R. (2004). Possibilities not limitations: teaching special needs children. I B. Clarke et al. (Red.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (p. 379-394). NCM, Göteborg University.

- Dalvang, T. & Lunde, O. (2005). Dynamisk kartlegging og dynamisk undervisning. I Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, *Vurdering i matematikk – hvorfor og hvordan? Konferanserapport nr. 3 – 2005* (s. 153-159). Trondheim: Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen.
- Dalvang, T. (2006). *Undersøkelleslandskap som tilnærming til arbeidet med matematikkvansker – et redskap for mestring?* (Masteroppgave). Universitetet i Oslo. (Problemstillingen også presentert ved ICME 10, København, 2004)
- D'Angiulli, A. & Siegel, L.S. (2003). Cognitive functioning as measured by the WISC-R: do children with learning disabilities have distinctive patterns of performance? *Journal of Learning Disabilities*, 36 (1), 48-58.
- DSM-IV (1994). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (Fourth edition, DSM-IV). Arlington: American Psychiatric Association.
- Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspill og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Engström, A. & Magne, O. (2003). *Medelsta-matematik. Hur väl behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lgr. 94* (Rapporter från Pedagogiska institutionen, nr. 4). Örebro universitet.
- Engström, A. & Magne, O. (2006). *Medelsta-matematik III. Eleverna räknar* (Rapporter från Pedagogiska institutionen, nr. 12). Örebro universitet.
- Engström, A. (1999). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematik* (Arbetsrapporter från Pedagogiska institutionen, nr. 2). Örebro universitet.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.
- Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77 (3), 236-263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K. & Hamson, C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74 (3), 213-239.
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin*, 114 (2), 345-362.
- Grøgaard, J., Hatlevik, I. K. R. & Markussen, E. (2004). *Eleven i fokus? En brukerundersøkelse av norsk spesialundervisning etter enkeltvedtak* (Rapport 9/2004). Oslo: NIFU STEP.
- Haug, P. (1999). *Spesialundervisning i grunnskolen. Grunnlag, utvikling og innhold*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Haug, P. (2004). *Resultat frå evalueringa av Reform 97*. Oslo: Noregs forskingsråd.
- Holm, M. (2002). Matematikkopplæring i et konstruktivistisk perspektiv – for elever med matematikkvansker. *Spesialpedagogikk*, 10/2002, 20-23.
- Hägglom, L. (2000). Räknespår. *Nämnamnaren*, 27 (4), 17-20.

- Johnsen, F. (2004). Dyscalculia – a cognitive approach. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 9 (1), 3-19.
- Johnsen, F. (2005). *Spesifikke matematikkvansker* (Statped skriftserie nr. 33). Alta: Nordnorsk spesialpedagogisk nettverk.
- Kirk, S. (1963). Behavioral diagnosis and remediation of learning disabilities. In *Proceedings of the conference on Exploration into the Problems of the Perceptually Handicapped Child*. Evanston, IL: Fund for the Perceptually Handicapped Child, Inc.
- Klette, K. (Red.) (2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. Oslo: Universitetet i Oslo, Det utdanningsvitenskapelige fakultet og Norges forskningsråd.
- Kočš, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 164-177.
- Kunnskapsløftet (2006). *Læreplanverket for kunnskapsløftet, midlertidig utgave juni 2006*. Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Linden, N. (1989). *Stillaser om barns læring*. Bergen: Caspar Forlag.
- Linnanmäki, K. (2004). Matematikprestasjoner och självuppfattning. I A. Engström (Red.), *Democracy and participation. A challenge for special needs education in mathematics. Proceedings of the 2nd Nordic research conference on special needs education in mathematics* (s. 205-221). Örebro Universitet.
- Lunde, O. (2001a). Lære matte på språk. Matematikkvansker hos elever fra språklige minoriteter. *Spesialpedagogikk*, 3/2001, 69-75.
- Lunde, O. (2001b). *Tilrettelagt opplæring for matematikk mestring*. Klepp Stasjon: Info Vest Forlag.
- Lunde, O. (2004). Pedagogisk-psykologisk arbeid med matematikkvansker – problemstillinger for videre forskning- og utviklingsarbeid innen feltet. I A. Engström (Red.), *Democracy and participation. A challenge for special needs education in mathematics. Proceedings of the 2nd Nordic research conference on special needs education in mathematics* (s. 223-234). Örebro Universitet.
- Lunde, O. (2006). Fra matematikkvansker til matematikk mestring. *Spesialpedagogikk*, 4/2006, 4-7.
- Lunde, O. (2003). Matematikkvansker som spesialpedagogisk tema. *Nordisk tidsskrift for spesialpedagogikk*, 4/2003, 245-260.
- Lyon, G. R., Fletcher, J. M., Shaywitz, S. E., Shaywitz, B. A., Torgersen, J. K., et al. (2003). *Rethinking Learning Disabilities*. Tilgjengelig 9 februar, 2003 fra http://www.schoolpsychology.net/p_indexlz.html
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Magne, O. (1997). Å plages av matematikkangst. I S. Mellin-Olsen & N. Lindén (Red.), *Perspektiver på matematikkvansker*. Bergen: Caspar Forlag.
- Magne, O. (2003). *Fem föredrag om den nya undervisningen för elever med särskilda utbildningsbehov i matematik*. Klepp Stasjon: Info Vest Forlag.

- Magne, O. (2005). Om SUM-elever og om nyere spesialpedagogisk tenking i matematikk. I *Fra vanske til mestring II* (Konferanserapport). Kristiansand: Forum for matematikkvansker.
- Mellin-Olsen, S. (1997). Eleven husker når han ikke lærte. Prinsippet om kontekstlæring. I S. Mellin-Olsen & N. Lindén (Red.), *Perspektiver på matematikkvansker*. Bergen: Caspar Forlag. (Artikkelen ble første gang publisert i Tangenten nr. 1/1992)
- Niss, M. (2001). Kompetencebegrepet i beskrivelsen af matematik som undervisningsfag. *Matematik*, 29 (3), 9-14.
- Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (Red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring – ideer og inspirasjon til utvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriets forlag.
- Nygaard, O. & Pettersen, P. (2000). *Fatte matte for deg som vil tette huller i elementære matematikkunnskaper*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Ostad, S. (1990). Hvorfor har barn matematikkvansker? Streiftog i ukjent landområde. I T. Ogden & R. Solheim (Red.), *Spesialpedagogiske perspektiver*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Ostad, S. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14 (1), 21-36.
- Ostad, S. (2006). Dysmatematikk: et multifaktorelt fenomen. *Skolepsykologi*, 5/2006, 27-37.
- Rasch-Halvorsen, A. & Johnsbråten, H. (2006). *En undersøkelse av grunnleggende matematisk kunnskap for studenter som begynner på matematikkrevende studier i Norge* (Norsk Matematikkråds undersøkelse, høsten 2005). Tilgjengelig på nettstedet <http://www.math.ntnu.no/nmr/rapport2005/NMRRapportH2005.pdf>
- Sagerup, V. (2006). Slik kan det være. Opplevelser av vansker med matematikk. *Spesialpedagogikk*, 4/2006, 8-9.
- Siegel, L.S. (2003). IQ-discrepancy definitions and the diagnosis of LD. Introduction to the special issue. *Journal of Learning Disabilities*, 36 (1), 2-3.
- Solli, K-A. (2005). *Kunnskapsstatus om spesialundervisning i Norge*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Stortingsmelding 23 (1997-1998) *Om opplæring for barn, unge og voksne med særskilde behov*. Oslo: Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet.
- Wechsler, D. (2004). *WISC-III® – Wechsler Intelligence Scale for Children®: administrasjons veiledning: norsk versjon*. Oslo: Assessio Norge.

Tone Dalvang

Tone Dalvang har undervist i grunnskole, videregående skole og lærerutdanning, og har mastergrad i pedagogikk. Hun har deltatt i utredning av matematikksituasjonen i Norge, MiSS-utvalget, og i oppstart og ledelse av Landslaget for matematikk i skolen – Lamis. Tone Dalvang er rådgivere i Forum for matematikkmestring ved Sørlandet kompetansesenter og har skrevet artikler om matematikk-læring og -vansker og holdt en rekke kurs/foredrag i Norge og i Norden.

Olav Lunde

Olav Lunde har arbeidet i en årrekke som pedagogisk-psykologisk rådgiver og leder i PPT. Han har magistergrad i pedagogikk fra Universitetet i Oslo og er godkjent spesialist i ped.-psyk. rådgivning. Olav Lunde er rådgivere i Forum for matematikkmestring ved Sørlandet kompetansesenter og har skrevet artikler om matematikk-læring og -vansker og holdt en rekke kurs/foredrag i Norge og i Norden.

Abstract

The article enlightens learning difficulties in mathematics as a complex phenomenon. Different explanations to the problems are put forward, of which the authors emphasize didactical relations. A model is presented as a tool for dialogue, reasoning and understanding of the difficulties in mathematics in a socio-cultural perspective. Varied explanation and understandings are woven together in the context. The model is a synthesis of the authors' experiences and knowledge about many years of practice in the field and theoretical reflections about learning, as for instance the importance of activity and communities of practice. The article discusses how the model can be useful from a didactical point of view when emphasizing the students' mastering of mathematics.