

Nämnares adventskalender 2020 – lösningar

1 Tim, Tom och Nisse gör i ordning sina paketsäckar.

Lösning:

Tim har 4 paket. Tom har 12 paket. Nisse har 18 paket

2 På ett möte sitter tomtenisarna på en matta bestående av 36 kvadrater

Lösning:

Måtten blir 3x2 till botten och höjden blir 3.

En smalare och högre låda har botten 2x2 och höjden 4.

3 I en pilkastningstävling beräknas varje deltagares resultat som produkten

Lösning:

Vi har talen 2, 3, 5 och 7 (som alla är primtal) att multiplicera för att få 18.

Talet 18 kan primtalsfaktoriseras: $18=2\cdot 3\cdot 3$. Det behövs alltså 3 kast som träffar 2, 3 och 3.

Det är omöjligt att nå 18 i färre eller fler än tre kast eftersom 18 (och alla andra positiva heltal) bara kan primtalsfaktoriseras på ett sätt.

4 En fredag orkade småtomtarna inte laga mat så de beställde 25 pizzor.

Lösning:

Av varje pizza kan fyra tomtar äta, om de då hade 25 pizzor är det 100 tomtar. Med ytterligare 10 tomtar behövs ytterligare två och en halv pizza, men det går inte att beställa. Istället får de beställa tre extra pizzor (och får då 4 bitar pizza över).

5 Spela spelet "Först till 20".

Lösning:

Du kan alltid styra så att summan av två drag blir 3 så det gäller att hamna på 17. Räkna bakåt i tretal för att se vilka tal du vill hamna på för att kunna styra utgången: 17, 14, 11, 8, 5, 2.

6 När finskjortan som Nisse ska ha på julafton

Lösning:

Det blir ingen sluten ring. När skjortan knäpps som på den högra bilden bildas en enda lång spiral..

7 Julpannkaksreceptet

Lösning:

Till 24 nissar behöver alla mått multipliceras med 6. Till 12 nissar behöver alla mått multipliceras med 3.

Till 24 nissar:

9 koppar mjöl

21 tsk bakpulver

6 tsk salt

7 ½ msk socker

7 ½ kopp mjölk

6 ägg

18 msk smör
 6 kuvert saffran
 Till 12 nissar:
 4 ½ kopp mjöl
 10 ½ tsk bakpulver
 3 tsk salt
 3 ¾ msk socker
 3 ¾ kopp mjölk
 3 ägg
 9 msk smör
 3 kuvert saffran

8 Julpussel

Lösning:

2	3	5	30
2	7	5	70
2	5	11	110
8	105	275	X

9 Det finns tre kakburkar, en stor, en mellan och en liten burk. 12 pepparkakor

Lösning:

Det finns 7 olika alternativ. Kakorna kan fördelas i burkarna på följande sätt:

1 2 9

1 3 8

1 4 7

1 5 6

2 3 7

2 4 6

3 4 5

10 Flytta en tändsticka

Lösning:

Med Romerska notation kan en sticka flyttas för att istället bilda följande uttryck:

Tid möjliga lösningar:

$$X - |X = = |$$

$$X | - X = = |$$

Finns det fler?

11 Summan av fyra konsekutiva heltal är 2. Vilket är det minsta av dem?

Lösning:

Då summan är så liten och vi ska välja konsekutiva tal måste några av talen vara negativa. Talen -1, 0, 1, 2 ger summan 2. Det minsta talet är då -1.

12 Tomtefar julpysslar

Lösning:

Av 10 pappersbitar klipps tre. Dessa tre blir 6 trianglar med 18 hörn.

De oklippta 7 bitarna måste då ha $42 - 18 = 24$ hörn.

Om alla 7 bitar var trianglar skulle det vara 21 hörn, men nu är det 24, dvs 3 fler hörn. Det innebär att det måste vara 3 kvadrater och 4 trianglar ($3 \cdot 4$ hörn + $4 \cdot 3$ hörn).

De 10 ursprungliga bitarna bestod alltså av 6 kvadrater och 4 trianglar.

13 Lucia ska tillbringa 18 dagar i rad av jullovet hos sin mormor.

Lösning:

Hon ska börja besöket hos mormor på en lördag.

Veckodagarna återkommer periodiskt var sjunde dag, så vi undersöker dagarna utöver en multipel av 7. På 18 dagar går det två hela veckor. $18 - 14 = 4$. Frågan blir hur de 4 resterande dagarna ska fördelas för att få in så många läsdagar som möjligt. Om hon kommer en lördag får hon in tre högläsningar till på lördag, söndag och tisdag. Att komma en lördag kommer då ge flest antal läsdagar. Börjar hon på en söndag, måndag eller tisdag så kommer inte lördagens högläsning med på dessa fyra dagar, startar hon en onsdag, torsdag eller fredag så kommer inte tisdagens högläsning med på dessa fyra dagar.

14 Årtalen 2020 och 1717 består båda av ett tvåsiffrigt tal som upprepar sig.

