

Visuell matematik

Det finns generella problem i matematikundervisningen som tycks löpa över tid. Två gymnasielärare frågade sig vad de kunde göra och berättar här hur de försöker förbättra möjligheterna att komma tillrätta med problemen genom att kombinera erfarenheter från sin egen undervisning med IKT.

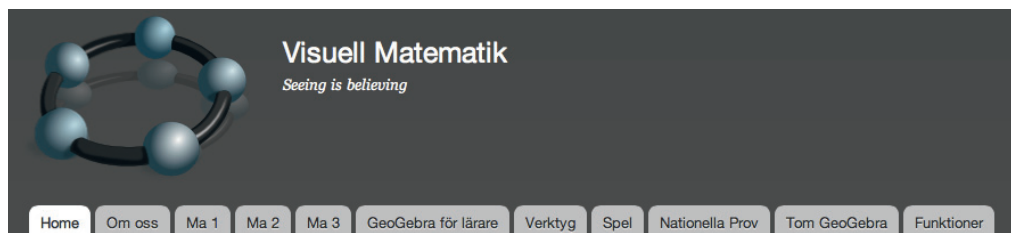
Koka ihop en glödande het diskussion om läxornas vara eller icke vara, färska PISA-resultat och att det är valår, så kan du avnjuta en rykande soppa till skoldebatt. Såväl orsakerna till problemen i svensk skolmatematik som förslagen på lösningar är till antalet lika med antalet debattörer. Oavsett den pedagogiska pendelns läge och den tillfälliga didaktiska diskursen upplever vi att några problem är konstanta och oftast hamnar ansvaret för problemens lösning i knät på den undervisande läraren, i enstaka fall hos den enskilde eleven. Några exempel:

- ◊ elever är sjuka eller lediga och behöver ta igen missad undervisning
- ◊ elever har olika förkunskaper, behöver olika många övningsexempel och olika mycket repetition
- ◊ värdefull klassrumstid tas i anspråk för enklare uppgifter då ett nytt område inleds
- ◊ vissa elever har svårigheter att se mönster och tycker att varje exempel är nytt
- ◊ skolan beskylls för att kritisera ny teknik i stället för att bejaka den
- ◊ elever som "kör fast" i läxläsningen får antingen ingenting gjort eller tvingas förlita sig på kunskaper hos till exempel föräldrar.

Vi påstår inte att genom ett alexanderhugg ha löst dessa problem, men under 2012 beslöt vi oss för att ta ett steg i rätt riktning genom att fråga oss vad vi själva som lärare kan göra åt saken. Resultatet kallar vi visuellmatematik.se.

Upplägg och struktur

www.visuellmatematik.se är en öppen webbplats där vi på ett strukturerat sätt lägger upp gymnasieskolans matematik per kurs och område. Det centrala innehållet i de olika spåren presenteras på ett överskådligt sätt. Till vänster finns en undermeny där man kan klicka sig vidare till olika delar av det centrala innehållet. Under var och en av dessa finns inspelade lärarledda genomgångar, skärminspelningar och övningar till olika moment.



Home

Ma 2

- ▶ Utveckla och faktorisera uttryck
- ▶ Ma 2a: funktioner och icke-linjära ekvationer
- ▶ Andragradsfunktioner och andragradslikningar
- ▶ Rita linjens ekvation
- ▶ Ekvationssystem
- ▶ Analytisk geometri
- ▶ Ma 2bc: Potenser & logaritmer
- ▶ Geometri
- ▶ Ma 2 bc: Statistik

Ma 2

Centralt innehåll för kurserna Matematik 2.

