

Facit, Adventskalender 2021

1. $64 + 27 = 91$ är en lösning.
2. En femtedel fyllning inkl flaska väger 450 g och fyra femtedelar inkl flaska väger 600 g. Det betyder att tre femtedelar fyllning väger $600 - 450 = 150$ g. En femtedel av fyllningen väger alltså 50 g och då väger flaskan $450 - 50 = 400$ g.
3. Tomten har $\frac{1}{4}$ av paketen kvar.
Första timmen delas hälften ut.
Andra timmen delas $\frac{1}{6}$ av alla paketen ut.
Tredje timmen delas $\frac{1}{12}$ av alla paket ut.
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$
 av alla paket delas ut så tomten har $\frac{1}{4}$ kvar att dela ut.
4. En stjärna med n antal spetsar: Rita en cirkel och fördela n punkter jämnt längst cirkelns rand. Starta i en av punkterna och dra ett streck till en punkt som ligger två steg åt höger. Fortsätt likadant tills du är tillbaka på den första punkten. Med 5 punkter på cirkeln skapas en 5-uddig stjärna. Om det inte fungerar så försök att gå rund cirkeln på var tredje punkt, eller var fjärde punkt.



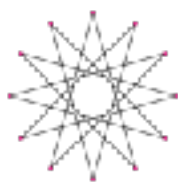
För 6 punkter fungerar det inte. Eftersom 6 är delbart med både 2 och 3 kommer du vara tillbaka till din första punkt både när du testat varannan punkt eller var tredje punkt.

För alla heltal $n \geq 7$ kommer det att finnas minst ett sätt att rita en stjärna eftersom det kommer att finnas minst ett tal mindre än n som inte är en delare till n .

Alla stjärnor med udda antal spetsar går att rita genom att gå till varannan punkt eftersom talen inte är delbart med 2. Många kommer även att kunna ritas på andra sätt. Exempelvis är 7 inte heller delbart med 3 så det går att rita om man går till var tredje punkt. 7 är heller inte delbart med 4, men att gå till var fjärde punkt kommer att resultera i en likadan stjärna som när man går till var tredje punkt åt andra hållet.

Testa vidare med andra stjärnor. Om n är ett mycket stort tal och stjärnan ritas genom att gå till varannan punkt kommer den att snarare att likna en cirkel. Ett sätt att beskriva stjärnan är att först ange antal uddar, och sedan det tal man delar in sina hopp med. Exempelvis betecknas den 5-sidiga stjärnan som $(5, 2)$. Om det andra talet inte är en delare till det första så kommer du slutligen att få en stjärna.

Här är några exempel till:

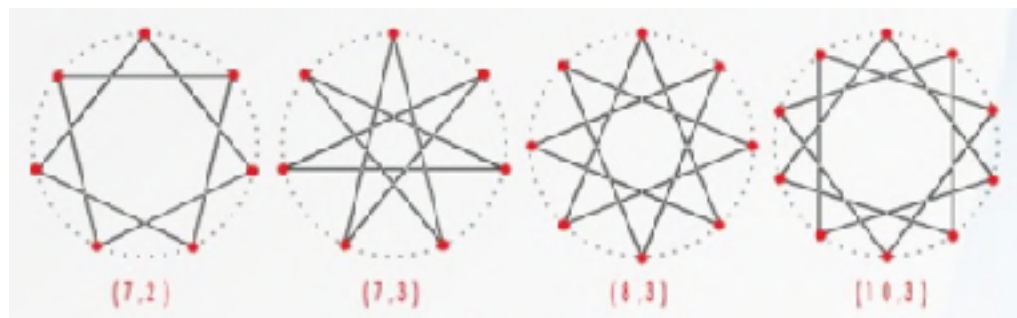


(12, 5)



(16, 5)

Här syns hur stjärnan passar in i cirkeln (bild hämtad från: <https://www.slideshare.net/itsmedv91/star-polygons-application-of-cyclic-group>)



För den som vill läsa med om matematiken bakom:

https://en.wikipedia.org/wiki/Star_polygon <https://professortiz.wordpress.com/2013/03/05/489/>

5. Det är samma höjd och volym i de båda bassängerna. Då behöver man faktiskt inte veta värdet på volymen.

Första bassängens volym: $3 \cdot 6 \cdot h$, där h är höjden.

Den andra, runda, bassängens volym: $r^2 \cdot \pi \cdot h$.

Sätt dessa volymer lika så kan vi lösa ut r . Värdet på r blir 2,39 m och diametern blir då ungefär 4,8 m.

6. $820/70 = 11,7$. Om Lucia bjuder 11 vänner kostar det 770 kr. Då blir det 50 kr kvar. Om hon vill bjuda på något ätbart eller på biljetter inne på Liseberg måste hon nog tänka över om hon vill bjuda så många som 11.

7. Det finns många lösningar.

Om två får ska ha samma antal rosetter:

Får 1:	Får 2:	Får 3:
0	0	10
1	1	8
2	2	6
3	3	4
4	4	2
5	5	0

Självklart kan ju vi ju nu tänka oss att vi ändrar antalet rosetter på fåren

sinsemellan så blir det ännu fler lösningar, tex i första raden 0, 0, 10 kan ändras till 0, 10, 0 och 10, 0, 0.