Lösning:

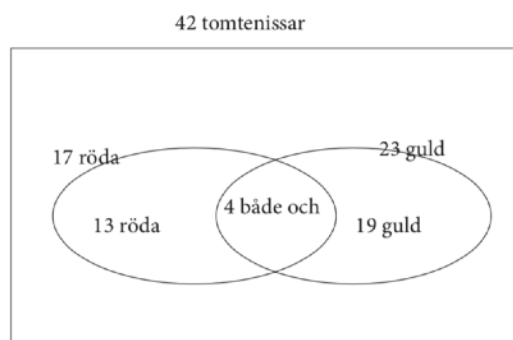
Nästa årtal med samma egenskap blir 2121 vilket inträffar om 101 år. Därefter är det år 2222 som kommer efter ytterligare 101 år.

15 42 tomtenissar träffas för att klä granen.

Lösning:

6 tomtar kommer utan kula eftersom det är 36 tomtar som har med sig kulor: $17 + 23 - 4 = 36$.

Rita ett wenndiagram:



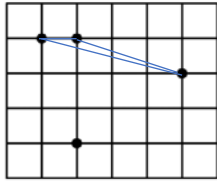
$$42 - 13 - 4 - 19 = 6$$

16 Vilken area har den minsta triangel som kan bildas av tre av de fyra punkterna i rutnätet?

Lösning:

Om vi använder tre av fyra punkter kan vi totalt rita 4 trianglar. Var och en av dem har en bas

som är minst 1 och en höjd som är minst 1. Arealen blir som minst $1/2$. I bilden har vi triangeln med bas 1 och höjd 1.



17 Ett mycket smittsamt virus härjar i tomteverkstaden.

Lösning:

Eftersom antalet insjuknade fördubblas varje dag är hälften sjuka dagen innan alla är sjuka, alltså på fredagen.

Om en tomtens insjuknar på måndagen så har antalet sjuka tomtar fördubblats fem gånger fram till lördagen. Alltså är det 32 tomtar i verkstaden: 1, 2, 4, 8, 16, 32

18 Om tomtemor åker buss till tomtebarnens skola och promenerar hem, eller omvänt, tar det sammanlagt 3 timmar. Om hon åker buss både dit och hem tar resorna sammanlagt 1 timme. Hur lång tid tar det för tomtemor att gå både till och från skolan?

Lösning:

Eftersom tomtemor behöver en timme om hon åker buss båda vägarna så tar varje bussresa en halvtimme, oavsett riktning. Då måste promenaden hem från skolan ta $3 - 0,5 = 2,5$ timmar. Att promenera till och från skolan tar $2 \cdot 2,5 = 5$ timmar.

Alternativ: Om tomtemor åker buss till skolan och promenerar hem den ena dagen och tvärtom nästa dag har hon sammanlagt promenerat sträckan fram och tillbaka och åkt buss fram och tillbaka. Tiden det har tagit är $6 - 1 = 5$ timmar.

19 I uppställningarna adderas tvåsiffriga tal.

Lösning:

Den vänstra summan är $10(A+C)+(B+D)$ och den högra är $10 \cdot 2(A+C)+2(B+D)$, dvs den högra summan är två gånger större än den vänstra. Alltså är den sökta summan $2 \cdot 79 = 158$.

20 Nästa år är det år 2021.

Lösning:

Årtal kan inte börja med 0 så första siffran måste vara 1 eller 2.

Om 1 är första siffran finns 3 alternativ

1022

1202

1220

Om 2 är första siffran finns 6 alternativ

2012

2021

2102

2120

2201

2210

Sammanlagt finns det 9 olika årtal som alla innehåller siffrorna 0 1 2 2

Skillnaden mellan det sista och det första av dessa år är:

$$2210 - 1022 = 1188$$

Notera att det är 1188 år mellan 1022 och 2210, men det är bara 1187 årtal däremellan.

(jämför: mellan 5 och 8 är det tre år men bara årtalen 6 och 7)

21 Ett och samma tal passar på varje tom plats i följande likheter, vilket?

Lösning:

$$3 \cdot 6 = 6 + 12 = 24 - 6$$

22

Hur många renar har tomten?

Lösning:

Katter: $\frac{1}{8}$ av 24 är 3

Hundar: $\frac{3}{4}$ är inte hundar så $\frac{1}{4}$ måste vara hundar. $\frac{1}{4}$ av 24 är 6.

Får: $\frac{2}{3}$ är inte får så $\frac{1}{3}$ måste vara får. $\frac{1}{3}$ av 24 är 8.

$$3 + 6 + 8 = 17. \text{ Återstående } 7 \text{ djur är renar. } 24 - 17 = 7.$$

23 Nissarna besöker Jul på Liseberg.

Lösning:

För 8 attraktioner är alternativ 1 billigare, 300 kr i stället för 310 kr. Om en nisse åker 10 attraktioner kostar båda alternativen lika mycket, 350 kr.

24

Nästan ingen kunde ge sig ut och resa på sin ledighet i år

Lösning:

Alla får stanna hemma.

Tänk på talet x

$$3x$$

$$3x + 3$$

$$3 \cdot (3x + 3) = 9x + 9 = 9(x + 1)$$

Eftersom x är mindre än 10 så kommer $9 \cdot (x + 1)$ att finnas i nians gångertabell där alla produkter har siffersumman 9.