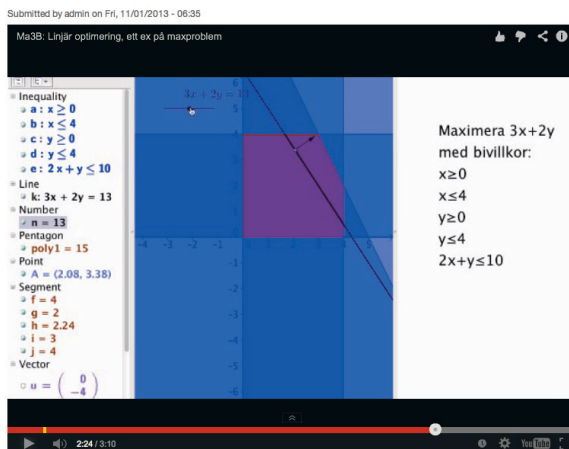
Matematik 2a	Matematik 2b	Matematik 2c
	Taluppfattning, aritmetik och algebra	
Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnen.		
Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.	Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.	
Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.	Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.	Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
Metoder för beräkningar vid budgetering.	Metoder för beräkningar vid budgetering.	
Rita linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.	Rita linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.	Begreppet kurva, rita linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp. (OBS! står under geometri hos skolverket!!!)

Centralt innehåll
Ma 2, översikt.

Filmer

Vi har tagit fram filmer som är mellan två och tio minuter långa. De består ömsom av "gubbe/gumma i rutan", ömsom av skärminspelningar. I filmerna har vi, så långt det är praktiskt möjligt, eftersträvat att tavlan vid filmens slut ska utgöra en korrekt skriftlig redovisning. Detta av det uppenbara skälet att elever gör som vi gör, inte som vi säger. Även om filmerna är lagrade externt på Youtube och Vimeo, har vi varit noga med att bädda in dem snarare än att länka för att undvika att eleven utsätts för de distraktioner Youtube erbjuder.

- ▶ Rationella uttryck & funktioner
- ▶ Derivata
- ▶ Undersöka funktioner mha derivata
- ▶ Integraler
- ▶ Ma 3b: linjär optimering
 - Ekvationssystem
 - Olikheter
 - Linjär optimering
- ▶ Ma 3c: Trigonometri



Skärminspelning om
linjär optimering,
Ma 3b.

Övningar

De övningar som följer på varje inledande film är gjorda med Geogebra och slumpgenererade med automatisk rättning och en knapp *Visa lösning*. Syftet är att befästa de begrepp och procedurer som har presenterats i filmen. Eleven gör övningen antingen genom att skriva in rätt svar på skärmen när det är enklare procedurer eller begreppsuppfattning i ett steg, eller genom att arbeta med papper och penna och därefter skriva in rätt svar och kontrollera mot *Visa lösning*. Skillnaden mot att arbeta med tryckta uppgifter i en bok är att:

- ◊ eleven själv bestämmer på vilken nivå han/hon vill arbeta
- ◊ uppgifterna slumpas fram och därmed kan eleven öva lite eller mycket utan att ha pressen på sig att "göra hela sidan"
- ◊ istället för att bara visa rätt svar eller ett generellt exempel, genererar *Visa svar* en fullständig lösning på exakt den övning eleven har arbetat med.

Hur kan materialet användas?

I den bästa av världar förarbetar eleverna materialet hemma, det så kallade flip-pade klassrummet, tittar på genomgången och börjar även arbeta med procedurerna i övningen. Lektionen börjar då direkt med frågestund och klargörande av eventuella svårigheter.

Att se en film och börja göra enkla övningar är enligt vår uppfattning en läxa som är "rätt", dvs som alla kan göra oavsett föräldrarnas utbildningsnivå och sociala bakgrund. (Frågan om allas tillgång till Internet lämnar vi utanför denna diskussion.)

Skillnaden på visuellmatematik.se mot att bara titta på en genomgång på begreppsnivå och läsa igenom avsnitt i boken innan lektionen, är att varje elev kan komma ännu längre i sin förberedelse genom övningarna på procedurnivå.

Även om övningen görs på en lektion och inte som läxa, har eleverna svar på hur de ska göra och behöver inte sitta med uppräckt hand i väntan på hjälp. Därmed effektiviseras det grundläggande arbetet med att befästa innehållet.

nivå: 1 Ny uppgift Visa svar

Lös ekvationen:
 $3^x = 6$

Exempel på övning i potens- och exponentialekvationer, Ma 2bc.

nivå: 1 Ny uppgift Visa svar

Lös ekvationen:
 $3^x = 6$

Logaritmera båda led
 $\lg 3^x = \lg 6$
 Logaritmlag: $\lg a^x = x \cdot \lg a$
 $x \cdot \lg 3 = \lg 6$
 Dividera med $\lg 3$
 $x \cdot \frac{\lg 3}{\lg 3} = \frac{\lg 6}{\lg 3}$
 $x = \frac{\lg 6}{\lg 3}$ (exakta svaret)
 $x = 1.63$

Lösning till övning i potens- och exponentialekvationer, Ma2bc.

Möjligheter och möjliga problem

De uppenbara möjligheterna vill vi relatera till de problem vi presenterade i inledningen, utan att på nytt gå in i detalj.

- ◊ Filmer kan ses obegränsat antal gånger och slumpade övningar av olika typ och svårighetsgrad kan produceras i hundratals olika kombinationer. Eleven kan därför själv bestämma hur många övningar som behövs. Enklare basövningar av motsvarande typ tryckta i en lärobok kan generera känslottringar vi alla känner igen. *Hur ska jag hinna med allt? respektive Måste jag göra alla uppgifter, de är ju likadana allihop!*

- ◊ Vår resurs syftar främst till att stärka procedur- och begreppsförmåga, även om en del övningar faller inom ramen för problemlösning. I de senare lär sig eleverna att se mönster även i benämnda uppgifter och upptäcker att det inte spelar någon roll om vi beräknar hur många timmar det tar för en mängd bakterier att fördubblas eller hur länge pengarna behöver finnas på ett konto för samma ändamål.
- ◊ Idealsituationen är att alla elever kommer förberedda genom att ha sett en filmgenomgång och säkerställt baskunskaperna med några övningar. Den värdefulla tiden i klassrummet kan förhoppningsvis ägnas åt förmågor som bäst utvecklas i grupp tillsammans med läraren: modellering, problemlösning, resonemang, kommunikation och relevans.
- ◊ Naturligtvis föreligger det en risk att vi drillar vissa färdigheter utan att eleverna egentligen förstår vad de håller på med, men vår erfarenhet är att det ofta kan vara en framgångsrik metod att först lära sig *hur* och sedan förstå *varför*. Lärarens centrala roll i denna process är ovärderlig och vår resurs tillhandahåller medel för att förarbeta och underlätta förståelsen.
- ◊ Man skulle även kunna invända att metoden hämmar kreativiteten och att problemlösningen urartar till enkel mekanisk räkning. Vi anser dock att ju mer man har i sin procedurverktygslåda desto mer komplicerade problem kan man lösa; ju mer vi automatiserar verktygen desto starkare blir förmågan att använda sig av dem kreativt och innovativt.
- ◊ Ett möjligt problem uppstår om visuellmatematik.se uppfattas som ett fullständigt läromedel eller – värre – ett alternativ till lärare. Vi vill starkt poängtera att det inte är syftet. För det första täcks ännu inte alla kurser; vi fyller på med material allt eftersom. För det andra har vi i nuläget svårt att se hur utveckling av till exempel den kommunikativa förmågan skulle kunna automatiseras med hjälp av IKT.

Vår förhoppning är att visuellmatematik.se ska komma till användning och fungera som inspiration till IKT-användning i matematikklassrummet.

www.visuellmatematik.se är ett kostnadsfritt interaktivt material för självstudier i matematik på gymnasienivå och även ett stöd i lärarledd undervisning. Materialet består av inbäddade filmer, skärminspelningar och övningar.