Om alla får har olika antal rosetter:

1, 2, 7

1, 3, 6

1, 4, 5

2, 3, 5

På samma sätt här, ordningen sinsemellan fåren kan ju spela roll för att få ännu fler lösningar.

8. Mönstret är $3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23 + \dots$ (ökar med fyra varje dag).
Den sjätte dagen kommer de att äta 23 skumtomtar.
Efter tionde dagen kommer de ha stoppat i sig 210 skumtomtar.
9. Lisa äter $\frac{1}{3}$ av Hawaii-pizzan vilket motsvarar en area av cirka 151 cm^2 .
Per äter $\frac{1}{3}$ av ostpizzan vilket motsvarar 192 cm^2 av pizzan.
Varje bit på kebappizzan motsvarar cirka 77 cm^2 vilket gör att Moa får äta två bitar.
10. Det finns flera svar beroende på om blandningen består av lika stor vikt av varje sort eller uppdelat på något annat sätt.
Om vi tar en tredjedels kilogram av varje sort blir priset per kg $(25 + 90 + 125)/3 = 80 \text{ kr/kg}$.
- Tilläggsuppgift finns till yngre barn, se längst ner i dokumentet.**
11. Det närmaste vi kommit är $123 + 574 = 697$.
12. Det finns flera lösningar. Ett exempel är:
 $1\frac{2}{100}$, $\frac{15}{10}$, $1,73$, $1\frac{8}{10}$, $2\frac{46}{100}$
13. 50 har bara glitter.
100 har bara ljus.
67 har varken glitter eller ljus.
27 har både glitter och ljus.
14. En lösning är: $16 \rightarrow 33 \rightarrow 40 \rightarrow 51 \rightarrow 22 \rightarrow 85 \rightarrow 44 \rightarrow 63 \rightarrow 34 \rightarrow 39 \rightarrow 64 \rightarrow 93$.
15. 6 renar. De två lättaste delar på 25 %. Hade de resterande 15 % ($100 - 60 - 25$) motsvarat fler än ett djur hade det ena djuret vägt mindre än något av de två lättaste vilket är orimligt.
16. Han sprang $x + x + 1,25 + x + 2 \cdot 1,25 + x + 3 \cdot 1,25 + x + 4 \cdot 1,25 = 5x + 12,5$, alltså sprang han $x = 2,5 \text{ km}$ första dagen.

Åttonde dagen kommer han att springa $11,25 \text{ km}$.

17. 35 tomtenissar finns i verkstaden. De två nissarna på Nordpolen motsvarar en tredjedel av dem som gillar både snowboard och skidor, $\frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}}{3} = \frac{2}{35}$ av alla nissar. Alltså finns 35 nissar.

Använd blockmodellen och lös uppgiften bakifrån: börja med de två tomtarna som varit på nordpolen.



18. Mönstret är $3 \cdot n + 1$ så den 24:e kommer det att vara 73 cirklar.
19. 6 liter av 5 %-blandningen och 4 liter av 10 %-blandningen behövs.
 Resonemang: om man provar med 5 + 5 liter blir blandningen $(5 \cdot 5\% + 5 \cdot 10\%) / 10 = 7,5\%$. Alltså lite för mycket. Öka 5 %-blandningen med en liter och minska 10 %-blandningen med en liter = $(30 + 40) / 10 = 7$.
 Visa gärna med tabell eller för ett proportionalitetsresonemang.
20. Från minsta till största: Liksidig triangel, kvadrat, regelbunden sexhörning, och cirkeln. Utveckla med ett resonemang om "ju rundare figur desto större area".
21. Om de väljer en sak var:
- | <u>Barn 1</u> | <u>Barn 2</u> |
|---------------|---------------|
| russin | banan |
| russin | äpple |
| banan | russin |
| banan | äpple |
| äpple | banan |
| äpple | russin |
| äpple | äpple |

Om de väljer två saker var:

Barn 1	Barn 2
russin, banan	äpple, äpple
russin, äpple	äpple, banan
banan, äpple	äpple, russin
äpple, äpple	russin, banan

Det gäller att på något sätt systematisera sin lösningen så att inget alternativ missas.

22. Det finns några lösningar men de blir begränsade genom att det står att han började på kvällen. Börjar han exempelvis klockan 20 sitter han barnvakt i 6 timmar: $4 \cdot 100 + 2 \cdot 150 = 700$ kr.
23. Det finns 16 blå kulor och 28 röda kulor. Förhållandet kan också skrivas 4:7.

24. 20 praliner i ytterkant av en kvadrat betyder att det ligger 36 praliner i varje lager. I nedersta lagret är det 20 mörka, vilket betyder att det finns 16 ljusa innanför. Samma sak i övre lagret fast tvärtom. Det finns 36 av varje sort.

Tillägg uppgift 10

För mindre barn som läggs på nätet:

Använd siffrorna 1–9 en enda gång och bilda en summa som är



- a. Mellan 400 och 500
- b. Mellan 850 och 900
- c. Mellan 600 och 625

Svar: Det finns många lösningar och två av dem för de tre alternativen är:

- a. $129 + 347 = 476$ $293 + 165 = 458$
- b. $317 + 546 = 863$ $275 + 613 = 888$
- c. $349 + 258 = 607$ $162 + 453 = 615$

Uppg 4: